Проблемы онто-гносеологического обоснования математических и естественных наук

Выпуск 7

КУРСК
2015

УДК 1: 001
ББК 87
П78

Печатается по решению редакционно-издательского совета Курского госуниверситета

П78 Проблемы онто-гносеологического обоснования математических и естественных наук [Текст]: сб. науч. тр. Вып. 7 / гл. ред. Е.И. Арепьев; Курск. гос. ун-т. Курск, 2015. 89 с.

Сборник представляет собой проблемно-ориентированное издание, преимущественно посвященное онтологическим и гносеологическим аспектам обоснования математических и естественных наук, изучению и критической реконструкции различных подходов, сформировавшихся в философии науки на протяжении последних полутора столетий.

ББК 87

ISSN 2074–5052

СОДЕРЖАНИЕ

ВМЕСТО ПРЕДИСЛОВИЯ

Настоящий сборник представляет собой седьмой выпуск проблемно-ориентированного издания, преимущественно посвященного онтологическим и гносеологическим аспектам обоснования математических и естественных наук, изучению и критической реконструкции различных подходов, сформировавшихся в философии науки на протяжении последних полутора столетий.

Авторы публикуемых в настоящем издании материалов могут занимать позиции, не совпадающие с точкой зрения редколлегии. Ответственность за точность приводимых цитат, ссылок, библиографических и статистических данных, географических названий и т.п. несут авторы.

Редколлегия приглашает к сотрудничеству всех, кто работает в области философии математики, философии и методологии науки, в смежных областях и чьи научные интересы близки тематике нашего сборника.

Наш электронный адрес: arepiev@yandex.ru

Е.И. Арепьев
(Курск)

О ЧЕМ ГОВОРЯТ АКСИОМЫ АРИФМЕТИКИ?

Статья содержит интерпретацию аксиом арифметики натуральных чисел в естественном языке, основанную на новой, расширенной трактовке бытия и системе онтологических определений исходных арифметических понятий.

* * *

Продолжая рассмотрение реалистической трактовки оснований математики с позиций расширенного истолкования действительности[1], мы обратимся к ее арифметической составляющей. Но прежде необходимо сказать еще несколько слов о принятом нами понимании действительности. Основной тезис здесь состоит в том, что действительность не может противопоставляться возможности. *Действительность* – это совокупность возможностей, обладающих различным статусом по отношению к реализации, к воплощению. Границами действительного выступают невозможное, с одной стороны, и необходимое – с другой. Между ними располагаются нереализованные, маловероятные, вероятные, высоковероятные и реализованные возможности. Степень вероятности возможностей можно характеризовать как варьируемую на непрерывном множестве значений, а нереализованные и реализованные возможности выступают переходами от вероятного к дискретно выделенным границам – невозможному и необходимому.

Таким образом, главным отличием от традиционного представления о действительности служит включение в нее возможного[2]. Наша точка зрения состоит в принятии реализма, но с обязательным сохранением традиционно фиксируемых в онтологии различий: действительное (случайное) в традиционном понимании мы будем называть реализованным (воплощенным, актуализированным) возможным, возможное в традиционном понимании назовем, например, вероятным, упущенные возможности назовем нереализованным возможным, необходимое так и оставим необходимым, а то, что заведомо не может существовать, но можно описать вербально (круглый квадрат), мы назовем невозможным. Реальность, в результате, выступает как различные состояния возможного.

---

[1] См.: Арепьев Е.И. О чем говорят аксиомы геометрии? // Проблемы онто-гносеологического обоснования математических и естественных наук: сб. науч. тр. Вып. 6. Курск, 2014. С. 5–16.

[2] Аргументы в пользу такого понимания действительности см.: Арепьев Е.И. Природа чисел в свете расширенной трактовки действительности // Российский гуманитарный журнал. 2014. Т. 3. №4., С. 229 - 236.

Возможности воплощенные, составляют то, что принято традиционно называть действительностью. Но от этой действительности неотделима другая компонента, взаимодействующая с ней и дополняющая ее, – это высоковероятные возможности, определяющие возможности воплощенные и определяемые ими. Например, возможность (высокая вероятность) наказания за нарушение законов определяет поведение граждан, возможность внезапной или скорой смерти определяет многие поступки пожилых людей, любые повседневные дела человека определяются высоковероятными (то есть все же возможными) будущими событиями: выход на работу после выходных, закупка продуктов, ночной сон и пр.

Помимо высоковероятных возможностей, воплощающихся ежедневно, существуют менее вероятные возможности, которые, тем не менее, весьма непосредственно определяют воплощающиеся возможности и, в свою очередь, определяются ими. Внешность борца-тяжеловеса, пластика движений, выражение лица и прочие признаки реальных физических критериев данного человека вполне определенно задают варианты поведения возможных агрессоров (хулиганов, грабителей, пьяниц-дебоширов): эта внешность – сигнал опасности, указание на высокую вероятность неблагоприятных последствий агрессии. Поэтому такой человек может с большей безопасностью посещать, например, танцплощадки в незнакомых районах, безлюдные скверы в вечернее время и пр., чем человек с ярко выраженной внешностью скрипача. То есть возможности того или иного человека, даже когда они не реализуются, не воплощаются непосредственно, определяют в значительной мере происходящее с ним.

Можно обнаружить множество примеров, указывающих, что действительность состоит и определяется не только реализованными возможностями, но и вероятными, потенциальными, то есть возможностями в традиционном их понимании. В результате мы вынуждены принять предложенную выше трактовку бытия, действительности: *действительность* – это совокупность возможностей, обладающих различным статусом по отношению к реализации, воплощению. Даже невозможное – это действительность, потому что оно, действительно, в реальном мире является таковым – невозможным.

Интересно, что трактовка математики как науки о предельно абстрактном выражении возможного вообще именно в вышеописанном понимании оправдывает себя во всех отношениях. Так, именно в математике встречаются примеры описания невозможных объектов, их свойств и следствий из этих свойств. Описание таких объектов, например, предложено Б. Расселом и Г. Кантором при формулировке парадоксов, носящих их имена.

Можно сказать, что на современном этапе развития науки и философии становится актуальной задача систематизации знаний о возможном и, более того, задача построения системы знаний об идеальном (необходимом, невозможном, возможном).

Здесь естественно напрашиваются определенные параллели между понятиями материального и воплотившегося возможного, а также вопрос о том, является ли воплотившееся возможное только материальным.

Действительно, все материальные объекты, видимо, можно трактовать как воплотившиеся возможности, но воплотившимися возможностями являются также, например, физические константы, то есть законы, которым подчинена материя и которые могли бы быть другими. Но эти законы все же идеальное бытие. Вероятное, определяемое материальным миром и/или определяющее его (вероятность наказания за преступление, законы сохранения, законы движения планет, математические утверждения, планы на завтрашний день и пр.), можно трактовать как идеальную компоненту бытия, но она не сводится лишь к вероятному (потенциально возможному). В нее входят также нереализованные возможности (пережитая опасность), необходимое и невозможное.

Наконец, переходя к более частным вопросам, мы должны отметить, что все математические предвосхищения открытий естествознания весьма просто объясняются тем, что математика как раз и изучает наиболее универсальные, общие свойства возможного. Неудивительно поэтому, что нередко математические результаты оказываются спустя определенное время приложимы к различным сферам материального мира, природы, то есть к некоторым сферам реализованного возможного.

Итак, мы попытаемся определить через систему категорий исходные, неопределяемые (математически) понятия арифметики и, с помощью данных определений, сформулировать ее базисные аксиомы. Есть надежда, что осуществление данной процедуры прояснит онто-гносеологический статус арифметики и математики в целом и, в частности, послужит аргументом в пользу нашей реалистической версии оснований этой науки.

Можно, по-видимому, считать, что исходные, неопределяемые понятия арифметики следующие: понятие *натурального числа*, понятие *следования одного числа непосредственно за другим в натуральном ряде* и понятие *начального члена натурального ряда* (за который можно принять 0 или 1). Эти понятия связаны между собой аксиомами, которые можно рассматривать как аксиоматическое определение указанных основных понятий[3]. Мы выберем в качестве начального члена натурального ряда ноль, но определим также единицу как основополагающее базисное понятие.

Итак, *ноль* можно истолковать как абстрактное выражение возможности наличия. Если мы говорим, что количество каких-либо вещей в каком-то месте равно нулю, то мы подразумеваем, что они могли быть, были или появятся там. Мы указываем на возможность их наличия,

[3] См.: Арнольд И.В. Арифметика // Большая советская энциклопедия. 3-е из.. Т. 2. М., 1970. С. 199.

принадлежность объектов к возможному, то есть бытию в нашем, расширенном понимании.

Единица может быть истолкована как абстрактное выражение реализовавшейся возможности наличия[4].

Следование в натуральном ряде можно определить так: целое, состоящее из данного натурального числа и единицы как из частей есть число, следующее в натуральном ряде за данным. Само же данное число стоит в натуральном ряде перед следующим.

Таким образом, ноль – это первый элемент ряда, а единица – минимальный шаг. Отсюда мы можем дать понятие натурального числа: *натуральное число* – это ноль, единица или любой другой элемент, образованный из них с помощью процедуры следования в натуральном ряде.

В работе Эллиота Мендельсона указывается, что система аксиом Пеано, вместе с некоторыми элементами теории множеств, достаточна для построения арифметики, но содержит интуитивные понятия (понятие свойства). Мендельсон предлагает собственный вариант, основанный на системе Пеано и достаточный, по его мнению, для (формального) вывода всех основных результатов арифметики: «…построим некоторую теорию первого порядка S, основанную на системе аксиом Пеано, которая окажется, по всей видимости, достаточной для вывода всех основных результатов элементарной арифметики»[5]. Эту систему мы и попытаемся интерпретировать.

Приведем ее сначала полностью.

«Вот собственные аксиомы теории S:

(S1) $x_1 = x_2 \supset (x_1 = x_3 \supset x_2 = x_3)$

(S2) $x_1 = x_2 \supset x_1' = x_2'$

(S3) $0 \neq (x_1)'$

(S4) $x_1' = x_2' \supset x_1 = x_2$

(S5) $x_1 + 0 = x_1$

(S6) $x_1 + x_2' = (x_1 + x_2)'$

(S7) $x_1 \times 0 = 0$

(S8) $x_1 \times x_2' = (x_1 \times x_2) + x_1$

(S9) $A(0) \supset (\forall x(A(x) \supset A(x')) \supset \forall x\, A(x))$, где $A(x)$ – произвольная формула теории S»[6].

Теперь рассмотрим каждую аксиому и построим формулировки их сущностных определений в свете принятых нами установок.

---

[4] Об определение нуля и единицы подробнее см.: Арепьев Е.И. Домножественная реалистическая интерпретация онто-гносеологических основ математики // Вопросы философии. М., 2010. № 7. С. 82–92.

[5] Мендельсон Э. Введение в математическую логику пер. с англ. Кабаков Ф.А., под ред. Адяна С.И. М.: Наука, 1971. С.115.

[6] Там же С. 116.

Аксиома (S1).

$x_1 = x_2 \supset (x_1 = x_3 \supset x_2 = x_3)$

Интерпретация.

Число, совпадающее с каким-либо из совпадающих чисел, совпадает со всеми этими числами.

Аксиома (S2).

$x_1 = x_2 \supset x_1' = x_2'$

Интерпретация.

За совпадающими числами в натуральном ряду следуют совпадающие числа.

Аксиома (S3).

$0 \neq (x_1)'$

Интерпретация.

Ноль не следует ни за каким натуральным числом.

Аксиома (S4).

$x_1' = x_2' \supset x_1 = x_2$

Интерпретация.

Числа, стоящие в натуральном ряду перед совпадающими числами, сами совпадают.

Аксиома (S5).

$x_1 + 0 = x_1$

Интерпретация.

Целое, состоящее из любого натурального числа и нуля, есть само это число.

Аксиома (S6).

$x_1 + x_2' = (x_1 + x_2)'$

Интерпретация.

Целое, состоящее из некоторого данного числа и следующего за другим данным числом, есть следующее за целым, состоящим их данных чисел.

Для истолкования двух следующих аксиом необходимо дать предварительное определение.
Определение. Любое натуральное число, кроме ноля, состоит из единиц, (присоединенных к нолю в процессе следования в натуральном ряду). Если каждую единицу одного числа заменить другим числом, то получится целое, называемое *произведением* этих двух чисел. Или: *произведение* одного числа на другое – это целое, в котором каждая единица одного числа заменена другим числом.

Аксиома (S7).

$x_1 \times 0 = 0$

Интерпретация.

Произведение натурального числа и ноля есть ноль.

Аксиома (S8).

$x_1 \times x_2' = (x_1 \times x_2) + x_1$

Интерпретация.

Произведение натурального числа и следующего в ряду за другим натуральным числом есть целое, состоящее из произведения этих натуральных чисел и данного натурального числа.

Аксиома (S9).

$A(0) \supset (\forall x(A(x) \supset A(x')) \supset \forall x\ A(x))$, где $A(x)$ – произвольная формула теории S.

Интерпретация.

Там, где стоит ноль и вместо числа можно поставить следующее за ним в натуральном ряду, можно поставить любое натуральное число.

Таким образом, мы сформулировали аксиомы арифметики натуральных чисел, опираясь лишь на исходные понятия, онто-гносеологический статус которых сводится к максимально абстрактному выражению возможного – вероятного, необходимого, реализованного, то есть действительного в нашей расширенной трактовке этого понятия.

Д.Н. Букин
(Волгоград)

К ВОПРОСУ ОБ ИНТУИТИВНОМ И РАЦИОНАЛЬНОМ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ПОЗНАНИИ

Взаимосвязь математики и реального мира изучена в философии не так глубоко, как вопросы существования математических объектов, кризиса оснований математики или применимости математики в естествознании. Поиск выхода к структурам бытия, «схватываемым» математическими образами и закономерностями, зачастую заменяется на поиск выхода к абстрактным математическим структурам – идеальным объектам, «населяющим» либо сознание, либо особый трансцендентный мир – математическую реальность. На этом фоне особую актуальность приобретает вопрос соотношения и единства рационального и интуитивного в математическом познании.

* * *

В настоящее время связь математики с онтологией и теорией познания уже не выглядит столь естественной, как несколькими столетиями ранее. Несмотря на обилие работ по философским проблемам математики, свидетельствующее об очевидном интересе к данной тематике среди отдельных мыслителей прошлого столетия, проблема отношения математики и объективной реальности в целом оказывается представленной достаточно фрагментарно – ни в одной из «хрестоматийных» программ обоснования математики не было проведено всестороннего философского исследования *данности ее объектов познающему сознанию*. В современной научной литературе данная проблема также крайне редко эксплицируется и формулируется на языке философских категорий[1].

С нашей точки зрения, формулировка проблемы обоснования математики, артикулированная как онтологически, так и гносеологически, в конечном счете сводится к вопросу: *что представляет собой* и *как нам дана* та объективная реальность, которую изучает математика? Обсуждение данного вопроса начнем с экспликации некоторых ключевых понятий.

В свое время немецкий математик В. Гейтш, исследовавший предпосылки существования объектов математики, предложил в качестве таких предпосылок рассматривать, «с одной стороны, определенные свойства материального мира, а с другой – практическую деятельность субъекта с его способностью создавать абстрактные конструкции»[2].

---

[1] Исключение составляют отдельные работы Е.И. Арепьева, П.М. Колычева, В.Я. Перминова и др.
[2] Heitsch W. Mathematik und Weltanschauung. Berlin: Akademic Verlag, 1978. S. 17.

Обратим внимание на одну важную особенность перевода цитируемой работы с немецкого: упоминаются не *математические объекты* (Das Mathematische Objekt) как завершенные конструкции, в какой бы форме они ни были представлены («отражающая» диаматовская схема, ментальный конструкт, социальный куматоид и проч.), а *объекты математики* (Das Objekt der Mathematik) как некие количественные отношения и пространственные формы бесконечно многообразного мира, вступающие в «парменидовское» тождество с нашим мышлением. Что же касается математических объектов (тех самых «абстрактных конструкций» В. Гейтша), то они есть не что иное, как результат постижения этих форм и отношений познающим сознанием, или, как принято выражаться чисто условно, сознанием математика. Так, например, эмпирически проявленная зависимость, физическая форма, социальный процесс и т.п. являются объектами познания, «открывающими» перед нами свои отдельные (порой сущностные) стороны посредством таких математических объектов, как уравнение регрессии, фигура вращения, дифференциальное уравнение и т.д. В центре нашего внимания находятся именно объекты математики – те самые «аспекты реальности», которые формируют самый что ни на есть *исходный* предмет математики.

Очевидно, что предъявленность сознанию в том или ином виде (вне сознания никакая явленность просто невозможна) математического объекта, как относительно завершенного «фрагмента» математического знания, вполне может свидетельствовать о его онтологической определенности при условии его соответствия множеству каких-либо конвенций, допущений (например, аксиом) или правил построения, – иначе нельзя было бы гарантировать, что перед нами не какая-нибудь спонтанная «выдумка» сознания, похожая на абсурдный единичный образ, рожденный фантазией или сном. Доступность же объекта математики как некоторой части мира, которую субъект постигает не только потому, что он сам «устроен» определенным образом (как, например, у И. Канта), но и в предположении, что *нечто* все-таки внеположено сознанию, значительно более проблематична. Предъявленность такого объекта сама по себе ничего не гарантирует: нечто может выступать объектом и «нематематики», и тогда мы имеем его небытие объектом математики благодаря бытию чем-то другим (например, объектом этики, эстетики, социальной философии и т.д.). Вместе с тем на протяжении тысячелетий объекты математики так или иначе обретают самотождественное бытие, рассматриваясь *именно в данном, а не другом качестве.* Это наводит на мысль о том, что, как и в случае с математическими абстракциями, предъявленность объектов математики в том или ином виде нашему сознанию может свидетельствовать об их определенности также при наличии неких общих схем, моделей, аксиом или правил понимания, но уже не математических, а *онтологических*, обладающих значительно большей степенью общности и представляющих нам упорядоченные знания о «мире как он есть» в виде «мира как он нам дан».

Вопрос о данности нам структур объективной реальности, в свою очередь, приводит нас к вопросу о природе самого онтологического знания, а точнее – об основаниях самой онтологии. Не о началах, не о постулатах, а именно об *основаниях*. Как и в случае с аксиомами и методами той же математики, постулаты и методология онтологического исследования не могут появиться из ниоткуда, «на пустом месте». Выведение же истинности любых исходных положений из них самих, возведенных в ранг «самоочевидных», с неизбежностью приводит к неразрешимому противоречию, и никакие попытки создания «металогик», «метаонтологий» и т.п. не дают здесь ничего, кроме все новых и новых «блужданий» в лабиринтах «дурной бесконечности». Одним из весьма предсказуемых сценариев развития такого «сюжета» является апелляция к познавательным возможностям и границам сознания на фоне неустранимости его взаимосвязи с объективной реальностью, и как следствие, манифестация все той же неразрешимой проблемы «курицы и яйца». Находясь в рамках любой формальной системы (математической, логической, онтологической и т.д.), едва ли можно обосновать окончательную *истинность* ее положений и принципов, исходя из них самих. Что же касается опытных данных, то их достоверность, возведенная в ранг непогрешимости в естествознании, крайне сомнительна как в онтологии, так и в математике, исключающих всякий эксперимент в принципе.

Так или иначе, мы вынуждены признать существование в самом сознании некоторых конституирующих оснований (что-то вроде «пред-рассудков» Г. Гадамера), вне зависимости от того, откуда они там появились. Но именно этот вопрос об их происхождении и задает разноплановость философского дискурса в отношении природы *интуитивного*. Не останавливаясь подробно на описании сугубо гносеологических различий в понимании природы интуиции рационалистами, немецкими классиками, марксистами, гуссерлианцами и т.д., отметим, что все они так или иначе (пусть и с различной степенью скрупулезности) фиксировали наличие неких *«дологических» установок сознания, фундирующих исходные онтологические постулаты, сформулированные на языке всеобщих философских понятий, и делающих возможным дальнейшее категориальное «схватывание» структур действительного бытия.* Отрицая крайности априоризма и эмпиризма (в духе, близком Э. Гуссерлю периода «Логических исследований»), добавим: всякой готовой категориальной схеме, представляющей аксиоматическую конструкцию любого рода, так или иначе предшествует интенционально-интуитивный акт, не исключающий, но и не подразумевающий обязательное наличие предварительной чувственно-практической деятельности.

Особую значимость сказанное приобретает в отношении постижения математикой (математиками) ее объектов, поскольку «отправной точкой» такого познания (в отличие, скажем, от классической физики) выступает именно интуиция: «Можно было бы сказать, несколько упрощая, что интуиция… исполняет роль создателя логического каркаса мышления, *обращенного к вещи*, а также определяет «объекты мышления», являющиеся собственно *объектами математики* (курсив наш. – *Д.Б.*)»[3]. Однако обращение к истории вопроса помогает обнаружить ряд специфических особенностей понимания роли интуиции в математическом познании, характерных для большинства философско-математических направлений, затронувших эту тему. Остановимся на этом подробней.

Одно их первых упоминаний о некоем подобии интуитивного познания в математике мы встречаем у Платона в его учении об анамнезисе, согласно которому человеческое сознание («душа») может «вспомнить» некоторые математические объекты, не прибегая к помощи восприятия каких-либо феноменов вещного мира. При этом в первую очередь греческого философа интересует познание *математических объектов* как особых сущностей, занимающих в иерархии бытия особую область – некую «математическую реальность», а не *объектов математики* как таковых, по сути выступающих частью самого мироздания.

Данная тенденция находит отражение и в более поздних учениях, вплоть до XX века. Так, К. Гёдель, предложивший рассматривать в качестве фундамента математического знания особую интуицию, позволяющую непосредственно постигать свойства математических сущностей и формулировать их в виде аксиом, пишет: «Не вижу, почему мы должны меньше доверять этому восприятию, то есть математической интуиции, чем доверяем чувственному восприятию, которое побуждает нас создавать на его основе наши физические теории… Вместе с тем *вопрос объективного существования объектов математической интуиции* (*что является*, заметим мимоходом, *точным повторением вопроса об объективном существовании внешнего мира*) (курсив наш. – *Д.Б.*) не является решающим для обсуждаемой проблемы»[4]. К гёделевскому обоснованию интуиции близок А. Конн: «Я полагаю, что математик развивает «чувство», несводимое к зрению, слуху и осязанию, которое позволяет ему воспринимать некую реальность, имеющую свои законы, как и физическая действительность, но гораздо более стабильную, поскольку она не локализована в пространстве-времени»[5]. Другой

---

[3] Мулуд Н. Современный структурализм. М.: Прогресс, 1973. С. 193.
[4] Godel K. What is Cantor’s continuum problem? // Amer. Math. Monthly. 1947. Vol. 54. N 9. P. 525.
[5] Changeux J.–P., Connes. A. Matiere a penser. Paris: Odile Jacob, 1989. P. 34.

последователь К. Гёделя, Н. Гудман, заходит в своих рассуждениях еще дальше: «Математик… сопоставляет себя с многообразием абстрактных структур, которые по своей сути предшествуют его математической активности. Он не создает эти структуры, а находит. В ходе своего обучения он все более, по причине развития своих способностей, формирует и совершенствует интуицию относительно этих структур… Его интуиция формируется посредством истин относительно математического мира, которые были открыты его предшественниками и его коллегами. Эта интуиция, в свою очередь, позволяет ему найти новые структуры и предложить новые гипотезы в отношении уже известных структур»[6]. Согласны с К. Гёделем и некоторые современные авторы: «Мы должны признать факт интеллектуальной интуиции, навязывающей нам законы идеальной предметности. Законченный ряд натуральных чисел недопустим эмпирически, но необходим с точки зрения интеллектуальной интуиции. Гёдель, безусловно, прав в том, что исходные очевидности математики – это не очевидности опыта и не продукт систематизации опыта»[7]. Как видно из приведенных фрагментов, вопрос о существовании объективной реальности, интуитивно постигаемой математиками, в лучшем случае затрагивается «мимоходом» на фоне многочисленных попыток установить связь между различными уровнями действительности, в ходе которых *реальность математическая* подчас представляется не менее объективной, чем материальный мир.

Схожую картину мы наблюдаем и у интуиционистов Л. Брауэра, А. Гейтинга, Г. Вейля и др., понимающих под математикой науку об интуитивно очевидных, ментальных конструкциях, свободную от «диктата» логики и языка[8]. Рассматривая интуицию как некий априорный принцип всякого математического рассуждения, ученые объясняют, как на основе некоторых интуитивно «построенных» *математических объектов* можно строить другие математические объекты (любопытно, что при этом они не дают объяснения выбора *исходной* интуиции – например, числового ряда). Об интуитивной способности сознания «отражать» самостоятельно существующие математические объекты также рассуждают представители менее радикальной версии интуиционизма – полуинтуиционисты Л. Кронекер, Э. Борель, А. Лебег, А. Пуанкаре, Ф. Кауфман и др.

Таким образом, начиная уже с Античности, внимание многих выдающихся философов и математиков приковано не столько к содержанию онтологически исходного предмета математики, сколько к математическим объектам, по сути своей – и в этом конструктивисты абсолютно правы – выступающим результатами конструирования,

---

[6] Goodman N.D. Mathematics as an Objective science // Amer. Math. Monthly. 1979. Vol. 86. N 7. P. 547.

[7] Перминов В.Я. Философия и основания математики. М.: Прогресс-Традиция. 2001. С. 59.

[8] Как известно, интуиционизм является одним из «преемников» идей математического конструктивизма И. Канта – отсюда налицо и своеобразное понимание интуиции как таковой.

проводимого в рамках фундаментальных очевидностей сознания. Объективная реальность, интуитивно «схватываемая» в математических закономерностях, оказывается попросту отодвинутой на второй план. Но ведь сознание математика изначально направляется не на «готовый», сконструированный в нем же самом объект[9], а на определенные стороны мира, на структуры объективного бытия. Сказанное, впрочем, не означает, что попытки «направить» интуицию математика за пределы познающего сознания вовсе не предпринимались в истории рефлексии над основаниями математики. Особенно показательными в данном отношении выступают отдельные идеи новоевропейских рационалистов. Так, уже Р. Декарт, полагающий основой всякой априорности «самодостоверность» интеллектуальной интуиции, подспудно «нащупывает» связь между структурами познающего сознания и структурами реального бытия, *помимо* математических, включающего и физические объекты[10]. Б. Спиноза, также отстаивающий приоритет интеллектуальной интуиции в математическом познании, оперирует в своих рассуждениях математическими объектами (например, пропорциями) в их *взаимосвязи* с объектами действительного мира, полагая, что через логический порядок и связь математических идей субъект постигает «порядок и связь вещей».

Вместе с тем важно понимать, что любой «предрассудочный», интуитивный акт (инсайт, категориальное созерцание, «контекстное» понимание, «чувство» сущности, включаемое «естественной установкой» сознания и т.д.) всегда носит лишь гипотетический характер и требует дальнейшей проработки в той или иной *категориальной* системе. Немецкий математик А. Фосс справедливо заметил: «Мы вынуждены… признать, что интуиция и понятие вообще не могут заменять друг друга, хотя интуиция и играет существенную роль при образовании и оживлении понятий»[11]. В частности, человеческой способности наряду с чувственным восприятием предметов осуществлять «интеллектуальное видение» мысленных объектов типа координат, счета, множества, порядка и т.п. явно недостаточно для того, чтобы связать два мира – математическую реальность и объективную действительность. Выражение математического мышления во всей сложности его абстрактных форм и номологически нагруженных смыслов, а также понимание основ и междисциплинарных связей математической науки возможно *только* на языке всеобщих философских категорий, а также сводящихся к ним наиболее абстрактных математических понятий: «Можно упорядочивать чувственные данные и строить картину мира с помощью геометрии Эвклида, можно – с помощью геометрии Лобачевского или Римана. Но… для того, чтобы ученые могли

---

[9] С предварительными оговорками по аналогии с «трансцендентальным субъектом» И. Канта его также можно было бы назвать «трансцендентальным объектом».

[10] См.: Декарт Р. Правила для руководства ума // Антология мировой философии. Т.2. М.: Мысль, 1970. С. 277.

[11] Фосс А. Сущность математики. М.: Книжный дом «Либроком», 2009. С. 40.

условиться в том, в каком пространстве и времени они будут рассматривать мир, у них уже должно быть какое-то общезначимое представление о пространстве и времени: иначе они просто не поймут друг друга и вообще ни о чем не смогут условиться»[12]. Наряду с геометрически артикулированным пространством, окончательно сформировать фундаментальные структуры арифметического мышления в раннем школьном возрасте помогают категории общего и количества: «Число 5 само по себе не существует в природе. В реальном мире мы встречаем пять книг, пять пальцев руки, пять букв в слове «наука» и т.п. Само число 5 есть… то *общее*, что свойственно всевозможным группам, состоящим из 5 предметов произвольной природы. Общим для таких групп (множеств) выступает *количество* элементов в них»[13]. Само словосочетание «общезначимые представления», употребляемое нами в отношении категориальных интуиций пространства, качества, количества, меры, отношения, необходимого, возможного и т.д., как нельзя лучше иллюстрирует диалектическое единство интуитивной и логической сторон математического мышления.

В то же время развитие математики (да и науки в целом) едва ли стало бы возможным, если бы вышеназванные категории замыкались «сами на себе» или на частно-научных понятиях, именующих математические объекты. Выступая предельными смысловыми структурами сознания, фундаментальные философские понятия прежде всего отражают объективные структуры реальности, выражая тем самым онтологическую обусловленность человеческой способности математического познания мира[14].

Подводя итог, отметим, что в современном философском дискурсе открытыми остаются многие вопросы, связанные с постижением той уникальной взаимосвязи мира и мышления, которую принято называть местами обыденным, а местами пугающим своей принадлежностью к миру чего-то сложного и непонятного словом «математика». В настоящее время среди прочего требуют изучения различные аспекты математической интуиции и ее связи с рациональными формами постижения бытия, взаимосвязь символического, образного и содержательного в математическом познании, социокультурная обусловленность профессиональной деятельности математика и т.д. В частности, можно показать, что не только математический объект, «истонченный» до состояния абстракции, но и объект математики как науки может быть формализован в той или иной онтологической аксиоматике, представляющей собой определенную категориальную структуру. В этом

---

[12] Сагатовский В.Н. Философия как теория всеобщего и ее роль в медицинском познании. Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1968. С. 144–145.

[13] Мейдер В.А. Учителю о философских проблемах математики. М.: Прометей, 1989. С. 160.

[14] Подробнее об этом см.: Букин Д.Н. Онтологические основания математической рациональности. Волгоград: Изд-во ВолГУ. 2013. 211 с.

случае правомерно говорить о возможности расширения наших интуитивных способностей постигать не только «свое в мире», но и «мир для нас» как он есть.

В.А. Еровенко
(Минск)

ЦЕННОСТНЫЕ ПРЕДПОЧТЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ КАК МЕТОДОЛОГИЧЕСКАЯ ПРОБЛЕМА «ФИЛОСОФИИ ПОНИМАНИЯ»

Несмотря на бурный расцвет, а также выдающиеся достижения XX века, математика стала непонятной очень многим. Эта проблема волновала французского математика и мыслителя Анри Пуанкаре. «Чем объяснить, что многие умы отказываются понимать математику?» – спрашивал он. По существу, это философская проблема, которая нелегко решается, но которая должна занимать всех, кто может понять саму проблему понимания математики. Ее анализу с точки зрения профессионального математика и преподавателя посвящена эта статья.

* * *

С сожалением приходится признать, что часть будущих студентов не получает за время обучения в школе необходимого образовательного минимума математической подготовки, который соответствует простейшим требованиям их дальнейшей профессиональной практики. «Сопротивление математике» зарождается уже на школьном уровне из-за методологического противоречия между интуитивными представлениями учащихся и способами объяснения абстрактных математических объектов, то есть тем, что способствует пониманию дедуктивного аспекта аргументации. Кроме того, существующая сейчас свобода методологического выбора в математике не является основанием для оптимизма в отношении математического образования. Безусловно, многое зависит от ценностных предпочтений в математическом образовании, но тогда также необходимо выявлять, чьи эти ценности и каковы их предпочтения в контексте развития самой математики.

Специфика математики проявляется в доказуемости математических утверждений, что нагляднее всего отличает математику от других областей научного знания. Именно математические доказательства являются общепринятыми «эталонами бесспорности». Безусловный авторитет в этой области профессор математики В.А. Успенский утверждает: «Отличие математического доказательства от доказательств в других науках состоит в том, что в математике порог убедительности значительно выше. Можно сказать, что математические и нематематические доказательства имеют разные «амбиции»»[1]. Точнее, если доказываемое математическое утверждение должно выполняться с необходимостью, то нематематические доказательства претендуют лишь на то, чтобы убедить в

[1] Успенский В.А. Апология математики. СПб.: Амфора, 2011. С. 329.

правильности доказываемого утверждения с «подавляющей вероятностью». Поэтому следует признать, что мир современной математики редко открыт непосредственному интуитивному восприятию. В связи с этим «наглядность» в наивном смысле постепенно теряет эвристическое значение не только в современном естествознании, но и в математике.

Чаще всего трудности с восприятием математики происходят из-за того, что где-то произошел «разрыв понимания». Даже разовое недопонимание промежуточного или вспомогательного утверждения может впоследствии вырасти в «снежный ком непонятого». С точки зрения философии математического образования, понимание можно интерпретировать как самое совершенное и эффективное математическое познание, которое только возможно в ученической или студенческой аудитории. Существуют и социальные причины феномена «сопротивления математике», которые не противоречат здравому смыслу. Со временем ученическая непосредственность восприятия превращается в предрассудки непонимания и математическое невежество взрослых людей. Эта «культурная инфантильность», проявляющаяся у некоторых людей гуманитарных профессий, не преодолевается и университетским образованием с помощью профессионально ориентированных курсов математики, когда математические знания преподаются системно. Даже математики признают, что в этой парадоксальной ситуации виноваты обе стороны, а именно, как сами гуманитарии, воспринимающие непонимание как норму, так и педагоги-математики, нежелающие прилагать дополнительные усилия на то, чтобы разъяснять свою науку «непосвященным».

Существуют различные концепции понимания, которые по-разному трактуют, что собственно означает процесс понимания в учебной аудитории. На примере математических курсов опытный педагог всегда может убедительно продемонстрировать различие методов объяснения и понимания, которое зависит от его понимания сущности познания. В частности, понимание в философском контексте противоположно объяснению, поскольку оно не довольствуется непосредственно содержащимся в доказательстве или учебном математическом тексте. Методологическая обоснованность всей системы знаний делает вузовское математическое образование более эффективным. Но что конкретно означает понимание? В философии математического образования понимание – это наиболее существенная сторона содержания научного знания. Например, если искусством можно наслаждаться, даже не понимая его, то уже элементарная математика для наслаждения требует ее понимания. Но понимание сложной теоремы не сводится лишь к пониманию каждого шага доказательства. Здесь уже необходимо целостное видение всех этапов доказательства за ограниченный промежуток времени. Если понимание интерпретировать как «живое знание», то его нельзя передать – оно достигается каждым человеком самостоятельно.

За последние триста лет наукой пройден огромный путь от незнания к знанию, от неполного знания к полному пониманию проблем, от количественных методов познания к качественно новым методам. Но замечательные достижения математики XX века не нашли пока отражения в дисциплинах мировоззренческого уровня, включая учебники по математике для студентов и школьников. Хотя именно эти достижения имеют общезначимый характер и их присутствие в образовательных программах обязательно. Важно не потерять время обучения, считает академик С.П. Новиков: «Чем больше возраст, тем труднее влезают в голову знания, да и жизнь начинает предъявлять свои требования, мешает учиться бесконечно долго. Не последним по важности является и необходимость рано вырабатывать устойчивую привычку к напряженной работе, к логической точности, необходимое упорство и способность концентрировать свой мозг на этом»[2]. Такой процесс изучения «математики для жизни» характеризуется непрерывностью, не допускающей пугающего будущих студентов деления на школьную и вузовскую математику. Поэтому следует задуматься над методологическими проблемами, которые касаются пересмотра содержания математического образования в духе воспитания стремления к познанию и совершенствованию знаний.

В философских и социально-гуманитарных науках, ориентированных на постижение человеческого духа и раскрытие тайных смыслов, приоритеты со строгого научного объяснения смещаются на понимание. Строгость математики неотделима от понимания и объяснения, так как процесс вывода может происходить на разных уровнях строгости. А собственно говоря, что такое строгость? Это свойство рассуждения, не позволяющее опровергнуть его чисто логическим путем. Короткое словесное объяснение, если вы заинтересуетесь деталями, будет прерываться на каждом шаге вопросами «почему», так что оно, по существу, превратится в краткий пересказ полноценного доказательства. Только от комплимента не требуется доказательства его достоверности. В математике, как и в философии, многие очевидные утверждения опираются на интуитивные ощущения, поэтому проведение формального доказательства необходимо для того, чтобы контролировать эти ощущения на общепринятом уровне строгости и полноты, хотя они и различаются в разных областях математики. Приобретая полноту, теория приобретает и свойство необходимости теории. Главной причиной недостаточного внимания к проблеме доказательства является математическая сложность

---

[2] Новиков С.П. Вторая половина XX века и ее итог: кризис физико-математического сообщества в России и на Западе // Вестник ДВО РАН. 2006. № 4. С. 5.

аргументации. К сожалению, у нас нет данных об интеллектуальных результатах практического преподавания математики, кроме традиционных заклинаний – развития логического мышления и умений решения задач.

Математический текст с его строгими дедуктивными выводами и способностью точно передавать информацию нельзя просто отождествить с исходной математической идеей. Дедуктивный метод – это система рассуждений, использованная Евклидом при построении геометрии, с которой знакомы все, кто учился в общеобразовательной школе. Неудивительно, что любой конспект по математическому курсу, составленный школьником или студентом, до сих пор напоминает «Начала» Евклида. Как отмечает философ и логик М.М. Новосёлов, «дедукция на основе содержательных посылок в трактовке научного объяснения как теоретического принципа (а не тактики в объяснительном процессе) является ведущим логическим элементом, оправдывающим возможность применения математических методов любого рода»[3]. Вообще говоря, на ранних стадиях обучения математике позиционировать дедукцию как необходимое условие объяснения нельзя, так как в отдельных случаях целесообразно давать такое объяснение, которое по смыслу более соответствует «переводу с математического языка в целях понимания», чем строму выводу. В дедуктивном методе сначала даются строгие определения понятий, которые будут использоваться в математических построениях, затем определяются правила действий с ними и связывающие их соотношения, например аксиомы и леммы. После этого в процессе вывода используются лишь логические операции и доказанные математические утверждения. Происходит это чаще всего по многовековому учительскому методическому принципу: «делай как предписано».

Физику-теоретику, изменившему классическое представление о пространстве и времени, Альберту Эйнштейну приписывают фразу «как много мы знаем и как мало мы понимаем». Знание и понимание – это не одно и то же. Старый образ «раздевания капусты» в познании, рассматриваемый как последовательное движение к истине в конструктивном диалоге естественнонаучных и гуманитарных культур, заменяется на новый метафорический образ «разделки лука», имеющей более горький привкус, поскольку современное знание производит не только известное, но и неизвестное. Последнее означает, что современный рационализм – не единственный источник мировосприятия в сознании человека. Но наука никогда не претендовала на всезнание. Апелляция к науке выступает здесь как наиболее существенный момент современного мировосприятия, помогая обыденному сознанию «расколдовывать мир». Что касается требования полноты научного знания, то оно не абсолютно,

[3] Новоселов М.М. Абстракция и логика объяснения // Вопросы философии. 2009. № 1. С. 78.

так как многие формальные теории неполны, хотя и имеют бесспорную познавательную ценность, а вот строгость формализации содержания является совершенно необходимым требованием математического познания. В XX веке выяснилось, что любой исследователь – это не только действующее лицо процесса научного познания, более того, он является «неустранимым субъективным элементом» научного знания. Но среди его ценностных предпочтений могут оказаться такие, которые исключают ответственность перед математическим образованием.

Методически сильные преподаватели, объясняя теоретические построения, для большего понимания в студенческой аудитории обращаются иногда в доказательствах к «ссылкам на очевидность» или «метафорам в математике», при необходимости развивая их с достаточно эмоциональной убедительностью. Но даже такого рода доказательность всегда строится на самой безупречной логике, знакомство с которой полезно в первую очередь для тех, кто хочет совершенствовать свой способ мышления. В таком контексте сошлемся на мнение профессора математики Е.М. Вечтомова: «Обучение математике студентов-гуманитариев преследует три главных цели: 1) общенаучную, представляющую математику как важнейшую форму научного познания и необходимый элемент мировой культуры; 2) развитие логического мышления, столь значимого для любого современного специалиста; 3) профессиональную, где математика выступает в качестве инструмента работы и исследований конкретного специалиста»[4]. С этим трудно не согласиться даже самому предубежденному против математики студенту, поскольку речь идет о прагматической пользе курса математики.

Одной из причин широко распространенного «математического нигилизма» является плохое владение таким далеко не однородным явлением, как «язык математики». Любой язык можно рассматривать в качестве посредника между духовным и природным, с помощью которого объективируется самосознание личности. Специфика языка математики состоит в том, что это не столько форма выражения готовых мыслей, сколько способ содержательной организации и представлений знания. Поэтому язык не остается неизменным – он приспосабливается к условиям жизни, обогащается словарным запасом и вырабатывает новые средства для выражения тончайших оттенков мысли. Для этого создаются собственные языки науки, специально приспособленные для точного и краткого выражения мыслей, свойственных профессиональной деятельности. Суть междисциплинарного диалога математиков и гуманитариев – это не обмен монологами, а поиск общих культурных ценностей при сохранении индивидуальной свободы развития каждого

[4] Вечтомов Е.М. Метафизика математики. Киров: Изд-во ВятГГУ, 2006. С. 249.

востребованного научного знания[5]. Исследования, начавшиеся с изучения математического рассуждения и функций языка, продолжаются в попытках охватить уже нематематические сферы применения математики, когда приходится принимать решения и анализировать целостные образы в сложных и неформализуемых ситуациях. Математические доказательства, в свою очередь, позволяют иногда формулировать новые языковые правила, когда новые задачи не поддаются обобщению на них старых методов.

Напомним хорошо известные познавательные функции математического образования. Это описательная, объяснительная и прогностическая функции, которые лежат в основе формирования фактологического, критического и научного типов мышления, условно относящихся к этапам начальной, базовой и средней школы, предшествующим профессиональному образованию. Они способствуют формированию «образовательной свободы», поскольку в начальной школе – это «саморазвитие», а в средней школе – «самоутверждение». Продолжая эту цепочку, можно добавить, что в высшей школе – это «самовыражение». Достойно и доступно представлять математику совершенно необходимо, поскольку репутация математики в глазах некоторых учащихся и студентов зиждется на незнании и ошибочных представлениях. Хотя сами учебные знания по математике формируют разные профессиональные и когнитивные компетенции в школе и вузе. По мнению философа науки и образования Б.И. Федорова, «в вузе они оказываются самоцелью обучения, а в школе они в первую очередь средство обучения, средство достижения главной цели школьного образования»[6]. Речь идет, прежде всего, не о донкихотских курсах «математики для всех» или «для тех, кому она не нужна», а о необходимом профессионально ориентированном курсе математики для студентов социально-гуманитарных специальностей. В конце концов, образование направлено на развитие способностей, в том числе и математических, очерчивая тем самым горизонты незнания.

Основная причина, по которой некоторые студенты утверждают, что они «не любят математику», состоит не в том, что они не любят математику как таковую, а в том, что они не любят терпеть неудачи. Отношение к математике как к чему-то сверхсложному приводит к тому, что некоторых учащихся, которые не могут получить в школе удовлетворительную отметку по алгебре, почему-то стали называть людьми с «гуманитарным складом ума». Но ведь даже филологи не осмеливаются оценивать качество оригинала через субъективно неудачный перевод. Университетский курс математики является прекрасным

---

[5] Еровенко В.А. Диалог культур в гуманитарном и математическом образовании // Вестник Московского университета. Серия 20: Педагогическое образование. 2014. № 2. С. 34–44.
[6] Федоров Б.И. Школа интеллекта // Философские науки. 2009. № 5. С. 123.

полигоном для выработки умений, способствующих формированию рефлексии и самоанализа своих действий, поскольку в отличие от школьной математики он не ориентирован только на правильные доказательства правильных теорем. Но в том, что представляется истинным преподавателю математики, студента-гуманитария еще предстоит убедить – в этом состоит проблема убедительности. Пытливый ум всегда требует убедительных доказательств высказываемых истин. В последнее прагматичное время больше доверяют тестам, чем преподавателям, забывая, что для большинства из них математика – это не только профессия, но и один из способов воплощения их талантов. Качества, необходимые для выбора правильного ответа из нескольких представленных в тестах, имеют мало общего в контексте максимы «ум в порядок приводит» с теми качествами, которые традиционно провозглашаются результатом обучения математике.

Изучение математики учит нас по-новому оперировать понятиями, поэтому можно сказать, что математическое образование влияет и на нашу понятийную деятельность. Поясним это на примере шахматной партии. Понимать ее – это значит знать, почему игрок выдвигает именно эту фигуру раньше другой, которую тоже можно было бы подвинуть, не нарушая уже принятых правил игры. Известный философ Э.В. Ильенков, размышляя о тех, кто знает разнообразную математическую литературу, но не понимает математику, сказал: «Любого человека, будь то студент, будь то школьник, надо вводить в науку не с сообщения ему готовых понятий, готовых аксиом и постулатов, готовых правил или алгоритмов, как это обычно делается, а прежде всего через понимание тех вопросов, ради решения которых человечество данную науку изобрело»[7]. Суть философии математического образования заключена в интеллектуальной свободе, которую дает нам математическое познание. Когда пытаются трактовать истинность суждения как соответствие чему-то, то такой методологический подход не вполне состоятелен, поскольку мы всегда упираемся в вопрос: Что значит соответствовать? Нельзя смешивать понятие истины с понятием познаваемости, то есть с возможностью истины быть познанной. Познаваемость не шире и не уже понятия истины, а отличается от нее тем, что включает ее в себя как составную часть. Например, для психологического убеждения в истинности некоторых математических утверждений, полезных с точки зрения философии понимания, доказательство, возможно, в некоторых случаях не требуется.

Математические теоремы превосходят шахматные задачи по глубине и серьезности, поскольку последние – это интеллектуальный продукт ограниченного комплекса не слишком фундаментальных остроумных идей. Даже если допустить, что математические теории являются плодом человеческого воображения, то они при этом имеют строго определенные

[7] Ильенков Э.В. Дидактика и диалектика // Alma mater. 2005. № 1. С. 34.

свойства, подобные правилам шахматной игры или римскому праву. Разница между шахматной задачей и математическим доказательством состоит в том, что точные определения математических объектов и допустимых правил действий с ними не заданы с самого начала, а вырабатываются в процессе понимания «математической игры». Не следует воспринимать это излишне упрощенно, так как, например, шахматные партии, как и математические доказательства, тоже имеют разные уровни сложности. Уж очень велико количество вариантов, недоступных пониманию. Если бы шахматная игра была бы только математикой, то ей бы занималось около ста шахматистов, играющих на одном уровне. Хорошая шахматная задача – это тоже настоящая математика, но в определенном смысле это все же «тривиальная математика». Даже если бы шахматы никогда не были изобретены, математики мыслили бы так же, а результаты их деятельности оказывали бы рациональное влияние на человеческую мысль за пределами математики.

В ответ на глубокомысленные рассуждения Вагнера о науке и знании въедливый Фауст, из великого творения Иоганна Гёте, задает важнейший для нас вопрос: «Что значит знать? Вот в чем все затрудненья!» Вопрошая так, мы начинаем полнее осознавать самих себя. Проблема «что я могу знать», при кажущейся наивности, не может не волновать человека, если он развитием своего разума подготовлен к осознанию этой проблемы. Поэтому, как справедливо заключает известный математик С.С. Кутателадзе, «перед преподавателем стоит задача сломать преграды к пониманию математики, показать раскрепощенную сущность ее свободного мышления, объяснить, что математика – это самая человечная из человеческих наук»[8]. Математическое знание не надо восхвалять, оно в этом не нуждается. Даже если для некоторых студентов современная математика никогда не станет «хлебом насущным», при методически правильной и эффективной подаче она может стать для них прекрасным «когнитивно-интеллектуальным опьянением» или даже «математическим опиумом», дающим определенное философско-познавательное наслаждение. Современная математика бесстрастно проверяет нашу готовность к усвоению абстрактных рассуждений. Поэтому в любом содержательном учебном курсе «математики для нематематиков» нельзя обойтись без ссылок на вполне естественные трудности понимания для студентов научного знания в «необъятном океане незнания».

Такой интеллектуальный колосс культуры, как современная математика, тоже состоит из многочисленных островов знания в своем собственном «море незнания», но математики любят наводить паромные переправы и мосты, значение которых для всех наук огромно.

---

[8] Кутателадзе С.С. Апология Евклида // Владикавказский математический журнал. 2006. Т. 8. Вып. 2. С. 63.

Математические мосты позволяют обмениваться идеями не только между математиками, но и их коллегами с других «островов». Поэтому столь велика роль понимания, точнее, пока еще плохо методологически оформленной концепции философии понимания, которая предполагает участие в совместной с преподавателем деятельности, поскольку учащиеся и студенты не могут воспринимать адресованные им знания, если они не настроены на них. Кроме того, человеческий разум зависит от душевных состояний и буйства страстей. Он может погрузиться во мрак и даже поступать глупо, поскольку человек, наделенный разумом и страстями, всегда находится во власти противоречий. Проблема философии понимания заключается в таких способах реализации человеческой деятельности, с помощью которых человек «надеется на понимание», «ищет понимание» и «находит понимание». Для этого преподавателю и философу математики необходимо постоянно выявлять методологические основания эффективной образовательной деятельности, при условии, что студенты тоже реально заинтересованы в постижении нового для них знания.

В естественнонаучном знании распространено почти немотивированное, стройное и систематическое изложение теории. Но большинству студентов-гуманитариев нужна мотивация, в роли которой теория, даже очень стройная, чаще всего выступать не может. Поэтому в такой студенческой аудитории предпочтителен не монолог преподавателя, а диалог профессора и студента, который служит основой любого междисциплинарного синтеза. Сложность языка науки стала не только философским понятием, но и проблемой междисциплинарных связей, хотя поиск универсального критерия сложности не привел пока к значимым общеметодологическим результатам. Другого рода трудности поджидают нас на пути построения семантики формальных естественных языков. Наивное убеждение о том, что каждой фразе русского языка можно непротиворечивым образом придать значение истинности, опровергается известным философам «парадоксом лжеца». Недостаточность естественного языка особенно остро чувствуется в теоретической математике, где доказательства не проверяются в опыте, а обосновываются чисто логически. Безусловно, это создает трудности «философии понимания» при изложении математики уже, например, на школьном уровне.

В таком коммуникативном процессе проявляется способность к самовыражению, которая в образовательном контексте неизбежно содержит в себе некоторые элементы педагогического принуждения[9].

[9] Еровенко В.А. «Рациональный оптимизм» в философской проблеме понимания, или методологическая сущность общего математического образования // Методология и философия преподавания математики и информатики. Минск: Изд. центр БГУ, 2015. С. 301–329.

Довольно часто «понимание» и «осмысление» представляются в качестве синонимов, хотя знания воспринимаются только тогда, когда они способны выявить смысл направленных к ним сообщений. Но все ли молодые люди способны осознать, что они имеют в виду, говоря о смысле и осмыслении? Можно уйти от ответа на этот вопрос, сославшись на специфику научного статуса «гуманитаристики», определяемого неизбежной «импрессионичностью» познания. Но, учитывая обреченность гуманитарного знания на вариативность, множественность и нетождественность выводов, несмотря на их вполне достойную академическую упаковку, нельзя не признать того факта, что аналитические способности, а также логическое мышление помогают развивать математическое знание.

В.Н. Князев, В.Е. Пеньков
(Москва)

КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В АСПЕКТЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ ПРОГРАММ

Рассматриваются эпистемологические аспекты развития современной космологии в контексте методологии исследовательских программ. В фундаменте программы методологии эволюционизма лежит концепция супервзаимодействия. Анализируются компоненты жесткого ядра, положительная и отрицательная эвристика программы глобального эволюционизма. Выявляются мировоззренчески-значимые смыслы космологических теорий.

* * *

В рамках развития современной науки принципиально важную роль играет изучение космологических проблем в силу их мировоззренческой значимости. При этом любая космологическая теория может рассматриваться как составляющая часть общего физического знания, поскольку это те же законы физики, но перенесенные на современные представления о Вселенной. Следует также учитывать, что вплоть до второй половины XX века в отечественной философии базовым элементом методологического анализа была научная теория. Задача философии состояла в том, чтобы проверять ту или иную теорию на предмет соответствия классическим критериям научности. В современном постнеклассическом состоянии науки взаимосвязь уровней ее функционирования с неизбежностью усложняется, включая эмпирический, теоретический, метатеоретический и философско-методологический уровни. В этой статье мы постараемся выявить роль методологии научно-исследовательских программ в развитии идеи глобально-космической эволюции. Известно, что базовые характеристики общей методологии научно-исследовательских программ разработаны И. Лакатосом[1] в середине XX века.

Следует подчеркнуть, что в самой физике многочисленные открытия в области теории элементарных частиц, попытки объединения фундаментальных взаимодействий в единую теорию, появление теории инфляционной Вселенной и ряд других достижений явно показали интеграцию физического знания. При этом физические теории стали настолько абстрагированными от реальности, что появились совершенно абстрактные единые теоретические модели объектов и процессов микро- и мегамиров, а в целом эти исследования получили название

[1] Лакатос И. Фальсификация и методология научно-исследовательских программ. М.: Медиум. 1995.

космомикрофизика[2]. Кроме того, теоретико-математические разработки стали настолько опережать развитие техники, что прямые эксперименты для подтверждения тех или иных теорий стали невозможными. Понятно, что в такой ситуации классические критерии научности перестали работать, возникла необходимость выявить новые методологические подходы для анализа теорий, которые не могут быть проверены экспериментально, а также для систематизации физического знания в целом. Стало ясно, пишут М.Д. Ахундов и С.В. Илларионов, что «научное знание образует сложную систему, в которой теория является лишь одним из элементов более крупной целостности и которая требует для своего выражения более емкого понятия»[3]. В связи с этим возникла необходимость философского анализа и систематизации физических теорий и выработки новых методологических концептуальных конструктов для осмысления физического знания и анализа перспективных путей его развития.

В философии науки к рассматриваемому времени уже были созданы различные структурно-понятийные формации (методологические конструкты), претендующие на роль методологического подхода для решения поставленной задачи. Куновское представление о парадигмах оказалось некоторым приближением к анализу структуры современной физики, но в силу излишней аморфности не очень результативно способствовало анализу современной математизированной физики. Поэтому отечественные философы науки – М.Д. Ахундов и С.В. Илларионов – рассмотрели возможности концепции исследовательских программ И. Лакатоса. Последнего «интересовал процесс рациональной реконструкции истории науки, но для реализации этой очень важной задачи оказывается необходимой рациональная модификация самой концепции Лакатоса. Следует отметить, что такая модификация возможна по отношению не к любой науке, а только к таким, которые достигают достаточно высокого уровня теоретизирования, математизации и формализации»[4]. Такими свойствами явно обладает современное физическое знание.

Основная задача этого перехода заключается в том, чтобы выявить некую базисную теорию физической исследовательской программы, которая будет выполнять роль жесткого ядра. Причем эта теория должна носить обобщенный абстрактный характер и содержать в себе совокупность методологических принципов ее построения, которые, в свою очередь, выполняют роль положительной эвристики исследовательской программы. В отличие от фундаментальной

---

[2] Князев В.Н. Космомикрофизика в свете концепции супервзаимодействия // Наука и школа. 2014. №1. С. 37–40.

[3] Ахундов М.Д., Илларионов С.В. Преемственность исследовательских программ в развитии физики // Вопросы философии. 1986. № 6. С. 59.

[4] Там же. С. 60.

физической теории, которая, так или иначе, описывает конкретную область объектов или явлений, базисная теория, с точки зрения М.Д. Ахундова и С.В. Илларионова, «должна быть представлена в такой обобщенной и абстрактной форме, которая допускает ее соединение с достаточно широким классом специальных конкретизаций и дополнительных гипотез. Именно это обстоятельство и определяет существование исследовательской программы, позволяющей строить множество конкретных теорий», что, согласно авторам, предполагает политеоретичность исследовательской программы, поскольку «базисная теория может соединяться не только с разными дополнительными гипотезами, но и с разными конкретизациями объектов исследования или взаимодействий в рамках одной программы»[5]. Главной отличительной особенностью описанного методологического подхода является возможность совмещать в одной исследовательской программе несколько различных теорий. Это позволяет строить различные теоретические реконструкции явлений без прямой экспериментальной проверки, а также выдвигать новые гипотезы, что приводит к развитию самой исследовательской программы. «В общем плане выдвижение вспомогательных гипотез и построение с их помощью новых конкретных физических теорий представляет собой процесс развертывания внутренних возможностей физической исследовательской программы»[6].

В середине 80-х годов XX века в физике роль базисной теории исследовательской программы играла квантовая теория неабелевых локально-калибровочных полей с нарушенной симметрией, удовлетворяющих условию перенормировки. Именно это позволило разработать математизированные теории объединения всех фундаментальных взаимодействий в природе: описания гравитационного, электромагнитного, слабого и сильного взаимодействий элементарных частиц в рамках единой теории. Роль фундаментальных теорий для этой базисной абстрактной теории играли единая теория калибровочных взаимодействий, теория электрослабых взаимодействий Глэшоу-Вайнберга-Салама, квантовая хромодинамика и теория Великого объединения (Grand Unification). Последовательное развитие этих теорий закономерно привело к возникновению концепции супервзаимодействия[7]. Последняя по-новому ставит вопрос о фундаментальности так называемых фундаментальных типов взаимодействий. Ещё в середине XX века электромагнитные, слабые, сильные и гравитационные взаимодействия считались чуть ли не абсолютно фундаментальными потому, что каждый из этих типов нельзя ни объяснить, ни вывести из существования других

[5] Там же. С. 61–62.
[6] Там же. С. 63.
[7] Князев В.Н. Космомикрофизика в свете концепции супервзаимодействия // Наука и школа. 2014. №1. С. 38–39.

видов взаимодействий. Типы фундаментальных взаимодействий различаются по величине константы связи. Однако нет абсолютной неизменности констант связи, а так называемые эффективные константы связи изменяются в зависимости от энергетических параметров. При сверхвысоких энергиях (в масштабе планковских параметров – 10^{19} ГэВ) теоретически установлена тенденция к слиянию констант связи, что приводит к представлению об унификации всех фундаментальных сил природы. Согласно концепции супервзаимодействия, само оно (супервзаимодействие) есть не номинальный, а реальный динамический процесс самоорганизации материи, начавшийся с Большого взрыва. Это позволяет на основе теоретической экстраполяции моделировать сам механизм «расщепления» супервзаимодействия на «дочерние ветви», рассматривать дальнейшую дивергенцию фундаментальных взаимодействий и обсуждать различные «сценарии» эволюции Вселенной.

Говоря более конкретно, при температурах ниже планковских происходит выделение гравитационного взаимодействия, а оставшееся объединение описывается как Grand Unification. При дальнейшем снижении температуры происходит расщепление единого взаимодействия на сильное и электрослабое, затем электрослабое взаимодействие разделяется на слабое и электромагнитное.

В настоящее время теория электрослабого взаимодействия является твердо установленной и экспериментально проверенной, теория великого объединения подтверждается отдельными косвенными экспериментами. Концепция же супервзаимодействия (суперобъединения) «может быть охарактеризована как последовательный результат развития современных тенденций объединения различных физических представлений, интегративно выражающих идеи теории Великого объединения, суперсимметрии, суперструн, супергравитации и глобально эволюционного подхода»[8], не имея экспериментального подтверждения. Однако, как отмечает В.Н. Марков, «чрезвычайно сильным «эмпирическим» аргументом в пользу правомочности последней (идея суперобъединения. – *В.К.* и *В.П.*) является сам факт рождения и существования нашей Вселенной!»[9]. С этим утверждением можно поспорить – получается, ученые создали теорию, объясняющую существование Вселенной, а сам факт существования последней рассматривают как ее подтверждение. Данное утверждение можно рассматривать лишь на уровне пояса защитных гипотез как один из возможных вариантов реализации начальных условий, описываемых теорией суперобъединения.

---

[8] Князев В.Н. Проблема «темной энергии» в контексте концепции супервзаимодействия // Наука и школа. 2012. № 3. С. 101–104.

[9] Марков В.Н. Эволюция ранней Вселенной и квантовая лестница ее структурного морфогенеза // Наука и школа. 2008. № 3. С. 22–25

Тем не менее «механизм динамики физических исследовательских программ состоит в том, что гипотезы и допущения из защитного пояса старой программы переходят в «твердое ядро» новой программы»[10]. Следовательно, методологический подход здесь следующий: новую исследовательскую программу необходимо строить на основе создания новых моделей «допланковской» реальности, из которой возможно появление эмпирически наблюдаемого мира и самой пространственно-временной структуры. «Для объективации подобного научного факта Человеку желательно было бы заглянуть за сакраментальный планковский предел»[11]. Здесь речь идет не просто о «допланковской» реальности, а о принципиально новом подходе к описанию мира. При этом подходе вакуум, состоящий из «допланковской материи», – «это пограничная субстанция между дофизической и физическими реальностями»[12]. Как отмечает В.Ф. Панов, «современное понимание нерешенных проблем физики элементарных частиц и космологии приводит к выводу, что перед естествознанием встают вопросы весьма нестандартного характера и в ближайшем будущем, возможно, произойдет радикальное дополнение имеющихся сегодня представлений о законах природы», поскольку «для интерпретации космологических наблюдательных данных необходимо привлекать гипотезы, выходящие за рамки представлений о физике элементарных частиц и их взаимодействий»[13]. В.Ф. Панов высказывает гипотезу, согласно которой объекты допланковского мира (часто называемые «сингулярным состоянием») не участвуют ни в каких фундаментальных взаимодействиях, могут проявляться лишь косвенным образом и не существуют в свободном состоянии (подобно кваркам).

Одним из возможных кандидатов на роль допланковской реальности может быть так называемая «темная энергия», представляющая собой слабовзаимодействующую физическую субстанцию, пронизывающую все пространство видимой Вселенной. Ее введение в современную физическую картину мира приводит к мысли, что возможно существование и других видов взаимодействия (антигравитации), которые просто не встречаются в нашей области Вселенной и тем самым для нас являются как бы невидимыми. Открытие темной энергии явилось сенсацией номер один в физике на рубеже XX–XXI вв. и стало неожиданностью для большинства исследователей, в особенности

---

[10] Лакатос И. Фальсификация и методология научно-исследовательских программ. М.: Медиум, 1995. С. 65.

[11] Марков В.Н. Эволюция ранней Вселенной и квантовая лестница ее структурного морфогенеза // Наука и школа. 2008. № 3. С. 23.

[12] Панов В.Ф. Проблема дофизической реальности // Новые идеи в философии. 2009. Т. 1. № 18. С. 225. С нашей точки зрения термин «дофизическая реальность» недостаточно корректный. Мы используем термин «допланковская реальность», как реальность за пределами планковских параметров.

[13] Панов В.Ф. Проблема дофизической реальности // Новые идеи в философии. 2009. Т. 1. № 18. С. 221.

работающих на стыке физики элементарных частиц и космологии, то есть космомикрофизики[14].

Итак, рассмотрение современного космологического знания на конкретно научном уровне в рамках модифицированной М.Д. Ахундовым и С.В. Илларионовым исследовательской программы И. Лакатоса позволяет наметить пути дальнейшего развития методологии космологического знания на основе поиска допланковской формы реальности с использованием принципиально новых подходов к описанию мира. В качестве жесткого ядра формирующейся исследовательской программы теоретической космологии должна выступать базисная теория, описывающая допланковскую реальность, способную порождать как обычную физическую реальность, так и пространственно-временную структуру.

Таким образом, в статье проанализирована возможность интерпретации и осмысления применения идей исследовательской программы эволюционизма при анализе современного состояния космологического знания. При этом в определенном аспекте реализуется понимание единства современного физико-теоретического знания о космомикрофизике на основе концепции супервзаимодействия. Философское осмысление мировоззренчески значимых вопросов, возникающих в ходе развития научного знания, позволяет «вписать» сущность новых открытий в науке в современную культуру. Ныне единство космологического знания[15] находит своё выражение в конкретном многообразии физических теорий, в единстве концептуально-понятийных структур космомикрофизики, их методологических оснований, принципиальном единстве астрофизической картины мира, стилей мышления, исследовательских программ, математического формализма. Существенные аспекты исследовательской программы эволюционизма реализуются через принципы соответствия, преемственности, детерминизма, системности, целостности, единства мира, всеобщей взаимосвязи и развития, самоорганизации и структурности. Все это помогает в самом понимании тенденций развития современной космологической мысли.

---

[14] Князев В.Н. Проблема «темной энергии» в контексте концепции супервзаимодействия // Наука и школа. 2012. № 3. С. 102.

А.Н. Кочергин
(Москва)

ОНТО-ГНОСЕОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННОЙ КОНЦЕПЦИИ БИОГЕНЕЗА

В статье излагается информационная гипотеза происхождения жизни и выявляются ее онто-гносеологические основания. Если существующие биохимические концепции главное внимание обращают на физико-химическую основу субстратов, приводящих к возникновению жизни, то выдвигаемая в качестве дополнения к ним информационная гипотеза главное внимание обращает на процесс формирования живых систем с точки зрения самоорганизации.

* * *

Проблема биогенеза в настоящее время имеет большое значение не столько с точки зрения искусственного воссоздания живого, сколько для выявления общих принципов и механизмов самоорганизации и развития биосистем. Решение этого вопроса, в свою очередь, важно для целого ряда фундаментальных медико-биологических проблем. Зная наиболее важные механизмы формирования организмов в норме, мы можем дедуктивно вывести целый ряд гипотез относительно патологии процессов развития и функционирования. В связи с этим данная проблематика приобретает непосредственное значение для медицины. Целью данной статьи является выявление онто-гносеологических оснований информационной гипотезы возникновения жизни, выдвинутой в работе, посвященной проблемам иформациогенеза[1].

Для выявления логики данного процесса необходимо дать схематическое описание процесса биогенеза, которое в дальнейшей конкретизации может быть существенно откорректировано (сразу предусмотреть все тонкости логической связи отдельных этапов процесса весьма затруднительно). К тому же в этой схеме придется сознательно абстрагироваться от целого ряда устоявшихся представлений относительно массового статистического характера эволюции, роли мутаций и т.д. В этом кажущемся хаосе случайных взаимодействий выделим то определяющее, с чем непосредственно связано развитие, т.е. выделим своеобразную «мировую линию» движения в направлении возрастания степени сложности и организованности.

Вся масса воздействий (в том числе и мутационных), определяющих в конечном счете этот процесс, рассматривается как некоторый пространственно-временной континуум, в котором ради удобства и простоты выделяются лишь те факторы, которые обусловили очередные

[1] Кочергин А.Н., Цайер З.Ф. Информиациогенез и проблема его оптимизации. Новосибирск: Изд.-во «Наука», Сибирское отделение, 1977.

эффекты нарастания организованности и оптимальности. Для того чтобы какая-либо выделившаяся из окружающей среды система приобрела способность эволюционировать, она должна быть достаточно недифференцированной, гомогенной, относительно замкнутой и открытой с точки зрения вещественно-энергетического обмена со средой. Выделение первичного материала из окружающей среды способствовало тому, что в результате пассивных обменных процессов со средой происходило постепенное накопление неорганической, но химически активной массы в выделившемся материале (химический состав данного материала пока нас не интересует). Концентрация этой массы в результате сорбционных процессов в первичном материале могла значительно возрастать, в результате чего значительно улучшились возможности физико-химического взаимодействия между неорганизованной сорбированной химической массой. Особенно это должно было проявиться на поверхности первично выделившегося материала, где концентрация этой химической массы была наибольшей. Благодаря этому вокруг первично выделившегося материала постепенно формировалась оболочка, состоящая из довольно сложных по своему составу органических веществ (первичная мембрана). Данное образование, обладая определенной химической структурой, было в состоянии специфически взаимодействовать с химическими веществами окружающей среды. В зависимости от характера этого взаимодействия в условиях широкого естественного химического экспериментирования в первичном океане, эта оболочка могла приобретать самые различные свойства, в частности, и такие, которые вели к более или менее избирательному взаимодействию со средой и появлению избирательной сорбционной способности и проницаемости. А это, в свою очередь, в некоторых случаях могло обеспечить такой отбор химической массы, которая в конечном итоге обусловила синтез очень сложных белковых соединений и нуклеиновых кислот. Это приводило к тому, что не только первичная мембрана определяла характер химической массы, но эта последняя, по мере нарастания ее структурной организованности, оказывала путем синтеза специфических веществ все большее влияние на первичную мембрану, вызывая ее дальнейшую дифференцировку и специализацию. Возникла обратная связь, и первично выделившаяся химическая масса приобрела способность к самоорганизации и саморазвитию путем установления положительной обратной связи между двумя основными ее компонентами.

Из систем с пассивным, неуправляемым обменом веществ (химическим синтезом) возникли системы с управляемым активным обменом в определенных участках мембраны. С возникновением данных систем связано возникновение жизни, информации и информационных процессов. При этом возникновению положительной обратной связи между первичной мембраной и внутренней химической массой, достигшей известной степени организации, принадлежит ведущая роль в механизме возникновения жизни. В ряде систем организующая и растущая химическая масса могла вести к тому, что общее осмотическое давление в системе возрастало, что вело к поступлению воды в систему, к растяжению первичной мембраны и к ее разрыву и выходу ее содержимого в окружающую среду. Это происходило с теми системами управляемого синтеза, внутренняя емкость которых была большей в сравнении с поверхностью мембраны, т.е. они имели шаровидную форму, и химическая масса заполняла эту емкость, а не локализовалась на внутренней поверхности первичной мембраны. У тех же систем, у которых внутренняя емкость была относительно небольшой в сравнении с площадью ее первичной мембраны, а продукты синтеза располагались непосредственно на этой мембране, способствуя ее формированию в том направлении, при котором обеспечивалась наибольшая устойчивость систем и интенсивность протекания управляемого обмена, такого осмотического разрыва не наблюдалось. Установившаяся обратная связь способствовала тому, что совершенствование управляемого обмена веществ шло в направлении роста и специализации мембраны, в результате чего отбор веществ из окружающей среды становился все более избирательным, целенаправленным и активным, зависящим от характера и направления внутреннего метаболизма и химического состава внешней среды. В свою очередь, метаболизм становился все более зависимым от состояния мембраны и все более направленным на сохранение ее структуры от разрушительных воздействий, т.е. внутренний синтез стал играть роль, подчиненную «цели» наилучшего приспособления мембраны к окружающей среде, а это значило и сохранение систем в целом.

Таким образом, на основе установления обратной связи (положительной и отрицательной) между мембраной и внутренним управляемым синтезом, локализованным в основном на ее внутренней поверхности, возникло основное свойство всех живых систем – способность к активному приспособительному взаимодействию с окружающей средой. Именно это взаимодействие явилось в дальнейшем источником роста структурной информации в системе, становящейся с появлением способности к приспособительному взаимодействию информационной системой, развитие которой шло в направлении адаптации к внешней среде путем синтеза структур, могущих обеспечить существование и целостность системы при воздействии определенного комплекса факторов. Таким образом, синтез структур под воздействием постоянных, биологически важных факторов внешней среды выступает как форма активного отражения этих факторов, поэтому эти структуры можно назвать информационными, а информацию, которую они в себе содержат, – структурной информацией. Структурная информация выступает как то разнообразие компонентов, которое обеспечивает реализацию жизненно важных функций. В свою очередь, формирование ценных для выживания взаимосвязей между этими компонентами приводило к появлению функциональной информации. Понятие структурно-функциональной информации отражает ту совокупность разнообразных компонентов и взаимосвязей, которая обеспечивает устойчивость систем, их селективное преимущество, обеспечивающее выживание. Такие простейшие системы, в которых существует обратная связь, обеспечивающая саморазвитие и активный приспособительный характер взаимодействия с внешней средой, являются естественными кибернетическими системами, но они еще не обладают всеми свойствами, присущими живым клеткам, в частности, еще отсутствует способность к самовоспроизведению на основе деления. Поэтому будем называть такие системы протобионтами.

Таким образом, появление приспособительного взаимодействия способствовало росту структурной информации в системе. Так как с внешней средой контактировала только мембрана, то увеличение структурной информации в системе шло в основном за счет роста и специализации мембраны, она становилась все более устойчивой к окружающей среде; постепенно формировались те слои, которые присущи всем биологическим мембранам. Но специализация и рост мембраны могли повышать устойчивость системы только при том условии, если не уменьшалась систематическая устойчивость системы и если рост мембраны не сопровождался одновременным повышением вероятности неблагоприятных механических, химических и других воздействий на ее возросшую поверхность, превосходящих адаптационные возможности системы. Те протобионты, которые не могли обеспечить выполнение этих двух требований, становились неустойчивыми и разрушались в результате собственного приспособления. В процессе развития данное явление переходит в свою противоположность.

Однако невыполнение этих двух условий могло иметь место только в том случае, если отсутствовала или была недостаточной положительная обратная связь между внутренним управляемым синтезом и ростом и функционированием мембраны. Отсутствие такой положительной обратной связи не только не исключало возможность роста и специализации первичной мембраны, но и само развитие системы до уровня способности к приспособительному взаимодействию было бы невозможным. С утратой (или при отсутствии) обратной связи всякие саморегулирующиеся, самоорганизующиеся процессы были бы исключены и ни о каком саморазвитии вообще не могло быть и речи.

Следовательно, само установление и существование обратной связи между мембраной и внутренним управляемым синтезом обусловливало возникновение и предполагало существование такого механизма развития, который бы обеспечивал соблюдение названных условий (когда первичный этап развития включает в себя возможность возникновения последующих). Те части мембраны, которые подвергались наиболее интенсивным (химическим) воздействиям, вызывали наибольшую интенсификацию управляемого синтеза (действия этого фактора могли, например, вызывать увеличение проницаемости мембраны и увеличение притока питательных веществ к соответствующему участку синтеза). Это вело к тому, что наибольшее количество структурной информации синтезировалось на этих участках, причем на внутренней поверхности мембраны более интенсивно, чем на внешней (ибо здесь развивались еще и функциональные структуры этого синтеза), могла осуществляться кумуляция и концентрация ассимилированных продуктов. Это приводило к тому, что данные участки быстрее начинали расти с внутренней стороны, чем с внешней, в результате чего они стали вдаваться внутрь полости, вызывая появление в различных участках мембраны обширных инвагинаций, в которых, в свою очередь, могли возникать участки вторичной, третичной и т.д. инвагинаций.

С этого момента все протобионты разделяются на два больших класса. Представители первого класса обеспечивали свою устойчивость не путем инвагинации растущей мембраны, а путем формирования внешней плотной оболочки, которая защищала мембрану от неблагоприятных внешних воздействий. Эти протобионты обеспечивали появление и эволюцию одноклеточных биосистем прокариотического типа. Протобионты с инвагинационным направлением развития дали обширный класс биосистем эукариотического типа. В этом пункте исторической эволюции произошла первая грандиозная по своей эволюционной значимости дивергенция, приведшая в последующем к возникновению мира простейших и мира высших животных и растений. Протобионты после завершения этой дивергенции оказались значительно более специализированными, но у них еще не сформировались механизмы деления – такие протобионты будем соответственно называть протоцитами прокариотического и эукариотического типов.

Прокариотические клетки современного типа, таким образом, вовсе не являются эукариоцитами. И те, и другие формировались от различных предшественников (протоцитов) относительно одновременно. Это представители двух различных вариантов оптимального развития, а не двух различных (низшей и высшей) стадий эволюции. В протоцитах эукариотического типа на участке, где имел место более интенсивный синтез, где образовывались наиболее сложные вещества, более сильно инвагинировали и все больше смещались к центру системы, где из этих выпячиваний сформировалось образование, которое заключало в себе продукты и структуры наиболее совершенного и сложно протекавшего внутреннего синтеза, – нуклеиновые кислоты и связанные с ним белковые структуры, а сама полость превратилась в последующем в типичное клеточное ядро, ограниченное двойной мембраной, образованной складками инвагинированной первичной мембраны; выпячивание других участков инвагинированной мембраны способствовало формированию других клеточных органов – митохондрий, эндоплазматической сети с рибосомами, комплекса Гольджи и т.д.

С возникновением этих специализированных структур внутрисистемные отношения резко усложняются, возникает все нарастающая потребность в централизованной координации сформировавшегося к этому времени во всех своих основных звеньях процесса обмена. Условия для такой централизованной координации были к этому времени уже созданы особенностями и характером течения самого морфогенеза, процесса, в результате которого наиболее сложные информационные структуры – нуклеиновые кислоты – оказались в центре системы и благодаря формированию довольно сложных инвагинаций соединены сетью специальных ходов, каналов с наиболее активными специфическими структурами системы. В результате этого между отдельными структурно-функциональными элементами системы устанавливаются тесные функциональные связи путем синтеза специфических переносчиков функциональной информации, которая обеспечивает окончательную интеграцию всех элементов системы в единое целое. Появляется в высшей степени координируемый и управляемый обмен веществ, появляется система, в которой вследствие приспособления к внешней среде на протяжении длительного периода развития постоянно происходило увеличение количества структурной и функциональной информации, рост интеграции элементов системы на основе совершенствования информационных процессов внутри системы. При этом усложнение протобионтов совершалось как процесс оптимизации. Системы, которые усложнялись без одновременной оптимизации их структурно-функциональной организации, становились неустойчивыми и элиминировались отбором. Однако оптимизация отдельных протобионтов в процессе их развития не могла совершаться бесконечно, ибо те свойства, которые были оптимальными в одних условиях, рано или поздно приходят в несоответствие с теми свойствами, которые формируются в последующие периоды приспособления системы, т.е. процессы синтеза новых структур в различные периоды времени приходят в противоречие с возможностями оптимизации системы в целом.

Процесс оптимизации отдельных протобионтов совершался до тех пор, пока эти системы не достигли состояния информационного насыщения, т.е. они исчерпали свои возможности синтезировать структурную и функциональную информацию, приспосабливаясь к внешней среде.

Это состояние возникает тогда, когда все участки мембраны заняты специализированными единицами структурной информации и между всеми важными в функциональном отношении элементами системы установлена информационная связь. Это сопряжено с тем, что индивидуальная приспособляемость системы оказывается минимальной. Дальнейшее приспособление с сохранением оптимума для такой системы становится невозможным.

Если в этих условиях на систему начнет действовать новый биологически значимый раздражитель, к которому система не адаптирована, то он нарушит равновесие системы с внешней средой, так как система не в состоянии синтезировать необходимую новую структурную информацию для того, чтобы уравновесить новый фактор; в функциональном же отношении система достигла своего предела, да к тому же новый фактор воздействия мог оказаться неадекватным механизмам приспособления клетки. Здесь возможна альтернатива: или система сумеет избавиться от состояния информационного насыщения и опять приобретет способность к приспособлению путем эволюции, или же новые воздействующие факторы, к которым система подобного типа в состоянии информационного насыщения не способна приспособиться, будут все более нарушать равновесие системы с внешней средой, а потому будут нарушаться и внутрисистемные отношения. Вследствие этого возникнут поломки в системе, вызывающие изменения в структуре, которые только в исключительных случаях могли иметь приспособительное значение, в подавляющем же большинстве случаев такие случайные изменения структуры приводили к резким нарушениям функциональных отношений в системе, что, в свою очередь, приводило к нарастанию неадекватного изменения и распада структурной информации в системе. Как видно, и здесь имеет место действие положительной обратной связи. Но такая связь, которая раньше служила основным внутренним фактором развития системы, в состоянии структурно-функционального насыщения становится внутренним фактором ее интенсивного, все нарастающего распада. Наиболее интенсивное нарастание распада системы будет иметь место в начале этого процесса, в последующем же, когда распад приведет к ослаблению самой обратной связи, этот процесс замедлится. Его необратимость приводит к неминуемой индивидуальной гибели системы, достигшей состояния информационного насыщения. Описанный механизм мог иметь важное значение для развития процесса старения в современных одно- и многоклеточных организмах.

Итак, возникшая на определенном этапе эволюции систем способность к приспособительному взаимодействию, как специфическая форма активного отражения внешнего мира, обусловила прогрессивное развитие этих систем со все нарастающей приспособленностью к различным биологически значимым факторам внешней среды, которая достигает своего максимума к моменту информационного насыщения системы. При этом приспособленность системы достигает максимума, ибо имеет место адекватная реакция на наибольшее количество внешних факторов, а способность к дальнейшему эволюционному приспособлению существенно снижается. С этого момента энтропия системы начинает увеличиваться. Индивидуальное развитие системы ограничено максимально возможным синтезом структурной и функциональной информации в системе, которая выражается наступлением состояния информационного насыщения, ведущего к утрате возможности дальнейшего структурного приспособления. Это обусловливает индивидуальную гибель системы.

Рассмотренный тип систем представляет собой простейшую биологическую интеграцию или тип систем первого уровня информационной интеграции. В основном принципе ее индивидуального развития заложен предел этого развития. Для того чтобы обеспечивать выживание, информационные системы этого типа должны были выработать в себе способность освобождаться от информационного насыщения. Этого они достигли путем деления – процесса, в котором индивидуальная гибель системы обеспечивает выживаемость, приспособление и развитие вида. Возникновение клеточного деления связано с информационным насыщением. Информационное насыщение есть форма, посредством которой приспособление ведет к неприспособленности, формируя, таким образом, внутренний детерминирующий фактор, делающий невозможным дальнейшее развитие на основе только одной индивидуальной приспособляемости. В результате этого все системы, которые не были в состоянии выработать механизмы деления как специфической формы информационной редукции и восстановления способности к индивидуальному приспособлению элиминировались.

Информационное насыщение, таким образом, выступало как результат индивидуальной эволюции протобионтов, и как причина необходимости перехода к новой форме эволюции – эволюции видов. Этот переход осуществляли те информационные системы, у которых по мере приближения к информационному насыщению формировались и механизмы, которые могли обеспечить деление. Скорее всего, информационное насыщение явилось причиной появления первых делений. С появлением клеточного деления в основном завершается процесс становления двух основных форм клеточной организации и протоциты прокариотического типа формируют прокариотов, а протоциты эукариотического типа превращаются в эукариотов – непосредственных предшественников всех современных форм. С появлением этих образований, собственно, и заканчивается биогенез. В дальнейшем эволюция шла уже не от неживого к живому, а от одной (низшей) формы живого к другой (более высшей) форме.

Изложенная выше информационная гипотеза возникновения жизни в известной степени дополняет и развивает существующие биохимические концепции. Если существующие биохимические теории основное внимание обращают на доказательство той или иной физико-химической природы субстратов, приведших к образованию живых систем, то информационный подход в какой-то степени объясняет сам процесс формирования живой системы с точки зрения самоорганизации. Синтез достаточно сложных химических веществ, которые составили основу всего живого, был возможен только в рамках самоорганизующихся систем с обратной связью. Не сложнейшие нуклеиновые кислоты, белки и ферменты являются причиной возникновения живых систем, а примитивная самоорганизующаяся физико-химическая система явилась исходным детерминирующим началом, приведшим к синтезу столь сложных веществ, которые, в свою очередь, превратили эту примитивную физико-химическую основу в первичную живую организацию.

Из изложенного можно сделать следующие выводы.

Во-первых, положение о происхождении основных клеточных органелл в результате неравномерного инвагинационного роста мембраны указывает на некоторый универсальный механизм преобразования неживого в живое на основе особой организации физико-химических процессов в пространстве. Понимание биогенеза как процесса самоорганизации и биохимизма мембран в пространстве-времени позволяет рассматривать жизнь как специфическое физико-химическое явление, в котором находят проявление все основные физико-химические закономерности, поддающиеся точному математическому описанию.

Во-вторых, то обстоятельство, что происхождение двух основных типов современной организации клеток (прокариотического и эукариотического) объясняется дивергенцией их общих предшественников, подчеркивает единство в организации живого. Допущение происхождения эукариотов от прокариотов оставляет открытым вопрос о том, почему не все прокариоты превратились в эукариотов. Кроме того, если прокариотическая форма организации менее эффективна, чем эукариотическая (а только при таком условии можно допустить, что прокариоты предшествовали эукариотам), то возникает вопрос, почему они не вымерли. Все эти и подобного рода трудности полностью снимаются, если допустить, что как прокариотический, так и эукариотический тип организации начал одновременно формироваться в результате дивергентного развития некоторого единого, оптимального в тот исторический период, мало дифференцированного протобиотического типа, который дал две линии протоцитов: прокариотическую и эукариотическую, развивавшихся и оптимизировавшихся параллельно, хотя, быть может, не с одинаковой скоростью и далеко не с равными потенциями усложнения. В прокариотической линии адаптация шла в направлении формирования более или менее плотной оболочки. Такой вид стабилизации фактически с самого начала наложил ограничения, которые делали бесперспективными этот вид организации в направлении развития многоклеточных систем, однако это не исключало их развития в сторону того оптимума, которого достигли современные представители данного типа. В свою очередь, протоциты эукариотической линии стабилизировали свою структуру в процессе прогрессивного развития не путем существенного повышения устойчивости внешней мембраны, а путем формирования стройной внутрицеллюлярной мембранной архитектоники, определившей, наряду со многими другими выгодными свойствами такого типа организации, большую способность к интеграции и дифференциации, что составило основную объективную предпосылку перехода к многоклеточным организмам.

Н.В. Михайлова
(Минск)

МЕТАПРОГРАММА ОБОСНОВАНИЯ МАТЕМАТИКИ И ЕЕ ЦЕННОСТЬ КАК ИНСТРУМЕНТА ПОЗНАНИЯ

Математика, с помощью своих инструментов интеллектуального порядка, является формой выражения важнейших закономерностей хорошо развитых естественнонаучных теорий. Поэтому наибольшая инструментальная ценность математики в развитии познания состоит в том, что на ее абстрактном языке выражается внутренняя организация и структура различных естественнонаучных теорий. В статье с помощью принципа системности проводится теоретический анализ новой метапрограммы обоснования математики, лежащей в основе современных концепций развития математики.

* * *

Системный подход в области философско-методологического обоснования представляет собой реализацию целостного подхода к проблеме обоснования в условиях сложнейшей и многообразной дифференцированности современного математического знания, для выявления путей философско-методологического синтеза программ обоснования математики и осмысления их неизбежной взаимной дополнительности. Соответственно, под «принципом системности» в проблемном поле обоснования математики понимаются новые идеи, концепции и теории, удовлетворяющие некоторой философской парадигме, которые в своей совокупности и взаимосвязи позволяют раскрыть методологическую целостность математического знания и способствуют реальному развитию современной математики на данном этапе развития науки.

Различные современные методологии научного мышления по-своему тяготеют к рационализму. Их объединяет общая цель – строго придерживаться рационалистических принципов науки, хотя то, что, например, современная физика называет действительностью, – это не всегда действительность, а скорее, тот или иной миф о действительности. Постгёделевская философия математики сменила философско-мировоззренческие акценты в программах обоснования современной математики, поскольку в них наиболее востребованным становится системный подход в контексте критического рационализма, а последний, в отличие от рационализма, допускает существование неразрешимых математических проблем, на что реально указывает современная математическая практика. Системный подход к программе обоснования математики видоизменяет наши взгляды на проблему целостности обоснования. Если раньше целостные представления о программе обоснования математики складывались на основе внешних взаимодействий конкурирующих программ обоснования, то современный этап на основе системного подхода дополняет изучение целостности анализом, связанным с проникновением во внутреннее результирующее пересечение действующих направлений обоснования современной математики.

Математика – это не сочинительство в том смысле, что у профессионалов-математиков нет свободы поэтов или прорицателей, поскольку они должны открывать, считает Поппер, а не изобретать математические законы. В вопросе о том, изобретаются или открываются математические истины, трудно прийти к общему решению, хотя большинство математиков склоняются к открытию. Концепция Поппера в таком контексте оказывается очень удобной. Эта концепция позволяет математикам следовать своей естественной установке. Например, известный математик Ю.И. Манин говорит о теории множеств как об особом мире, «который обладает некоторой реальностью и внутренней жизнью, мало зависящей от формализмов, призванных его описывать»[1]. Но такого рода профессионально-эмоциональные характеристики можно дать и многим другим содержательным математическим теориям.

Согласно Попперу, его «третий мир» содержит не только истинные, но также гипотетические и ошибочные теории, а также открытые проблемы. Поэтому в множественности миров есть одна гносеологическая трудность, относящаяся к вопросу о единстве и целостности современной математики. С одной стороны, внутренняя непротиворечивость формальной системы требует существования некоего «возможного мира» с единственным ограничением: чтобы все его интерпретированные теоремы были истинны с точки зрения математики и логики нашего мира. С другой стороны, непротиворечивость с внешним миром требует того, чтобы теоремы были истинны и в реальном мире. Если мы хотим, чтобы математика во всех «воображаемых мирах» была такая же, как и в нашем мире, то тогда разница между двумя типами непротиворечивости формальных систем, теоремы которой интерпретируются как математические суждения, должна исчезнуть.

Такая общеметодологическая ориентация находит подобного рода проявления и в философско-методологической проблеме обоснования современной математики, поскольку развитие теоретического познания и теоретического мышления неотделимо от математики. Возрастающая сложность современной науки и ее приложений приводит к определенной привлекательности внутренних проблем теоретической математики по сравнению с традиционными задачами, предлагаемыми естественными науками. В современной математике непосредственно взаимодействуют две сферы: сфера творческой деятельности, открытий, содержательных

[1] Манин Ю.И. Доказуемое и недоказуемое. М.: Советское радио, 1979. С. 108.

приложений и сфера теоретической рефлексии математики, в которой ведутся поиски логических отношений и аксиоматических представлений процессов математического абстрагирования.

Например, предметом интенсивных исследований в первой половине XX века стали банаховы пространства, открытые выдающимся польским математиком Стефаном Банахом в начале 20-х годов. Его работы в области функционального анализа впервые выявили успех синтеза алгебраического и геометрического подхода к разнообразным задачам линейного анализа, рассмотренных в общем случае линейных функциональных пространств. Вначале казалось, что математическая теория Банаха является формализмом, который вызывал определенное скептическое отношение, несмотря на изобилие ранее неизвестных нетривиальных теорем, полученных с ее помощью. Но в наше время ее можно рассматривать, как изумительный образец научной интуиции, который объединил усилия многих математиков, работающих в огромной области вещественного, комплексного и функционального анализа. Общая теория линейных операторов в банаховом пространстве, изданная Банахом под названием «Теория линейных операций», стала очень популярной математической теорией в качестве важнейшего математического инструмента современного анализа и все еще проявляет свою эффективность в качестве эффективного научного метода.

Польский математик Гуго Штейнгауз в своем выступлении, посвященном памяти Стефана Банаха, говорил: «Его заграничные конкуренты по теории линейных операторов трактовали пространство слишком обобщенно, вследствие чего получали только банальные результаты, либо слишком много основывали на этих пространствах, сводя сферу их применения к немногочисленным и искусственным примерам, – гений Банаха проявился в нахождении золотой середины»[2]. Причина его успеха заключается в том, что банахово пространство стало универсальной методологической концепцией, на основе которой появляются все новые математические работы в области функционального анализа. Затем интерес к этому, ставшему уже классическим, разделу линейного функционального анализа упал, поскольку накопившиеся нерешаемые трудные проблемы, поставленные классиками, ограничивали применение этой теории к другим разделам математики. Вновь пробудившийся интерес к этой абстрактной области математики связан с решением ряда труднейших проблем теории банаховых пространств.

Развитие этого раздела функционального анализа стимулировалось искусным построением весьма неожиданных контрпримеров, часто в довольно «исхоженных» и традиционных областях математики. Согласно известной в теории множеств теореме Бернштейна, называемой также

---

[2] Штейнгауз Г. Математика – посредник между духом и материей. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005. С. 326.

теоремой Кантора-Бернштейна и теоремой Шрёдера-Бернштейна, два множества, каждое из которых равномощно подмножеству другого множества, равномощны. Проблема Шрёдера-Бернштейна для банаховых пространств, являющаяся аналогом указанной теоремы, получила довольно неожиданное решение. Проблема Шрёдера-Бернштейна формулируется следующим образом: будут ли два банаховых пространства, каждое из которых изоморфно подпространству другого пространства, изоморфны между собой? В это было трудно сначала поверить, но Тиммоти Гоуэрс построил примеры неизоморфных банаховых пространств, удовлетворяющих условию Шрёдера-Бернштейна для банаховых пространств. К сожалению, интуиция здесь была бессильна.

Цели рационального исследования не единственные цели, включающие сохранение математической свободы и многое другое. Например, гениальное открытие Эвариста Галуа, создавшего теорию групп, состояло в том, что он поставил структуру прежде объекта и новаторски определил объект исходя из математической структуры. «Он вызвал к жизни новый математический дух, доказав, что при исследовании корней алгебраического уравнения надо прежде всего приступать не к вычислению этих корней, а к исследованию существующих между ними отношений, для того, чтобы узнать, имеем ли мы средства для их вычисления»[3]. Такие мировоззренческие изыскания – это характерная особенность духовной жизни различных форм математического сознания на определенных стадиях его интеллектуального развития.

Математики высокого уровня интуитивно чувствуют некую духовную метрику, объединяющую идеи пространства мышления, что позволяет им перекидывать мостки между разными разделами математики. Речь идет о «чувстве математической близости» теорий или их программ обоснования. Философия математики в целом, как и сама математика, является реакцией на единство в русле целостности духовных и материальных ценностей. Наиболее точно это единство описано Г.В.Ф. Гегелем, но не в его переходной триаде «тезис – антитезис – синтез», декларирующей снятие противоречия, а в его системной триаде философии «наука логики – философия духа – философия природы», которая способствовала выработке новой идеологии тринитарного формализма, используемой в новой концепции обоснования математики.

Следует отметить, что с системной триадой философии Гегеля методологически хорошо сочетается философский подход К. Поппера, который, фиксируя недостаточность мира физических сущностей и мира духовных состояний, развил концепцию третьего мира, куда он отнес науку и культуру. Согласно Попперу, логика науки должна быть не логикой открытия, а логикой роста научного знания. Косвенным

---

[3] Лошак Ж. Геометризация физики. М.; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2005. С. 181.

подтверждением связи системной триады философии и математики является то, что, видимо, не случайно польский математик Г. Штейнгауз свои глубокие философские размышления о природе математики объединил в сборнике статей под многозначительным названием «Математика – посредник между духом и материей». Интерес к системной триаде связан также с представлением о метрике пространств математического мышления, которое сформировалось в связи с проблемой искусственного интеллекта. Заметим, что современная математика является сетью взаимосвязанных результатов из разных областей научного знания. Иногда близость теорем в математике проявляется в том, что одну из них легко доказать, пользуясь идеей доказательства другой.

Иногда две математические идеи из разных областей близки между собой, потому что они в чем-то конструктивно аналогичны. Уникальность и универсальность такого рода математических идей по своей природе существенно отличается от того, с чем обычно приходится сталкиваться в области искусства и техники. Как утверждает Р. Пенроуз, «я не могу отделаться от ощущения, что в случае математики вера в некоторое высшее вечное существование – по крайней мере, для наиболее глубоких математических конструкций, – имеет под собой гораздо больше оснований, чем в других областях человеческой деятельности»[4]. Уместно также заметить, что слово «близкий» в математике имеет много содержательных аналогов. Общую концепцию тринитарной методологии можно использовать при углублении философии математики, опирающейся на современные представления о природе математического знания, которые раскрывают различные аспекты математической реальности, не выявляя при этом никаких существенных противоречий.

В результате в последние годы выявилась устойчивая тенденция считать программами обоснования современной математики лишь наиболее глобальные исследовательские направления, такие как формализм, интуиционизм и платонизм, оставив за ними уже исторически устоявшиеся в философии математики названия. Возможно, что эти виды философско-методологического исследования процедуры обоснования лучше было бы обозначить как «метапрограмма», поскольку дифференцирующих возможностей понятия «программа» иногда не хватает для различения основных методологических подходов, используемых в создающихся математических теориях. Можно, например, сказать, что «метапрограмма обоснования метаматематики» – это системное представление о взаимосвязях между программами обоснования. Оно включает в себя: принятие общей философской идеи обоснования, согласованной с ответом на вопрос о сущности математики; признание некоторых методологических принципов в качестве критериев

---

[4] Пенроуз Р. Новый ум короля: о компьютерах, мышлении и законах физики. М.: Едиториал УРСС, 2003. С. 89.

обоснования; принятие общего круга проблем, подлежащих исследованию в рамках выбранных программ обоснования.

Что в таком контексте можно сказать о ценности математики как инструмента познания? Следует учитывать, во-первых, исторический характер предмета математики и, во-вторых, итоги взаимодействия математики как с помощью внутренних, так и внешних оснований. В современных определениях математики «через себя» выделяется то, что это наука об абстрактных структурах и об абстрактных операциях над математическими объектами достаточно общей природы, законах их развития и функционирования, а также взаимосвязях между ними. Кроме того, математика, с помощью своих инструментов интеллектуального порядка, является формой выражения важнейших закономерностей хорошо развитых естественнонаучных теорий. Поэтому наибольшая инструментальная ценность математики в развитии познания состоит в том, что на ее абстрактном языке выражается внутренняя организация естественнонаучных знаний, среди которых ведущими являются физические, и проводится теоретический анализ в наиболее развитых областях науки.

В философской литературе по проблеме обоснования математики, кроме таких известных направлений, наиболее важных для исследования обоснования современной математики, как платонизм, формализм и интуиционизм, следует упомянуть и другие известные направления – натурализм, номинализм, реализм, структурализм, дедуктивизм, фаллибилизм, эмпиризм и другие подходы. Они подробно проанализированы в монографии Габриэле Лолли «Философия математики: наследие двадцатого столетия»[5]. Знакомство с этими направлениями по обоснованию математики полезно для того, чтобы знать, что думали в свое время те, кто размышлял о философии математики, и на какие вопросы они искали ответы. Но именно из-за их исторической обусловленности почти все они, за исключением отдельных «неопределенно-общих» направлений в философии математики, остались в прошлом, так как для математики не существует вечных философий. Примером направления, которое относится к «неопределенно-общему», является реализм, так как он не углубляется в специфические особенности философии математики. О других направлениях можно сказать, что они выбирают некоторую значимую характеристику или один единственный характерный аспект, который лишь частично раскрывает особенности математики.

Одним из требований, предъявляемых философами к системной классификации, наряду с упорядоченностью и периодичностью, является структурированность. Философские проблемы структурализма, как

[5] Лолли Г. Философия математики: наследие двадцатого столетия. Нижний Новгород: Изд-во НГУ им. Н.И. Лобачевского, 2012. 299 с.

направления математики XX столетия, согласно которому законы, процессы и структуры существуют как зависящие от целого части, заслуживают отдельного рассмотрения. Но следует отметить, что структурализм как философское направление, считающее, что математика есть изучение структур, является самым простым из всех рассматриваемых и слишком «прямолинейным». Современную математику нельзя рассматривать только как каталог всевозможных структур, поскольку как тогда интерпретировать невычислимые закономерности? Не вдаваясь в эту философско-методологическую проблематику, обратим только внимание на мнение влиятельной группы математиков, объединившейся под именем Бурбаки, которая считает, что математика говорит не о специфических математических объектах, а о структурах. С точки зрения Бурбаки, весь «математический мир» представляет собой иерархию структур на множествах. Они начинаются с наиболее простых структур, как структура группы, и заканчиваются наиболее сложными структурами.

Французский математик Рене Том считает, что одним из важнейших философских утверждений, на которые должна опираться современная математика, является утверждение о существовании математических структур независимо от человеческого разума. Это положение он объясняет тем, что старые надежды бурбакистов – показать, как математические структуры естественно вытекают из иерархии множеств, их подмножеств и их комбинаций – это, безусловно, химера. Поэтому нельзя ни по каким разумным причинам отказаться от мысли, что важные математические структуры существуют во внешнем мире, и их огромное многообразие находит единственное оправдание в реальности. Если же математика – это не более чем игра ума, то как тогда объяснить неоспоримые ее успехи в описании действительности? Сама группа Бурбаки уклонялась от ответа на этот вопрос, заявляя о своей некомпетентности.

Многие математики, физики и философы приняли новую парадигму о существовании пределов постижения мира, однако если эти границы истинные, то наука будет достаточно полной и в рамках этих границ. Их «примеру смирения» последовали и другие науки, осознавая при этом, что, хотя ограничения и пределы возможностей логики не влияют на ход событий в реальном мире, они могут определять то, что претендует на статус обоснованных интерпретаций этих событий. Сами математики убеждены в том, что любые принципиальные математические результаты, в том числе полученные Кантором, с необходимостью имеют отношение к свойствам физической реальности. Поиски решения проблемы обоснования математики на уровне философских обобщений нуждаются в философской рефлексии над эволюцией взглядов на сущность природы математики. Мы размышляем над смыслом системы аксиом и правил вывода, способных приводить к математическим истинам, не выводимым из этих заданных изначально правил и аксиом. Среди различных известных интерпретаций рефлексии можно выделить «философскую рефлексию», на долю которой приходится понимание общей проблемы рефлексивной деятельности сознания как механизма систематизации. Философская рефлексия своими системами категорий и принципов универсализирует разные способы деятельности сознания, их средства и результаты.

Принципы математического мышления связаны не только со свойствами нашего сознания, но и проявляют себя в законах внешнего мира. Поэтому не удивительно, что сфера надежности математики определяется через выявление онтологических оснований математического мышления. Но, как справедливо отмечает наиболее авторитетный философ математики В.Я. Перминов, «онтологическая истинность математических суждений, при всей своей важности для математики, сама по себе недостаточна для понимания статуса аксиом»[6]. В отличие от других областей математического знания арифметика и логика представляют собой универсальную онтологию, фиксирующую принципы предметности, независимые от каких-либо их региональных особенностей.

Органическая связь математики с онтологией вытекает из того мировоззренческого обстоятельства, что только онтологические представления могут дать систему стабильных и общезначимых смыслов, лежащих в основе предметного содержания суждений. Нельзя понять сущностной природы математики как науки, если не уяснить того, что математические структуры имеют онтологический, а не эмпирический характер, поэтому невозможно исключить математический платонизм из программ обоснования математики. Многообразие направлений развития современной математики, начинающееся с классической теории чисел и заканчивающееся квантовыми вычислениями, вызывает некоторый дискомфорт и несоразмерность подходов к проблеме обоснования конкретных разделов математики, например, на основе различных конструктивистских направлений интуиционистской программы.

При формировании естественного подхода к проблеме обоснования математики необходимо, следуя В.Я. Перминову, прежде всего опираться на «онтологическое ядро» современной математики. Поскольку, как бы ни изменялась «математическая реальность» и какие бы новые математические понятия и образы ни пришлось изобретать для ее описания, математические теории, которые составляют ее основу, не могут исчезнуть или измениться, так как эта часть математики зависит лишь от категориального видения мира. Трудность в том, что, в связи с развитием многозначных логик, нестандартного анализа и нечетких множеств, не говоря уже о переходе математики на вероятностный язык, философы математики, столкнувшись с «онтологической неточностью», стремились

[6] Перминов В.Я. Философия и основания математики. М.: Прогресс-Традиция, 2001. С. 231.

описывать ее точно. Возросшая потребность в средствах методологического обеспечения математических исследований в контексте единства современной математики в значительной мере обусловлена усилением взаимодействия, взаимозависимости и взаимопроникновения различных областей математической деятельности.

Реальная проблема обоснования математики гораздо сложнее и тоньше, чем набивший оскомину вопрос о математической реальности. Для ее методологического анализа надо использовать не только общефилософские, но и общематематические категории, имеющие общетеоретический характер в концептуальных системах философии. Эта специфика общенаучных категорий служит основой проникновения философии в математическое познание. Философско-методологический подход предполагает уход от дихотомии «внутренне – внешнее» в обосновании и способствует выходу в «третье пространство» при формировании новой структуры программы обоснования математики.

Естественнонаучные понятия обладают одним существенным признаком, отличающим их от философских категорий, а именно: они допускают методологическое уточнение специфическими средствами математических теорий. Поэтому, хотя сами математические доказательства являются основными объектами изучения математического рассуждения, для понимания указанных проблем нельзя отказываться от анализа смысла теорем, так как их различия можно интерпретировать в терминах различных свойств и структур. Фундаментальной ошибкой относительно природы математики является представление о том, что математическое знание более определенно, чем какая-либо другая форма знания. Такая ошибка не оставляет другого выбора в теории доказательств, кроме как считать ее частью математики.

Заложенные в современную математику априорные концепции могут стать надежным путеводителем направлений обоснования математики, а не становиться барьером между ними. Такая самоорганизация математических теорий становится в контексте обоснования предпочтительнее внешней организации. При определенном философском взгляде на математическую реальность направления обоснования математики выглядят не только антагонистичными, а в терминах системного подхода вполне соизмеримыми и нуждающимися друг в друге. Этот философско-методологический подход к проблеме обоснования математических теорий реализован в монографии автора «Философско-методологический анализ проблемы обоснования современной математики»[7]. Поскольку абсолютная полнота недостижима, то от современной математики, при условии сохранения ее достаточной строгости и точности, требуется лишь сохранять единство и целостность

---

[7] Михайлова Н.В. Философско-методологический анализ проблемы обоснования современной математики: монография. Минск: МГВРК, 2013. 551 с.

математического знания, опираясь на онтологическую истинность его исходных положений. При таком подходе синтез направлений обоснования современной математики в рамках метапрограммы обоснования может быть осуществлен в условиях особого дифференцированного взгляда на работающие программы обоснования, находящиеся в отношении дополнительности.

В.Я. Перминов
(Москва)

ПРОБЛЕМА САМООЧЕВИДНОСТИ И НАДЕЖНОСТИ ИСХОДНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ МАТЕМАТИКИ

В статье рассматриваются основные подходы к пониманию истоков и природы математики. Обсуждается проблема самоочевидности и надежности элементарной математики, как ключевой вопрос, от решения которого зависит прогресс в философских основаниях математического знания и теории познания в целом.

*   *   *

Математика наиболее древняя теоретическая наука. Папирусы Ринда и Московский папирус, уже содержащие довольно продвинутые утверждения арифметики и геометрии (арифметическая и геометрическая прогрессия, формула вычисления объема усеченной пирамиды и поверхности шара), относятся соответственно к XXV и XIIX векам до н.э., т.е. к тому времени, в котором мы еще не можем предполагать существования физики или какой-либо другой науки, относящейся к природе. Это значит, что, несмотря на то что математика издавна используется в физике, у нас нет оснований говорить, что математика возникла на основе физики, что она порождена физикой в качестве своего орудия. Мы должны искать за математикой некоторый особый источник ее происхождения. Этот вопрос является чрезвычайно трудным и не вполне разрешенным в настоящее время, он вызывает сегодня новый интерес в связи с проблемой обоснования математики.

1. *Основные подходы к пониманию истоков и природы математики*

Что думали египтяне или вавилоняне о природе математики мы не знаем.

Первая известная нам философия математики – это пифагореизм. Основное философское положение Пифагора и пифагорейцев состоит в том, что окружающий человека мир делится на мир чувственный, преходящий и на мир внечувственный, вечный и умопостигаемый. Этот второй идеальный и неизменный мир и есть греческий космос.

Соответствующее деление относится и к знаниям. Пифагорейцы считали, что мы имеем знания о чувственных вещах, которые есть только мнения и знания о космосе, постигаемые разумом. Эти последние знания и выражается в утверждениях математики. Математика, согласно учению пифагорейцев, есть единственное истинное знание, единственная подлинная и безусловная истина. Как говорил пифагореец Филолай, к утверждениям о числах нельзя прибавить никакой лжи.

К пифагорейскому пониманию математики относится также известное положение «Все есть число». Как следует из анализа этого положения Аристотелем, пифагорейцы понимали его не как положение о возможности истолкования всех утверждений о мире на основе понятия числа, а как положение о числе как формальной причине мира. Его понимали скорее генетически, а именно так, что все вещи в мире созданы в соответствии с числом и мерой. Число мыслилось в качестве некоторой идеальной субстанции, порождающей все остальное.

Развитием пифагореизма является платоновская философия математики. Нововведение, сделанное Платоном, состоит в том, что математика отделяется от философии как первой умозрительной науки и помещается между идеями и сферой чувственных вещей. Математика, по Платону, берет свои принципы из разума, но развертывает их на уровне воображения с помощью чувственности.

Важнейший поворот в понимании математики совершил Аристотель в своей теории абстракций. Предметы математики, по Аристотелю, не могут существовать ни вне тел, ни в самих телах. Они, по его мнению, существуют как отвлечения от свойств тел. Основной его тезис состоит в том, что геометр и исследователь чисел изучают отдельно то, что отдельно не существует. Круг дан только в круглых вещах, он не существует отдельно. Но математик отвлекается от всех свойств круглой вещи и берет круглоту как таковую и исследует ее как нечто самостоятельно существующее. Единичность не существует вне отдельных вещей, но исследователь чисел отвлекается от всех свойств вещей и приходит к пониманию единичности как таковой. Иными словами, предметы математики не существуют в мире среди осязаемых вещей: математик силой своего мышления создает эти предметы, придавая им статус самостоятельного существования.

Это, конечно, уже не пифагорейская концепция математики. Если для пифагорейцев и для Платона математика внечувственна, априорна и предваряет познание тел, то для Аристотеля она апостериорна и невозможна без обращения к предметному, чувственному миру. Математические предметы, говорит Аристотель, первые по определению, но вторые по бытию. Это значит, что при описании предметов мы начинаем с их математических (арифметических и геометрических) характеристик, но осознаем при этом, что эти характеристики не имели бы смысла без существования физических тел. Мы можем сказать, что у Аристотеля впервые появилась эмпирическая философия математики, которая нацелена на то, чтобы понять математическое знание как рождающееся на основе рассмотрения предметного мира и человеческого опыта.

Если пифагорейцы и платоники объясняли строгость и безусловную истинность математики исходя из ее внечувственного источника, то Аристотель полагает, что строгость математики проистекает из ее простоты, под которой он понимает максимальную отвлеченность математических абстракций, их независимость от конкретных физических свойств тел. Если физика отвлекается от всего, кроме движения, то математика, говорит он, отвлекается и от движения. Но чем большей отвлеченности от чувственных вещей достигает наука, тем в меньшей степени она подвержена случайности в своих выводах. Это, конечно, принципиально другое объяснение математической строгости.

Аристотелевская философия математики ближе к духу эмпирической науки, и это обстоятельство обусловило ее широкую популярность в Новое время и вплоть до нашего времени. Бэкон, Галилей, Ньютон рассматривали математические понятия как продукты отвлечения от свойств предметного мира. Ньютон говорил, что если бы мы не наблюдали вращающихся вещей, то геометрия не изучала бы тел вращения. Для него, как и для Аристотеля, математические понятия абстрагированы от свойств вещей. В XIX веке эмпириками были Гаусс, Лобачевский, Риман, Гельмгольц, а из философов – Дж. Ст. Милль и Г. Спенсер.

Но популярность эмпирической философии математики не является свидетельством ее беспроблемности. Трудности возникли уже в XVI веке с появлением в алгебре мнимых чисел. Что такое мнимые числа? От чего они абстрагированы? Такие же вопросы возникли и в XVII веке с появлением в математическом анализе понятия бесконечно малой величины. Бесконечное недоступно для человеческого восприятия, и идея аристотелевского абстрагирования здесь уже не выглядит убедительной. Далее выяснилось, что и более близкие нам объекты, такие как отрицательные числа, не допускают легкой эмпирической интерпретации. Развитие математики все более ярко демонстрировало тот факт, что математические понятия – не простые абстракции от мира вещей, но скорее некоторого рода конструкции или полезные фикции. Эмпирическая философия была беспомощна в объяснении этих понятий.

Другое возражение против эмпирической философии математики сформировалось в теории эмпирического знания. Здесь нужно упомянуть прежде всего Д. Юма, который обратил внимание на то, что в отличие от опытных утверждений, которые только вероятны и неизбежно корректируются опытом, математические теоремы никогда не подвергаются такой корректировке. Но это значит, что в математике мы имеем дело с некоторым иным знанием, отличным от эмпирического. Юм увидел специфику математики в том, что она имеет дело не с фактами, но с определениями. Математика, по Юму, не наука о фактах, а наука об определениях и связях идей.

Неспособность эмпиризма объяснить специфику математики привела к идее врожденного и априорного знания. Я говорю о философии математики Декарта, Лейбница и Канта. Декартовская идея врожденного знания не так интересна, поскольку она, в общем, была опровергнута Локком. Гораздо более основательна философия математики Лейбница. Если бы математические представления были врожденными, говорил Локк, то они были бы известны детям и дикарям. Известно, однако, что дети с трудом усваивают умение считать, а дикари считают только в пределах первого десятка.

Аргументация Лейбница другая, чем у Декарта. По Лейбницу, математические истины не существуют актуально в душе человека с момента его рождения, они, однако, врожденны в смысле склонностей и предрасположений, которые проявляются при столкновении ее с опытом. Можно напомнить здесь прекрасную аналогию Лейбница, приведенную в «Новом опыте о человеческом разумении»: душа человека подобна глыбе мрамора, которая при ударах извне распадается по внутренним прожилкам, обнаруживая скрытую в ней статую Геракла.

Лейбниц по своей основной философской ориентации – последователь Аристотеля. Из всех деятелей предшествующей философии он более всего ценит Аристотеля. Но он не принимает аристотелевского понимания математики. В своем понимании математики Лейбниц исходит из Аристотеля, но не из его философии математики, а из его теории форм, из того положения, что формы вещей в боге существуют актуально и без материи, в природе – актуально и в материи, а в душе человека – потенциально и без материи. Здесь Аристотель был в известной степени априористом, и именно этот момент аристотелевского учения использует Лейбниц для объяснения природы математики.

Важно отметить, что априоризм Лейбница реалистический. Представления о числах и фигурах как потенциальные формы сознания являются в то же самое время и актуальными формами природных вещей, т.е. формами самой материи. Человеческому сознанию как монаде априори дано некоторое знание о мире, которое не дается в опыте. Математика, по Лейбницу, – система истин самого разума, но одновременно и система истин о мире. Математика при таком ее понимании не подвержена опытной корректировке. Как и у пифагорейцев, математика у Лейбница, это система высших истин о мире, получаемая человеческим духом из связи с Богом как монадой всех монад.

Дальнейшее развитие априоризм нашел в системе Канта. Кант разделил арифметическое и геометрическое содержание математики и связал первое в его происхождении с понятием времени, а второе с понятием пространства. Он более детально рассмотрел структуру математического рассуждения, выявив операцию самоочевидного конструирования как важнейшую операцию, ведущую к обогащению содержания математической теории. Мы не можем созерцать тысячеугольник и фиксировать его самоочевидные свойства, но мы можем высказывать истинные утверждения о тысячеугольнике, опираясь на интуитивно ясное правило его построения. Кант подходит, таким образом, к некоторому достаточно четкому определению математического существования. По Канту, нужно принять в качестве существующих два типа математических объектов: объекты, данные в созерцании, и объекты, данные через самоочевидные операции их конструирования.

Аристотелевское учение о формах чувствуется и у Канта: сознание не содержит математических истин как врожденных. Признание врожденности априорных истин закрывало бы путь к пониманию их объективности. Сознание аффицируется чувствами и высвечивает априорные структуры мышления. Здесь, в общем, реализуется та же схема, что и у Лейбница. Основное отличие кантовского априоризма от лейбницевского состоит в утверждении их сугубой имманентности или трансцендентальности. Система априорных истин, к которым относятся и истины математические, образует у Канта необходимую форму мышления, которая не является, однако, формой вещей самих по себе. Математика у Канта лишается связи с предметным миром, становится чисто имманентной наукой, наукой о внутренней схематике разума, посредством которой он упорядочивает многообразие чувственности.

Кантовская теория математики оказала сильное влияние на философское и математическое мышление последних двух столетий. Из Канта исходят две основные программы обоснования математики, выдвинутые в прошлом веке, а именно интуиционизм и формализм. Кантовская теория математики привлекла к себе огромное внимание, она вызвала к жизни множество концепций, пытающихся ее дополнить или опровергнуть, она обогатила и оживила философское обсуждение природы математического знания.

Но достаточно рано обнаружились и ее недостатки. В 30-х годах XIX века появились неевклидовы геометрии, которые не вписывались в кантовскую философию. Для Канта, как уже сказано, существуют лишь два типа математических объектов: объекты, данные в созерцании, и объекты-конструкции. Неевклидовы геометрии с самого начала исходят из предположений, противоречащих созерцанию. Признание неевклидовых геометрий, включение их в структуру математики показало ограниченность кантовской философии математики, оно означало, что сфера реальной математики шире по своему содержанию, чем сфера, ограниченная кантовской самоочевидностью, и что фактический предмет математики не исчерпывается типами объектов, на которые указал Кант. Появление теории множеств углубило эту пропасть между философией Канта и фактическим положением дел в математике: ясно, что понятие актуально бесконечного множества не дано в непосредственном созерцании и недостижимо на основе какого-либо конечного конструирования.

Эта пропасть была устранена в конце XIX в начале XX века в концепции математики, которая получила название формалистской философии математики. Данная концепция идет от таких выдающихся математиков, как Г. Грассман, Г. Кантор, А. Пуанкаре и Д. Гильберт. Основная идея формалистского видения математики была выражена Г. Грассманом в одной из его работ 1844 года.

«Верховное деление всех наук состоит в разделении их на реальные и формальные науки, из которых первые отображают в мышлении бытие как самостоятельно противостоящее мышлению. Их истина заключается в согласии мышления с этим бытием. Наоборот, формальные науки имеют своим предметом то, что полагается самим мышлением. Их истина заключается в согласии мышления с самим собой» (Г. Грассман. Учение о протяженности, 1844). Если попытаться выразить более систематически формалистскую философию математики, то она сводится к следующим положениям.

1. Математика как наука не занимается систематизацией опыта. Она не имеет своего предмета в смысле подлежащего изучению аспекта или части мира. Она представляет собой второй этаж в структуре человеческого знания, задача которого состоит в исследовании связи идей, выдвинутых на первом этаже.

2. Математика не наука, а лишь метод. Задача математических теорий состоит в том, чтобы обеспечивать логический переход от одних эмпирических истин к другим. Можно сказать, что математические теории предназначены для извлечения глубинной информации из истин, подтвержденных опытом.

3. Основная характеристика математической теории не истинность, а непротиворечивость, ибо любая непротиворечивая теория обладает способностью переводить истинные суждения в истинные. Математическая теория ни истинна, ни ложна, ее нужно понимать лишь как некоторый механизм, который либо работает, либо не работает.

4. В плане функции неевклидова геометрия ничем не отличается от евклидовой, ибо и та, и другая непротиворечивы и, как следствие, способны обеспечить переход от истинных суждений к истинным. Все теории математики, независимо от их отношения к опыту и интуитивной ясности посылок, приемлемы, если они непротиворечивы. Аристотелевское требование опытного происхождения математических истин, как и кантовское требование интуитивной ясности исходных принципов математики, являются произвольными, т.к. не проистекают из назначения математики.

5. Обоснование математической теории состоит не в определении ее предмета, а в обосновании ее непротиворечивости.

Суть формалистской философии математики состоит в подчеркивании ее логической природы, в понимании ее как науки-метода, в отходе от предметного понимания математического мышления. Пифагореизм, эмпиризм и априоризм искали некоторый содержательный источник (предмет) математики, порождающий систему ее внутренних истин. Формалистская философия отвергает предметное понимание математики.

Надо отметить, что формалистское представление о математике было намечено уже Д. Юмом. Юм утверждал, что достоверность математики проистекает из ее логической природы, а именно из того факта, что математическое рассуждение всецело проистекает из принятых определений. В XVIII веке, однако, не было условий для принятия такого чисто логического понимания природы математики.

2. *Проблема обоснования математики и вопрос о самоочевидности и надежности элементарной математики*

Формалистская философия математики – это, несомненно, более широкий взгляд на математику, включающий в себя все фактическое ее содержание. С этой точки зрения ясно, что математика не должна оправдывать себя ни на основе опыта, ни на основе врожденности, ни на основе интуиции. На первое место выдвигается здесь логическое строение математики, а именно непротиворечивость ее теорий. Формалистское понимание математики устраняет все прежние ее определения как слишком узкие и не соответствующие ее действительному статусу.

Но и эта точка зрения, существенно расширяющая горизонт понимания математического мышления, также столкнулась с трудностями. Теория множеств привела к парадоксам, которые поставили проблему обоснования математики. Проблема обоснования, в свою очередь, потребовала определить надежные основания математики, т.е. систему истин, к которым можно было бы свести все остальное и которым можно было бы безусловно доверять. Были выделены три области надежного знания, которые, в принципе, могли бы быть использованы в качестве безусловного основания для всех остальных математических теорий. Это логика, арифметика, финитная математика, по Гильберту. Гильберт говорит, что в обосновании математики мы можем опираться на конечную или элементарную математику по той причине, что она нас никогда не подводила. Но почему она нас никогда не подводила? В чем причина ее столь высокой достоверности? С общефилософской точки зрения арифметика и теория множеств как логические структуры совершенно равноправны друг с другом, но когда мы начинаем говорить, что арифметика является более надежной теорией, чем теория множеств, и делаем ее базой всякого обоснования, то мы приписываем арифметике некоторый особый статус, некоторое особое ее отношение к реальности.

Мы говорим, что арифметика по своему происхождению и по составу своих понятий более надежна, чем теория множеств. Мы снова возвращаемся здесь к вопросу о связи математических теорий с внешним миром, от которого мы как бы абстрагировались при истолковании их как формальных структур.

Ясно, что для решения проблемы обоснования математики мы должны обосновать особую надежность элементарной математики, которую мы можем постулировать на основе их самоочевидности. Мы допускаем здесь, что самоочевидность принципов арифметики некоторым образом связана с их надежностью, и мы должны прояснить, как из первого вытекает второе.

Формалистская философия математики, когда она подчеркивает логическую сущность математических теорий, делает момент самоочевидности их исходных принципов несущественным. Рассматривая математические теории с точки зрения их функции, т.е. исключительно с точки зрения их непротиворечивости, мы ставим на одну доску все ее теории, независимо от интуитивной ясности и предметности их принципов. Но проблема обоснования снова выдвигает эти различия на первый план. Возникает вопрос: как все-таки в своем отношении к миру отличаются интуитивно ясные в своих принципах теории от менее интуитивно ясных? В чем состоит, к примеру, отличие евклидовой геометрии от неевклидовой и чем обусловлена интуитивная ясность евклидовой геометрии?

Таким образом, мы должны возвратиться к самому началу. Пифагорейская философия была стимулирована стремлением прояснить самоданность и неподвижность (некорректируемость) математических истин. Пифагорейцы объясняли эту особенность математических истин тем, что они являются отражением вечного, неподвижного и совершенного космоса. Хотя философское мышление в математике с тех пор прошло длинную дорогу вызревания и несомненно достигло более адекватного понимания предмета математики и ее метода, вопрос о истоках самоочевидности исходных математических понятий оставался вне нашего рационального понимания. Здесь мы почти не сдвинулись с места: мы не знали тогда и не знаем теперь, чем объяснить самоочевидность исходных представлений математики и насколько эта самоочевидность гарантирует их надежность как базы обоснования математики. Это принципиальный вопрос для понимания математики, и не только для проблемы обоснования: наша вера в надежность математических доказательств также основана на том допущении, что общезначимые интуиции, лежащие в его основе, не зависят от психических особенностей отдельных математиков или от настроений эпохи. Откуда взялись эти первоначальные понятия и связанные с ними общезначимые интуиции? Мы не можем рассматривать их в качестве обычных обобщений опыта, не можем объявить их иррациональными и в принципе не поддающимися анализу и не можем принять их в качестве априорных интуиций в кантовском смысле. Ссылка на Канта здесь бесполезна, так как кантовская философия лишь постулирует созерцание, но не выявляет его истоков. Наш вывод состоит в том, что истоки математической очевидности до сих пор остаются совершенно не проясненными. Представляется, что это один из самых важных вопросов, от решения которого зависит дальнейший прогресс философии математики и теории познания в целом.

Основная проблема философии математики последнего столетия – проблема обоснования математических теорий в смысле их непротиворечивости, но мы видим, что решение этой проблемы требует прояснения лежащих в основе всякого обоснования объектов и операций, обладающих самоочевидностью. Мы нуждаемся в прояснении природы самоочевидности и в определении всего круга такого рода самоочевидных положений, ибо процедура обоснования не может быть принята как эффективная без определения основания и его объема. Определение основания может быть осуществлено только в свете гносеологической аргументации. Мы должны дать ответ, по крайней мере, на следующие четыре вопроса: как формируется самоочевидность математических объектов в генезисе знания, каков действительный круг самоочевидных утверждений в математике, почему мы можем приписывать самоочевидным математическим утверждениям высшую степень надежности и как мы можем определить само понятие надежности.

Можно указать на некоторые гносеологические теории, которые известны и приняты в современной философии и которые бросают некоторый свет на проблему самоочевидности и связанную с ней проблему обосновательной надежности.

1. Феноменологическое учение об идеациях или эйдетических абстракциях, развитое Э. Гуссерлем в «Логических исследованиях». Концепция логики Гуссерля основана на различении между эмпирическими и эйдетическими феноменами сознания и на соответствующем различении эмпирических и эйдетических наук. Эмпирическая теория познания стремилась обосновать все типы понятий и все его структуры, исходя исключительно из непосредственной данности опыта, из непосредственного чувственного восприятия мира. Гуссерль расширяет эту систему непосредственно данного. По его мнению, существует два уровня непосредственной данности: уровень опыта и уровень эйдосов, родов бытия, схватывающийся в сущностной (эйдетической) интуиции. Фиксируя непосредственные данные опыта, человек не ставит вопроса об их обосновании: теоретическое мышление не может претендовать на опровержение или корректировку опыта, так как он дан в этот момент нашему сознанию. Аподиктические связи на уровне эйдосов, по Гуссерлю, столь же непосредственно даны сознанию и должны

приниматься как столь же непреложная данность, как и первичные данные чувственности. Феноменология, по мнению Гуссерля, является истинным позитивизмом, преодолевающим ограниченность старого радикально эмпирического позитивизма. Система исходных математических очевидностей – это система эйдетических абстракций или идеаций, которая должна быть принята как безусловное основание математического и всякого другого мышления.

2. Эволюционная эпистемология, идущая от Г. Спенсера и развитая в прошлом столетии Конрадом Лоренцем и Карлом Поппером.

Г. Спенсер писал: «Я смотрю на данные мыслительности как на данные априори для индивида и как на данные апостериори для всего того рода индивидов, в котором он составляет последнее звено». Конрад Лоренц указывал на то, что плавники рыбы и копыта лошади формируются еще до их рождения с целью приспособления к среде, которая является определяющей для выживания вида. Аналогичный принцип приспособления к среде эволюционная эпистемология переносит и на формирование интеллектуальных структур сознания. В основе самоочевидности и надежности исходных математических утверждений с этой точки зрения лежит опыт рода, который утверждается в сознании индивида в качестве непреложного закона. Элементарные арифметические и геометрические истины могут быть поняты с этой точки зрения как важные для выживания рода отношения реальности, которые индивид впитывает в себя в качестве условия своего существования.

3. Генетическая эпистемология Ж. Пиаже. Общезначимые представления сознания, с точки зрения Пиаже, являются интериоризаций психологических операций, а последние продиктованы реальными операциями, в которые вовлечен субъект в процессе своего приспособления к миру. Внутренние психологические операции представляют, по Пиаже, интериоризацию внешних материальных операций. Они представляют собой «действия, которые, прежде чем выполняться на символах, выполнялись на объектах». Самоочевидность и надежность исходных математических утверждений объясняется с этой точки зрения тем, что они связаны с элементарными приспособительными операциями, посредством которых организм устанавливает равновесие со средой. Если сторонники эволюционной эпистемологии объясняют наличие предельно достоверного слоя знания эволюцией интеллекта, историческим приспособлением к среде человеческого рода в целом, то генетическая эпистемология объясняет этот слой из поведения отдельного индивида, из связи математических абстракций с операциями действия. «Если все знания ребенка предполагают эксперимент для своего возникновения, то это психологическое утверждение не оправдывает эмпиризма, потому что существуют две формы эксперимента: эксперимент физический, ведущий к абстракции свойств, взятых от своих предметов, и

эксперимент логико-математический с абстракцией по отношению к действиям или операциям, осуществляемым над предметами, а не по отношению к самому предмету как он есть».

Сложность ситуации состоит в том, что, по всей видимости, ни одна из этих концепций не обладает достаточным потенциалом для действительного прояснения истоков самоочевидности и статуса понятий, обладающих самоочевидностью. Мы не будем входить в анализ этих концепций, в определенной степени бросающих свет на истоки самоочевидности и надежности исходных истин математики. Наша задача здесь состояла в том, чтобы поставить вопрос и подчеркнуть важность его решения для проблемы обоснования математики и для понимания природы математического знания в целом.

20 ноября 2015.

Я.С. Яскевич
(Минск)

ЭВРИСТИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ И НЕПОСТИЖИМАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ МАТЕМАТИКИ В РАЗВИТИИ НАУКИ*

Математика дает нам блестящий пример того,
как далеко мы можем продвинуться в
априорном знании независимо от опыта.
И. Кант

В статье раскрывается эвристический потенциал и эффективность математики в развитии классической, неклассической и постнеклассической науки. Утверждается, что современная философия математики обнаруживает тенденции, связанные с поворотом математики к практике, приобретает идеалы открытой рациональности и находит применение в естественных, технических и социально-гуманитарных науках.

Summary

In article the heuristic potential and efficiency of mathematics in development of classical, nonclassical and post-nonclassical science reveals. It is claimed that the modern philosophy of mathematics finds the tendencies connected with turn of mathematics to practice gets ideals of open rationality and finds application in natural, technical and the social humanities.

Ключевые слова: математическое знание, методология науки, открытая рациональность, парадоксы математики, постнеклассическая наука.

* * *

Развитие методологии специальных (естественных, технических и социально-гуманитарных наук) осуществляется во второй половине XIX века в контексте дифференциации «наук о духе» и «наук о природе», развития дисциплинарно организованной науки и на базе сформированных к тому времени общеметодологических исследований, ориентированных на реальные приемы и методы науки.

Становлению наук в их историческом развитии предшествовал переход от преднауки к науке, который первой осуществила *математика*, когда по мере эволюции числа и геометрические фигуры начали рассматриваться не как прообразы предметов, которыми оперируют в

* Статья выполнена в рамках научно-исследовательского проекта № Г14Р – 014 от 23 мая 2014 г. «Логический инструментарий и философские основания современной науки».

практике, а как относительно самостоятельные математические объекты, свойства которых подлежат систематическому изучению. Собственно математическое исследование начинается именно с этого момента, когда из ранее изученных чисел и геометрических фигур строятся новые идеальные объекты. Вслед за математикой способ теоретического познания, связанный с оперированием идеальными объектами, выдвижением гипотез с их последующим обоснованием опытом, утвердился в *естествознании*. В начале следующего этапа развития науки происходит формирование *технических наук* как своеобразного опосредующего слоя знаний между естествознанием и производством. Затем происходит становление *социальных* (история, политология, юриспруденция, экономика и др.) и *гуманитарных* (философия, журналистика, языкознание, искусствоведение и др.) наук.

С середины 1950-х годов интенсивно развивается отечественная философско-методологическая проблематика *социально-гуманитарного знания* – от анализа метода восхождения от абстрактного к конкретному, методологии мыследеятельности и организационно-деятельностных игр до методологии истории, историко-научных исследований, методологии семиотики и герменевтики, методологии политических и юридических наук. Однако при всех своих различиях, обусловленных спецификой изучаемой предметной области, требующей особых методов и познавательных процедур, в целом методология научного познания нацелена на объективное его изучение и поиск закономерностей, что является обязательной характеристикой научного подхода и сближает в этом плане методологию социально-гуманитарного, естественнонаучного и технического знания. В этом контексте особую актуальность сегодня приобретает *разработка философии и методологии математического образования студентов гуманитарных и естественнонаучных специальностей*, чему способствуют выявление общих и специфических характеристик методологии познания «наук о природе» и «наук о духе», диалог естественнонаучного и гуманитарного знания, их взаимообогащение и синтез.

В чем специфика методологии познания и понимания в гуманитарных науках по сравнению с методологией математических и естественных наук? С методологической точки зрения специфика любой науки зависит от предмета исследования и методов исследования. Причем использование тех или иных методов детерминировано спецификой исследуемой предметной области. В *гуманитарных науках* особым предметом исследования, отличающим их как от естественных, так и от общественных, являются специфические знаковые системы, которые условно можно назвать *текстами*. Отражение действительности здесь опосредовано текстами, знаки в которых связаны между собой определенными отношениями и являются носителями информации. В силу последнего обстоятельства особую методологическую значимость в гуманитарных науках приобретает герменевтика, ибо текст надо понять, усвоить, истолковать, интерпретировать, т.е. актуализируются понятия, которые могут быть синтезированы в общеметодологическую категорию – *понимание.* На первый план в гуманитарных науках выступают *интерпретационные методы получения знаний*, обеспечивающие прирост знания и специфические, взаимодополняющие связи между объяснением и пониманием.

В гуманитарных науках, науках о духе, о культуре, в силу их предметной устремленности на анализ и понимание текста, мощным средством исследования гуманитарных явлений выступает *язык*. Если слово есть принцип культуры, то принципы анализа слова последовательно и целенаправленно распространяются на анализ культуры, *язык становится центральным ядром гуманитарных проблем, систематизирующим элементом культуры.*

Следующая особенность гуманитарных наук – диалогический характер гуманитарного познания (диалоговая форма знания) в отличие от естественных (монологическая форма знания) наук. Важной особенностью гуманитарных наук, в силу их специфичности и особого статуса в них текста, является *необходимость учета внелингвистических факторов*, личностных намерений автора, его психологических характеристик, его внутреннего мира, зависящего от образования, увлечений, религиозности, воспитания, системы архетипов коллективных бессознательных представлений, социокультурных факторов при реконструкции субъективных условий, *в которых складывается объективный смысл текста*. Современный исследователь для «лучшего понимания» текста как цели герменевтики должен лучше самого автора знать его текст и его мир (Ф. Шлейермахер). В диалектике толкования текста, письма и чтения важен синтез предварительных пониманий, знание внутренних и внешних условий жизни автора, осмысление их влияния на замысел произведения, его сюжет, содержание, индивидуальный стиль автора, соразмерность творческих потенций личности толкователя и автора текста.

Герменевтическое искусство, искусство истолкования текста, предполагает использование таких общеметодологических правил: общий обзор произведения; раскрытие содержания понятий с помощью грамматической (выясняется «как речь выглядит в общности языка» и как «речь становится пунктом развития языка») и психологической (выясняется как «речь дана как факт души») интерпретаций; концептуальное «увязывание», единство двух названных интерпретаций; возвращение назад в случае, если интерпретации не согласуются.

На методологию естественнонаучного познания оказывала сильнейшее влияние математика. Как особый тип рационально-рефлексивного знания, методология естествознания и математики начинает оформляться в XVII века. благодаря исследованиям Ф. Бэкона и Р. Декарта, специально изучавшим методы научного познания и являющимся основоположниками эмпиризма и рационализма соответственно. Значительный вклад внесли в разработку методологических проблем Т. Гоббс, И. Ньютон, Г.В. Лейбниц, И. Кант. В этот период методология научного познания, как и само научное познание, еще не выделились из философии.

В первой половине XIX века происходит становление дисциплинарного естествознания, оно полностью отделяется от философии, становясь самостоятельной областью познавательной деятельности. К середине XIX века начинают формироваться основы специализированной методологии естественных наук (Дж.Ст. Милль, У. Уэвелл, У. Джевонсон и др.).

В конце XIX – начале XX века важную роль в становлении методологии естественных наук сыграл позитивизм (второй его этап – эмпириокритицизм, связанный с осмыслением новых открытий в науке).

Создание специальной и общей теории относительности, квантовой механики инициировало в 1920-х годах глубинный методологический анализ естественных наук, закономерностей их развития, специальных методов познания (А. Эйнштейн, Н. Бор, М. Борн, В. Гейзенберг и др.), привело к формированию аналитической философии и «третьему позитивизму» – неопозитивизму.

В 1960 годы большой интерес возникает к концепциям социальной детерминации естественнонаучного знания, для которых характерна антиметодологическая направленность (Г. Кун, П. Фейерабенд).

В рамках так называемой познавательной методологии науки вместе с тем возникли концепции, оказавшие существенное влияние на современную методологию науки (концепция «парадигм» Т. Куна, методология научно-исследовательских программ И. Лакатоса и др.)[1]. Сформированные классической наукой приоритеты методологии научного знания, в том числе благодаря математике, определили его развитие вплоть до научной революции конца XIX – начала XX века. Во второй половине XIX столетия возникает необходимость пересмотра ряда методологических принципов и установок классической науки в связи с открытием закона сохранения и превращения энергии, разработкой термодинамики и электродинамики.

Если в классической механике важнейшими основаниями обоснования были заданность, детерминированность и обратимость, то термодинамика, как первая наука о сложных процессах, «наука о сложности» (И. Пригожин), требует иных подходов. Большие, сложноразвивающиеся системы обладают новыми характерными признаками. Они дифференцированы на относительно автономные

[1] Степин В.С. Научное познание в социальном контексте. Избранные труды. Минск: БГУ, 2012. С. 34.

подсистемы, в которых происходит массовое, стохастическое взаимодействие элементов. В системе существует особый блок управления, прямые и обратные связи между ними и подсистемами, что обеспечивает целостность системы. В технике – это станки с программным управлением, заводы-автоматы, системы управления космическими кораблями, автоматические системы регуляции грузовых потоков с применением компьютерных программ и т.п. В живой природе и обществе – это организмы, популяции, биогеоценозы, социальные объекты и т.д. Специфические характеристики в больших саморазвивающихся системах приобретают категории целого и части, причинности и др. Целое уже не исчерпывается свойствами частей, возникает системное качество целого. Часть внутри целого и вне его обладает разными свойствами.

Причинность здесь не может быть сведена к лапласовскому детерминизму (имеет ограниченную сферу применения) и дополняется идеями «вероятностной» (с учетом стохастического характера взаимодействий в подсистемах) и «целевой причинности» (действие программы саморегуляции как цели). Новые цели возникают и в пространственно-временных описаниях. Например, в ряде ситуаций наряду с представлениями о внешнем времени вводится понятие «внутреннего времени» (биологические часы и биологическое время, социальное время).

Сложные саморегулирующиеся системы – это тип системных объектов, характеризующийся развитием, в ходе которого происходит переход от одного типа саморегуляции к другому. Здесь существует иерархия уровневой организации элементов, способность порождать в процессе развития новые уровни, которые оказывают воздействие на ранее сложившиеся уровни, перестраивая их. В результате система обретает новую целостность, формирует новые подсистемы. Перестраивается блок управления, возникают новые параметры порядка, новые типы прямых и обратных связей. К саморазвивающимся системам относятся современные компьютерные сети, «глобальная паутина» Internet, все социальные объекты, рассмотренные с учетом их исторического развития.

При формировании новых уровней организации происходит перестройка прежней целостности, появление новых параметров порядка, что требует для описания таких систем включения новых смыслов в категории части и целого, причинности. Категория причинности связывается с представлением о превращении возможности в действительность. Целевая причинность, понятая как характеристика саморегуляции и воспроизводства системы, дополняется идеей направленности развития, которую не следует толковать как фатальную предопределенность. Случайные флуктуации в точках бифуркации формируют структуры, которые ведут систему к некоторому новому состоянию и изменяют вероятности возникновения других ее состояний.

Новые характеристики в саморазвивающихся системах приобретают категории пространства и времени. Появление новых уровней организации сопровождается изменением ее внутреннего пространства-времени. Именно с такими сложными саморазвивающимися системами столкнулась неклассическая наука, что было детерминировано прежде всего формированием теории относительности, связанной с именами Пуанкаре, Лоренца и в особенности Эйнштейна. Радикальные изменения, происходящие на рубеже XIX–XX вв. в науке, сопровождались изменениями в духовной культуре, философских основаниях научного познания, революционными открытиями в различных областях, что приводило к сильнейшей ломке классического рационализма, становлением нетрадиционных идеалов научного знания, идей развития, необратимости, случайности, непредсказуемости.

В этом процессе приоритетное значение приобретало *математическое обоснование инновационных идей и философское осмысление* происходящих в науке трансформаций, ибо менялись представления о материи, движении, пространстве и времени, происходила ломка оснований научного поиска, перестройка фундаментальных понятий и принципов, отказ от гомогенного опыта, ориентация на интеграцию различных подходов, возникающих в отдельных областях. *Повышение математизации и теоретичности релятивистской науки* обусловливало особую значимость операциональной определимости в обосновании научного знания, содержательной интерпретации абстрактных объектов теории в процессе постоянного соотнесения с предметным миром исследуемой реальности. Эйнштейн отмечал, что своими истоками специальная теория относительности обязана главным образом максвелловской теории электромагнитного поля. Он отмечал также, что теория относительности является «не более чем следующим этапом развития теории поля», а свою работу, где излагалась специальная теория относительности, *исходя из уравнений Максвелла*, Эйнштейн назвал «К электродинамике движущихся тел». Самым увлекательным предметом во времена моего учения, вспоминал Эйнштейн, была теория Максвелла. Переход сил дальнодействия к полям, как основным величинам, делал эту теорию революционной.

Вызывает интерес анализ механизмов восприятия научным сообществом новых нетрадиционных идей Максвелла, их идеально-смысловой идентификации с господствующими представлениями. Как показало дальнейшее развитие релятивистской науки, физика в своем отношении к теории Максвелла продемонстрировала свою способность к ее восприятию – или отрицая теорию Максвелла (В. Томсон – лорд Томсон, «чей гений застыл в прошлом»), или признавая и, более того, развивая ее – только в рамках классических представлений о пространстве и времени (Г. Лоренц), или рассматривая теорию Максвелла как образец для создания новой, более фундаментальной теории по сравнению с механикой Ньютона, что было характерно для Эйнштейна. Это было своего рода «смятение умов», вызванное специальной теорией относительности, согласно которой абсолютного, безотносительного для всех систем отсчета времени не существует. Каждое тело отсчета имеет свое собственное время, и в соответствии с этим течение времени надо относить к какой-либо материальной системе. Время и пространство тесно связаны с движением. По глубине основной концепции, по радикальности, это новое учение, писал О.Д. Хвольсон, переворачивает вверх дном все наши основные представления, разрушает почти все, чем до сих пор жила и развивалась физика, мы не могли найти аналога в истории многочисленных наук, окружающих нас и наблюдаемых нами явлениях. Оно воздвигало новое мировоззрение, сугубо и в самом корне отличающееся от существовавшего ранее, уничтожая как раз те его черты, которые как аксиомы, как истины самоочевидные даже не высказывались, не формулировались, но всеми, как нечто несомненное, принимались бессознательно.

Специфический подход Эйнштейна при формировании специальной теории относительности, выразившийся в синтезе философской и естественнонаучной аргументации, в поиске операционального статуса научных понятий, их философского обоснования, методологического и логического анализа, ибо теория относительности «сделала неизбежным методологический анализ основных понятий», во включении субъекта («наблюдателя») в структуру познавательной деятельности, проявился и в процессе построения общей теории относительности.

В «Автобиографических заметках» Эйнштейн называет тот критерий оценки хорошей теории, который заключается в подтверждении (проверке) теоретических основ с помощью имеющегося опытного материала, критерием «внешнего оправдания», хотя одного его в случае наличия неподтверждения недостаточно для опровержения теории, он лишь дискредитирует ее, ориентируя исследователя на поиски опытного подтверждения и определения статуса теории относительно ее достоверности.

При обосновании хорошей научной теории важен не только критерий «внешнего оправдания», с точки зрения Эйнштейна, но и критерий «внутреннего совершенства». Во втором критерии, замечает Эйнштейн, речь идет не об отношении к опытному материалу, а о предпосылках самой теории, о том, что можно было бы кратко назвать «естественностью» или «логической простотой» предпосылок (основных понятий и основных соотношений между ними). Этот критерий, точная формулировка которого представляет большие трудности, всегда играл значительную роль при выборе между теориями и при их оценке. Математическая и логическая «простота», требующая «внешнего оправдания» в лице эмпирической интерпретации гипотезы квантов, проявилась и в период становления квантовой теории.

В неклассической науке на место абстрактного образа материальной точки приходит образ нагретого тела, то есть объекта, характеризующегося такими параметрами, как объем, давление, химический состав, температура, которые выражают свойства макроскопических систем. Корреляции между изменениями этих свойств и определяют статус термодинамики как науки, а предсказания реакции системы на изменения, вводимые извне, обусловливают цель теоретического описания. Возникает необходимость в пересмотре самой логической схемы обоснования «если..., то...», основным содержанием которой является заданность, регулярность, детерминированность и обратимость динамической системы, что создает предпосылки не только для полного описания динамической системы в направлении как ее будущего, так и прошлого на основе одного-единственного состояния, но и возможности управления ею, предсказания и активного действия при изменении начальных условий. Сложные же системы, которые описывает термодинамика, состоят из огромного числа частиц и наделены внутренней способностью эволюционировать в сторону увеличения энтропии, что обусловливает бесконечное разнообразие состояний системы и не позволяет с точки зрения динамики воспроизвести любое ее состояние, в результате чего появляется «веер возможностей» ее поведения. Не случайно многие физики, воспитанные на идеалах классической механики, хотя и отдавали дань научной ценности второму началу термодинамики, все же высказывали сомнение в постулатах Томсона и Клаузиуса, а некоторые из них пытались обосновать термодинамику без этих постулатов.

Несмотря на то что в конце XIX века большинство ученых приходило к выводу, что термодинамика и динамика несовместимы, такой подход к формированию научного синтеза, как показало последующее развитие науки, все-таки был. Этот путь был связан с развитием второго направления по формированию теории теплоты – кинетической теории газов и теплоты, приведшей к возникновению нового раздела физики – статистической, и вместе с ней к появлению новых нестандартных эталонов науки. Впервые такой подход осуществил Больцман, который использует в своем исследовании *теорию вероятности* поведения сложных систем, состоящих из определенного количества частиц. Не удивительно, что статистическое обоснование Больцманом второго начала термодинамики как одного из самых общих законов физики, толкование его с точки зрения вероятности и случайности *абсолютно не вписывалось в традиционную парадигму со строго заданными параметрами, казалось неприемлемым, непонятным для большинства ученых*. Статистическую механику Больцмана воспринимали не более как измышления «математического террориста», и только в конце XIX века работы

Больцмана в этом направлении привлекли внимание и вызвали научную дискуссию. Такие ученые, как Э. Цермело, А. Пуанкаре, В. Оствальд, Э. Мах, резко отрицательно отнеслись к подходам Больцмана. Такое отношение особенно характерно выразил Э. Мах, который называл учение об атомах, атомистику «шабашем ведьм», писал о своей «антипатии к гипотетико-фиктивной физике» и в соответствии с этим обосновал «свое особое мнение на счет исследований Больцмана касательно второго принципа на основе кинетической теории газов».

Использование основных идей Больцмана о связи энтропии с вероятностью при теоретическом обосновании открытого Планком закона черного излучения (1990 г.), выход «Статистической механики» Гиббса (1902 г.), работы Эйнштейна по статистической механике (1902–1903 гг.), развитие идей Больцмана в работах П. и Т. Эренфестов и М. Смолуховского (1906–1912 гг.) обусловили поворот в отношении теории Больцмана, узаконили статистическое понимание второго начала термодинамики и способствовали дальнейшему развитию статистической физики. С этих пор безраздельно господствующая ньютоновская эра в обосновании научного знания не могла игнорировать закономерности случайного, должна была включать в себя динамические и статистические измерения.

Характерно, что впервые существование объективных статистических законов было выявлено не в естественнонаучной области, а в экономической науке, на что обратил внимание К. Маркс, отметив, что даже кажущиеся случайности общественной жизни вследствие их периодической возобновляемости и периодических средних цифр обладают внутренней необходимостью. В последующем развитии классическая и постнеклассическая наука не раз демонстрировала взаимодействие социально-гуманитарного и естественнонаучного знания, показывая, что между ними нет и не может быть демаркационной линии.

Особую роль математических уравнений в теории электромагнитного поля продемонстрировал Максвелл. Восхищаясь могуществом математики, Герц отмечал, что нельзя изучать эту удивительную теорию, не испытывая по временам такого чувства, как будто *в математических формулах есть самостоятельная жизнь, свой собственный разум*, как будто они умнее даже самого автора, как будто они дают больше, чем в свое время было в них вложено. По своему духу теория электромагнитного поля Максвелла была математической теорией. Все попытки самого Максвелла «разбавить» математическую теорию электромагнитного поля объяснениями, основанными на интуиции, оказались безуспешными. *Математика перестала быть лишь средством описания, а выступала как способ обоснования и получения истины*. Знаменитое ньютоновское кредо «гипотез не измышляю» теряло статус безусловного и строгого правила, и особую значимость в развитии научного знания начинала играть математическая гипотеза.

Механизмы формирования общей теории относительности, квантовой механики показывали, что *теоретическое знание вступает в качественно новый этап, означающий, что опыт и наблюдение не являются единственным пунктом в создании фундаментальной теории.* Традиционный путь построения фундаментальных теорий, соответствующий классической модели Милля, когда посредством индуктивных обобщений множества отдельных наблюдений и факторов создается логическая конструкция, не срабатывал при описании новой области. Как отмечал Эйнштейн в «Автобиографических заметках», он вынужден был прибегнуть к «акту отчаяния», означавшему иной путь построения «теорий-принципов» – как бы «*сверху*» *по отношению к опыту, через* «*открытие всеобщего формального принципа*».

Только «в период юности науки» приемлем путь, ведущий от эмпирических данных к обобщающей логической системе. *Развитое научное знание при определенных обстоятельствах способно на* «*свободный пробег*», «*рискованную попытку*» *и* «*смелый скачок*» *к системе аксиом и принципов, из которой затем логически выводятся эмпирические следствия и утверждения.* Именно такой способ свободного творческого создания теории после тщательного многолетнего поиска использует Эйнштейн, когда он формирует принцип относительности и постоянства скорости света и возводит их в «ранг постулатов» в своей работе «К электродинамике движущихся тел».

Наряду с теорией относительности, эпохальным открытием, решительно изменившим наши *представления о науке, культуре, о способах познания объективного мира, явилось создание квантовой теории*. Уже *первый этап квантовой теории*, «доборовский», связанный с открытием в 1900 г. М. Планком гипотезы квантов, определил специфику научного поиска в этой области. Постоянная Планка требовала пересмотра классических представлений о координатах и импульсах, обнаруживала недостаточность сферы влияния классической механики и подобно тому, как и в случае формирования теории относительности, обусловила необходимость *философского обоснования возникающей теории, ее оснований,* «*обнажая*» *проблему статуса научных понятий классической механики в новой области*. Попытки обосновать гипотезу о выделении энергии конечными порциями на основе классических представлений не приводили к положительным результатам. Неслучайно *гипотезу о квантах первоначально называли эвристической, рабочей гипотезой, математическим приемом.* Проблема обоснования квантовой механики обнаруживала и формировала механизмы связи научного знания с контекстом культуры. Через семантическую и эмпирическую интерпретацию, через поиск соответствующего наглядного образца частицы в физической картине мира, который и сейчас нельзя считать законченным, и развитие механизмов связи уравнений с опытом происходило развитие квантовой теории[2].

Необычайно быстро созданный *математический аппарат квантовой механики*, благодаря работам В. Гейзенберга, М. Борна, Луи де Бройля, Иордана Эрвина, Э. Шредингера, прямое экспериментальное подтверждение квантовой механики, а также широкое применение новой теории для объяснения основных спектральных закономерностей и построения с ее помощью более совершенных теорий электропроводимости, твердого тела, магнетизма и др. не снимали, а, наоборот, заостряли проблему *поиска физической интерпретации квантовой механики*. Она оставалась неполной, ибо смысл используемых величин и символов, операций и соотношений между ними оставался неясным. Необходим был период, как говорил Гейзенберг, «прояснения формальных основ».

К физикам, которых не устраивала ни формальная интерпретация квантовой механики, предложенная Гейзенбергом, ни «модельная» интерпретация Шредингера, где функция наглядно представлялась как электронное облако, принадлежал Макс Борн. Он предложил *вероятностную интерпретацию квантовой механики.* Сущность статистической интерпретации такова, отмечал он, что квадрат амплитуды шредингеровской функции для совокупности частиц представляет собой вероятность нахождения частиц в местах (или со скоростями, или с энергиями), обозначенных ее аргументами[3]. Электрон при такой интерпретации не «размазан», как в волновой механике Шредингера, и представляется возможность оценить степень вероятности нахождения электрона в любом данном объеме.

Статистическая интерпретация квантовой механики представляла собой первый шаг на пути к выяснению физического смысла квантово-механических соотношений. «*Волны материи*» *представляют собой* «*волны вероятностей*», «*веер возможностей*», *они характеризуют движение отдельного электрона*, и в частности вероятность его попадания в определенную точку фотопластинки, как и давление газа, представляющего собой совокупность множества хаотически движущихся молекул, и другие его свойства можно вычислять на основе наиболее вероятных значений, благодаря чему эти параметры наполняются физическим смыслом.

Подобно тому как в свое время статистическая механика Больцмана не встретила понимания и принятия со стороны его современников, вероятностная интерпретация квантовой механики не была принята

---

[2] Яскевич Я.С. Философия и наука: время диалога, ответственности и надежды: избранные труды. Минск: Право и экономика, 2014. С. 302.
[3] Борн М. Физика в жизни моего поколения. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1963. С 278.

многими физиками, среди которых были Эйнштейн, Шредингер, Планк, из-за приверженности к «полному» детерминистическому описанию. Эйнштейн, например, в замечаниях к статьям В. Паули и М. Борна писал: «Оба автора с осуждением относятся к тому, что я отвергаю основную идею современной статистической квантовой теории. Но я все же не верю, что такая фундаментальная концепция может служить надлежащей основой для всей физики в целом... Я твердо убежден, что существенно статистический характер современной теории следует приписать исключительно тому, что эта теория оперирует с неполным описанием физических систем»[4].

Неклассическая наука получала еще один пример того, что логически и математически четко обоснованная теория не приводит к «немедленному» ее восприятию научным сообществом из-за мировоззренческой ориентации на традиционные ценности, представления и стереотипы. Немаловажную роль в таком «неприятии» играют и этические аргументы. Вероятностный язык «правильной» теории квантовой механики был во многом неприемлем из-за господствующих в обществе восходящих к спинозовским идеалам представлений об абсолютном детерминизме природы и теории внутренней гармонии и определенности, а также декартовских критериев ясности и отчетливости, непротиворечивости и полноты научного знания. С такой детерминистской точки зрения даже волевые акты и действия людей рассматривались как неизбежные проявления взаимодействия материи с материей, определялись внешними физическими причинами. «Люди могут отвечать за свои деяния, – писал Эйнштейн, – следуя такой традиции, не более как неодушевленный предмет за то движение, в которое он оказывается вовлеченным»[5].

Таким образом, неклассическую науку отличает постоянный и пристальный интерес ее создателей, и особенно Эйнштейна, к методологии научного познания, ориентация на синтез философской и естественнонаучной аргументации, на философское обоснование онтологического статуса научных понятий и принципов. Такую парадигму отличает «неклассическое» понимание пространства и времени, движения и материи, поиск операционального статуса теоретических конструкций, гармонический синтез критериев «внутреннего совершенства» и «внешнего оправдания», физический и геометрический компонент, обоснование включенности субъекта («наблюдателя») в структуры познавательной деятельности. Индуктивное и логическое выведение основных понятий и принципов из эмпирического опыта утрачивало статус единственного и незаменимого исходного пункта для формирования теории. Интерпретация абстрактных объектов теории не

---

[4] Эйнштейн А. Собрание научных трудов. Т.4. М.: Наука, 1967. С. 295.
[5] Эйнштейн А. Собрание научных трудов. Т.3. М.: Наука, 1966. С. 221.

ограничивалась эмпирическим обоснованием, что требовало постоянной «стыковки» с предметным миром исследуемой реальности, которая только и позволяла через релятивистскую картину мира «вписывать» новое знание в культуру данной эпохи. Причем этот процесс сопровождался постоянным рефлексивным анализом онтологического статуса пространственно-временных представлений. Исследование механизмов формирования нового знания позволяло давать адекватное объяснение возникающих парадоксов и ранее необъяснимых явлений.

Особая эвристическая роль математики, абстрактный характер ее объектов, непостижимая убедительность математических доказательств, начиная с античной эпохи, определила особый интерес к математике. В начале XX века дисциплинарная самодостаточность математики способствовала становлению и развитию философии математики в контексте преодоления парадоксов в теории бесконечных множеств Г. Кантора, создала три основных парадигмы оснований математики в лице логицизма, формализма и интуиционизма. Несмотря на стремление свести классическую математику к логике, представить ее в виде формализованной системы и затем доказать ее непротиворечивость, попытки отвергнуть абстракцию актуальной бесконечности, на которой основывается теория множеств Г. Кантора, вопрос о том, почему математические теории, методы, внутренний мир математики настолько самодостаточны и, вместе с тем, находят применение в естествознании и других конкретных науках, оставался открытым. Представители конструктивного направления позже подвергли критике субъективные взгляды на природу математических объектов и интуицию как на единственно надежный источник их познаний. В противовес интуиционистам, конструктивисты (здесь особая роль принадлежит отечественной школе во главе с А.А. Марковым) подчеркивают связь математики с конструктивной деятельностью, как в самом математическом творчестве, так и во взаимодействии с другими науками (Г.И. Рузавин). Структуралисты поставили перед собой амбициозную цель изложить важнейшие математические дисциплины с помощью аксиоматического метода и представить математическое знание в виде грандиозной математической структуры (школа Н. Бурбаки). И все же современная философия математики обнаруживает тенденции, связанные с поворотом математики к практике, использованием компьютеров в доказательствах, признанием различных версий доказательств, числового экспериментирования и т.п. Значительную роль в этом контексте начинают играть конструктивистские и вычислительные методы, демонстрирующие постепенный отказ от традиционных, чрезмерно абстрактных концепций математики и критериев строгости ее доказательств. Математика все в большей степени приобретает идеалы открытой рациональности, не теряя при этом статус «царицы наук» и вместе с тем погружаясь в общенаучный дискурс и находя применение в естественных, технических, социально-гуманитарных и специальных науках.

На всех этапах развития классической и неклассической науки математика выступает своеобразным эвристическим инструментом радикальных открытий в науке и в то же время «мостом» в пространство «практической математики», актуализируя проблемное поле механизмов обоснования научного знания, задавая новые горизонты методологии естественнонаучного и социально-гуманитарного знания.

Б.Л. Яшин
(Москва)

ВЗАИМОВЛИЯНИЕ МАТЕМАТИКИ И ФИЛОСОФИИ (ИСТОРИЧЕСКИЙ ЭКСКУРС)*

Взаимодействие философии и математики рассматривается на разных этапах эволюции человеческого знания. Аргументируется необходимость такого взаимодействия в настоящее время для успешного развития как философских, так и математических дисциплин.

* * *

Математика, представляющая собой весьма специфическую область науки, не вписывается в рамки общепринятого выделения в ней двух, нередко противопоставляемых друг другу областей естественнонаучного и гуманитарного знания. Она обладает не только уникальной системой категорий и совокупностью собственных логико-методологических принципов, но и единообразными методами рассуждения, которые при их использовании позволяют другим наукам «достигать совершенства». Сегодня весь этот «багаж» математики широко и успешно используется во всех областях научного познания и практической деятельности человека.

Вместе с тем следует отметить, что воздействие гуманитарных тенденций, проявляющееся в последнее время в науке и технике все более отчетливо, не оставило в стороне и математику. Для математиков-профессионалов, ученых, занимающихся историей и методологией математики, становится все очевиднее необходимость считаться с тем, что математика, представляющая собой мир высоких абстракций, в котором царствует рассудочный принцип формальной непротиворечивости, глубоко погружена в общекультурный контекст деятельности человека[1].

Существует и такая точка зрения, в соответствии с которой считается, что развитие математики зависит от культурных и социальных факторов, поэтому изучать математические реалии следует в контексте «национальной, этнической культуры в существенно большей степени, чем формальной системы»[2].

Эту точку зрения разделяют, например, ученые и философы, работающие в области этноматематики. Здесь в центре внимания находятся проблемы возникновения математических идей, представлений и базисных понятий математики в различных культурах, в тех или иных этносах,

---

* Работа выполнена при поддержке РГНФ. Научно-исследовательский проект № 15-03-00760.

[1] См. об этом, например: Яшин Б.Л. Математика в контексте философских проблем. М. 2012.

[2] См.: Бажанов В.А. Стандартные и нестандартные подходы в философии математики // Философия математики: актуальные проблемы: материалы Международной научной конференции, 15–16 июня 2007. М., 2007. С. 10.

профессиональных и возрастных объединениях, т.е. в социальных группах, отличающихся друг от друга своими представлениями об окружающем нас мире, а главное – своими способами его математического освоения[3].

Взаимовлияние математики и духовной культуры, понимаемой в узком смысле, по-видимому, наиболее ярко проявилось во взаимосвязи математического и философского способов освоения действительности. История развития науки и культуры в целом свидетельствует о том, что у философии и математики обнаруживается множество точек соприкосновения: высокий уровень обобщений, использование таких категорий, как «единое» и «многое», «конечное» и «бесконечное», «количество» и «качество», «противоречие» и «непротиворечивость» и многое другое.

К сказанному надо добавить и то, что математики и философы в своих рассуждениях опираются прежде всего на «умозрение», они работают не с реальными (материальными), а с абстрактными, идеализированными объектами.

Все это свидетельствует о том, что в процессе изучения математики и философии в средних и высших учебных заведениях (особенно на философском и математическом факультетах) следует учитывать их взаимодействие в процессе познания, представляющее собой сложнейший, многослойный диалог, который они ведут прямо или косвенно между собой. «Глубокие, порой совершенно неожиданные, корреляции многих идей и понятий, пронизывающих обе эти дисциплины, сопровождавшие всю их «совместную» историю, постоянно указывали на некие основы в недрах каждой из них, выявляющие их сущностное *единство*, что и побуждало многих исследователей на его поиск»[4].

Это единство математики и философии становится очевидным уже в милетской школе философии. Во-первых, оно проявилось в том, что в математике важнейшим методом стало доказательство, в связи с чем за математикой закрепилось понимание доказывающей науки. «Со времен греков говорить «математика», – пишут в связи с этим Бурбаки, – значит говорить «доказательство»[5]. Именно доказательство оказалось в дальнейшем тем инструментом, в котором нуждалась философия и который ее представители эффективно использовали в своих концепциях.

---

[3] См. об этом подробнее: Яшин Б.Л. Этноматематика о происхождении математики // «Цивилизации». Институт всеобщей истории РАН. М.: Наука,1992. Вып. 9: Цивилизация как идея и исследовательская практика / отв. ред. А.О. Чубарьян. 2014. С.250–259; Он же. Этноматематика об особенностях математического освоения мира в различных культурах // Проблемы онто-гносеологического обоснования математических и естественных наук: сб. науч. тр. Вып.5 / гл. ред. Е.И. Арепьев; Курск. гос. ун-т. Курск, 2013. С. 80–87; Он же. Математика как разнообразие способов количественного восприятия мира // Электронный журнал «Вестник Московского государственного областного университета» [Сайт]. М.: МГОУ, 2013. № 1. URL: http://evestnik-mgou.ru/vipuski/2013_2/stati/filosofiya/yashin.html

[4] Алфеев Н.В. Философия и математика: о возможной интеграции понятийных и числовых систем // Философия, наука, образование: материалы межвузовского научно-теоретического семинара, посвященного 75-летию профессора Ю.Л. Егорова (Зеленоград, 10 января 2012 г.). М., 2012. С. 21.

[5] Бурбаки Н. Теория множеств. М., 1965. С. 23.

Во-вторых, взаимосвязь математики и философии обнаруживается на этом этапе развития познания в том, что первые милетские философы в математике «выходят на путь *абстрактных обобщающих построений*»[6], которые превращают математику во всеобщее знание.

Но, может быть, наиболее отчетливо это единство двух фундаментальных и глубоко различных способов освоения и описания окружающего мира проявило себя в пифагорейской школе. Основной тезис пифагореизма – «все есть число», «число владеет … вещами»[7] – становится онтологией философской системы, которую выстраивают пифагорейцы.

Этот подход в дальнейшем стал серьезным оправданием многих и многих попыток обнаружить соответствия (изо- и гомоморфизмы) на «внешнем» уровне разнообразных объектов и форм объективной реальности с числовыми объектами. «И, хотя эти пифагорейские соответствия сегодня выглядят наивно и искусственно, сама постановка проблемы о соответствии и внутренней связи онтологии концептуальной и «онтологии» математической – это необычная и мощная идея, имеющая глубокие корни в древних культурах, с одной стороны, и серьезные исследовательские перспективы – с другой»[8].

Пифагореизм, по сути дела, стал первой философской теорией математики, в которой чувственно воспринимаемые вещи, их свойства и отношения рассматривались по аналогии со свойствами того или иного числа или числового соотношения. Их стали трактовать как проявление числовой гармонии в геометрии, музыке и эстетике. «Все познаваемое, по мнению пифагорейцев, конечно же, имеет число. Ведь без него нам было бы невозможно что-либо познать или помыслить»[9].

В противовес пифагорейцам Левкипп и Демокрит в созданном ими атомистическом учении считали геометрические фигуры не умозрительными сущностями, а материальными телами, состоящими из атомов, которые признавались материальной причиной вещей, и первыми сущностями, невидимыми простым глазом, а «зримыми» лишь умом. Математические закономерности при этом выступали как вторичные по отношению к атомам. Поэтому вполне можно утверждать, что концепция математического атомизма предвосхитила возникновение математического естествознания.

Однако эта концепция была лишь частной эвристической идеей в области геометрии. Она не стала особым взглядом на природу математического знания в целом, хотя, как известно, философы-атомисты были убеждены в том, что с помощью языка математики вполне возможно достаточно адекватно описать объективную реальность, ибо все в этом мире подчиняется ее законам.

Существенно дальше пифагорейцев в своих исследованиях построенного, с его точки зрения, на основе математических идей реального

---

[6] Мотрошилова Н.В. Рождение и развитие философских идей. М., 1991. С.88.
[7] Чанышев А.Н. Курс лекций по древней Философии. М., 1981. С. 143.
[8] Алфеев Н.В. Указ. соч. С. 23.
[9] Жмудь Л.Я. Пифагор и его школа. Л., 1990. С. 100.

мира, пошел Платон. Сущность вещи, которая скрывается за ее кажимостью, по его мнению, раскрывается через математику, которая ведет к познанию истины. Именно математика, утверждает он, более всего «подходит для того, чтобы установить закон и убедить всех, кто собирается занять высокие должности в государстве, обратиться к искусству счета» и прийти «с помощью самого мышления к созерцанию природы чисел» для облегчения «самой душе ее обращение от становления к истинному бытию»[10].

Математика для Платона была не только посредником между чувственным миром и миром идей, она была точным аналогом, идеальной копией реальности, изучение которой вполне заменяет наблюдения внешнего мира. «Мы никогда не стали бы разумными, – писал Платон, – если бы исключили число из человеческой природы»[11]. Наука о числах для него была высшей мудростью, которая была дарована человеку Небом.

Идею о том, что изучение физической реальности вполне возможно с помощью математики, разделял и Аристотель. Так же, как и Платон, он полагал, что в основе мироздания лежит некая математическая идея построения внешнего мира. Однако в противовес Платону Аристотель считал, что «математические предметы, вопреки утверждениям некоторых, нельзя отделять от чувственно воспринимаемых вещей и … они не начала этих вещей»[12].

Одной из проблем, являющихся общими для математики и философии, которой занимался Аристотель, была проблема бесконечного. В его понимании бесконечность – это «то, вне чего всегда есть что-нибудь». Она не представляет собой какую-то определенную сущность, у нее нет ни начала, ни конца. Бесконечное – это не ставшее, но *становящееся*. Иными словами, для Аристотеля существует лишь потенциальная бесконечность. Бесконечности ставшей, завершенной, т.е. актуальной бесконечности, для него не существует, так как предельное, завершенное бесконечным считать нельзя.

В процессе дальнейшего исторического развития взаимодействие между философией и математикой не ослабевает. Это взаимодействие в Средние века наиболее ярко проявляется в споре об универсалиях. Суть этого спора состояла в различном понимании онтологического статуса предельно общих понятий – универсалий, которые широко используются как в математике, так и в философии.

Спор об универсалиях продолжается до сих пор. В философии он, во многом, связан с проблемами языка. Здесь на первый план нередко выходят аспекты социальной «нагруженности» языковых выражений[13].

В современной философии математики этот спор вызван, прежде всего, проблемами существования математических объектов, различное решение

---

[10] Платон. Собр. соч. в 4 т. Т. 3., М., 1994. С. 308.
См.: Нарский И.С. Проблема универсалий и дискуссия на XVI Всемирном философском конгрессе // Философия и мировоззренческие проблемы современной науки. М., 1981. С. 269–298.
[11] Платон. Законы. М., 1999.
[12] Аристотель. Соч. Т. 1. М., 1976. С. 367.
[13] Нарский И.С. Указ. соч. С. 269–298.

которых находит свое выражение в противостоянии концепций номинализма и реализма.

В первой из названных концепций истинными, т.е. пригодными в качестве базисных понятий, считают лишь конкретные понятия, понятия об индивидуальных предметах. При этом абстрактные понятия оказываются производными от конкретных. Считается, что в теории они играют лишь вспомогательную роль. Целью программы номинализма является построение внепарадоксальной математики на основе формализованных языков, в системе которых и реализуется изъятие абстракций[14].

Во второй концепции фактическое существование математических объектов считается несомненным, причем «вне зависимости от языка, который описывает данные объекты, ментального состояния того, кто осмысливает их природу, или его деятельности»[15]. По сути дела, речь в этом случае идет о «некоторой актуальной *сверх*чувственной, трансцендентальной реальности, в которую «погружены» эти объекты. Эта реальность для субъекта в смысле ее восприятия имеет тот же статус, что и реальность его собственных чувств»[16].

Взаимодействие математики и философии в Средние века вполне отчетливо представлено в рассуждениях о природе Бога, в исследованиях сущности движения, проблем континуума и бесконечности. Хорошо известны, например, противоположные друг другу точки зрения Оригена и Августина по вопросу существования актуальной бесконечности. Первый, опираясь на труды Аристотеля, отвергал саму идею существования актуальной бесконечности. Второй считал вполне возможным принять «ставшую» бесконечность как последовательность натурального ряда чисел. Позднее на стороне Оригена выступил Фома Аквинский, который соглашался с Аристотелем, отрицавшим существование актуальной бесконечности, и полагал невозможным составить из неделимых какой-либо континуум.

Научная революция XVI – XVII в., произошедшая в Западной Европе, стимулирует и развитие философской мысли: на смену геоцентрической системе мира приходит система гелиоцентрическая, возникает экспериментальное естествознание, концепции эмпиризма и рационализма. Философия тесно переплетается с математикой и естествознанием.

Может быть, наиболее отчетливо это переплетение философии и математики проявляется в работах Р. Декарта. Фундаментальным принципом всей последующей философии становится его утверждение о том, что познание есть не что иное, как *конструирование* с помощью математического метода из простейших элементов, выделяемых разумом, своеобразного сложнейшего механизма – «машины мира». Этот принцип по сути дела

---

[14] См.: Новейший философский словарь. Минск., 2003; URL: http://www.gumer.info/bogoslov_Buks/Philos/fil_dict/530.php (дата обращения: 12.05.2015).

[15] Бажанов В.А. Разновидности и противостояние реализма и антиреализма в философии математики. Возможна ли третья линия? // Вопросы философии. 1914. №5. С.53.

[16] Там же.

воплощает кардинальный сдвиг, произошедший в философии Нового времени «в осмыслении природы в целом, в построении философской и вместе с тем естественнонаучной картины мира и, следовательно, в философском обосновании естествознания и математики»[17].

Тесное взаимодействие философии и математики у Декарта реализуется в созданной им аналитической геометрии. Вместе с введением буквенной символики это становится началом воплощения в жизнь его идеи единой науки по методу mathesis universalis в самой математике[18]. Поэтому философию Декарта иногда называют «математической философией»[19].

Вслед за Декартом новые математические идеи в философию привносит И. Ньютон, работа которого «Математические принципы натуральной философии» на долгие годы становится не только образцом научной теории, но, прежде всего, фундаментальной основой механистической картины мира и механистического мировоззрения.

Весьма важными «в осмыслении и развитии конкретных идей интеграции философских, логических и математических *понятий*»[20] стали работы Г.В. Лейбница. Поиски Лейбницем «универсальной характеристики» как операциональной символической системы и «всеобщей математики» вместе с идеей «универсального языка», в котором бы нивелировались семантические и синтаксические недостатки языка естественного и который стал бы «своего рода алгеброй человеческого мышления, позволяющей получать из уже известных истин новые истины путем точных вычислений»[21], привели в дальнейшем к созданию символической (математической) логики и теории исчислений.

XVIII век ознаменовался созданием системы «критической» философии И. Канта, которая должна была снять с метафизики «догматическое одеяние и подвергнуть необоснованные воззрения скептическому рассмотрению»[22].

Понимание И. Кантом математики как системы синтетических суждений, выражающих структуру априорных форм чувственности, стало основанием для решения им некоторых весьма важных проблем в области гносеологии. А его трактовка априорного как синтетического a priori вместе с предложенными им «априорными формами чувственности» и «априорными формами рассудка», к первым из которых он относит числа и геометрические формы, а ко вторым – «чистые» понятия, надолго утверждается в философии.

«Настоящие математические положения, – утверждает И. Кант, – всегда априорные, а не эмпирические суждения, потому что они обладают необходимостью, которая не может быть заимствована из опыта»[23]. Все математические рассуждения, с его точки зрения, непременно следуют за чистым созерцанием на основании всегда очевидного синтеза, что и

---

[17] История философии: Запад – Россия – Восток. Книга вторая: Философия XV–XIX вв. М., 1996. С. 124.
[18] Катасонов В.Н. Метафизическая математика XVII в. М., 1993. С.8–25.
[19] Клайн М. Математика. Поиск истины. М., 1988. С.109.
[20] Алфеев Н.В. Философия и математика: о возможной интеграции понятийных и числовых систем. С. 26.
[21] Логический словарь ДЕФОРТ. М., 1994. С. 99–100.
[22] Кант И. Сочинения в 6 т. Т. 2. М., 1963. С. 364.
[23] Кант И. Критика чистого разума // Соч. в 6 т. Т. 3. М., 1964. С. 113.

позволяет математике делать всеобщие, необходимые и, безусловно, истинные выводы.

Изучение общих для философии и математики проблем в последние десятилетия XIX и первой трети XX века в контексте основных идей «критической философии» И. Канта продолжили неокантианцы Марбургской (Г. Коген, П. Наторп, Э. Кассирер, и др.) и Баденской (В. Виндельбанд, Г. Риккерт и др.) школ.

Представители Марбургской школы в своих попытках разработать строгий научный метод опирались, в частности, на достижения математики. Многие из них, как П. Наторп, считали, что первоисточник мышления, некое его «первоначало» следует искать именно в математике. Моделью этого «первоначала», по их мнению, могут служить математические фигуры и числа, вместе с такими чертами математического мышления, благодаря которым оно творит не только себя, но и свой предмет[24].

Г. Коген, например, в своей философской концепции познания исходил из положения о том, что опыт, который он рассматривает только лишь как систему априорных знаний, «дан в математике и чистом естествознании»[25]. А в одной из своих работ он пишет, что обоснованием результатов естествознания является исчисление бесконечно малых, используемое в геометрии, алгебре и физике. Само же это исчисление может быть обосновано в рамках особой науки – критики познания, которая должна, с его точки зрения, доказать условия, на которых базируется математическое естествознание[26].

Способность математики быть «первоначалом» познания Г. Коген распространяет не только на естественные, но и на общественные науки. Решающее значение математики неоспоримо для наук о духе, утверждает он: «*История* основывается на хронологии. *Политическая экономия* – на статистике. *Наука о праве* имеет основу в понятии условия; и проблема *единства* – важная проблема для нее»[27].

Не остался в стороне от проблемы связи математики и философии и Э. Кассирер, который, соглашаясь Г. Когеном и П. Наторпом относительно роли математики и естествознания в разработке «строгого научного метода», увидел в специфических для математики методах получения новых понятий некий идеал для других наук. Считая понятие априорной продуктивной формой мышления, он полагал, что его отношение «к чувственным впечатлениям» аналогично отношению математической функции к числовому ряду.

---

[24] См., например: Наторп П. Кант и Марбургская школа // Новые идеи в философии. СПб., 1913. Сб. 5. С.110; Гайденко П.П. Принцип всеобщего опосредствования в неокантианстве марбургской школы // Кант и кантианцы. Критические очерки одной философской традиции. М. 1978. С. 223–224.

[25] Cohen H. Kants Begründung der Ethik. Berlin, 1877. S. 24.

[26] См. об этом, например: Секундант С.Г. Теория бесконечно малых и ее роль в становлении философско-методологической концепции Г. Когена // Эпистемология & Философия науки. 2010. Т. XXVI. №4. С. 219–222. Электронный ресурс. URL: http://www.intelros.ru/pdf/eps/2010_04/20.pdf

[27] Cohen H. Logik der reinen Erkenntniss. B., 1902. S.39.

Если философы Марбургской школы в разработке своей концепции научного познания (включая социальное и гуманитарное познание) опирались на модели собственно математики и математического естествознания, то представители Баденской школы, положительно оценивая роль математики в естествознании, были против ее использования при изучении социальных явлений. Поэтому центральными для них стали не понятия «логика» и «число», а понятия «ценность» и «значимость» (Gelten)[28].

Состоявшийся в 1897 г. в Цюрихе первый международный математический конгресс стал знаменательным событием для научного сообщества математиков. А с точки зрения взаимодействия математики и философии – еще и интересным в связи с выступлением французского математика Пикара (правда, на заключительном банкете). В этом выступлении он сказал следующее: «И мы имеем своих математиков-философов, и под конец века, как и в прежние эпохи, мы видим, что математика вовсю флиртует с философией. … Это – на благо дела, но при условии, что философия была весьма терпимой и не подавляла изобретательного духа»[29].

Через тринадцать лет, уже в XX веке, первый философский конгресс, состоявшийся в Париже, на котором значительное внимание было уделено методологическим проблемам математической науки, подтвердил тот факт, что взаимодействие математики и философии не прекращается, а, наоборот, усиливается.

Современный этап развития теоретического познания убедительно показывает, что и сегодня философия активно использует математический аппарат в своих исследованиях, что философы в тех или иных случаях вполне осознанно опираются на достижения математического познания для философского анализа, а возникающие трудности и проблемы внутри математики – для осмысления общих проблем научного познания. Математики, в свою очередь, обращаются к философии при решении внутренних проблем, когда ощущают недостаточность инструментария своей науки, когда возникает необходимость выйти за её пределы (например, проблем генезиса и обоснования математики, существования математических объектов, границ применения математического знания и возможностей методов и т.д.).

[28] http://filosof.historic.ru/books/item/f00/s00/z0000007/st022.shtml
[29] Стройк Д.Я. Краткий очерк истории математики. 1978. С. 273.

Проблемы онто-гносеологического обоснования математических и естественных наук

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ

Выпуск 7

Редактор Н.Д. Собина
Компьютерная верстка Д.И. Алябьев, А.С. Левченко

Лицензия ИД № 06248 от 12.11.2001 г.

Подписано в печать 2015 г.
Формат 60x84/16. Печать офсетная. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 5,5
Заказ ____ Тираж 100 экз.

Издательство Курского госуниверситета
305000, г. Курск, ул. Радищева, 33

Отпечатано в лаборатории информационно-методического обеспечения
Курского государственного университета