Проблемы онто-гносеологического обоснования математических и естественных наук

СБОРНИК СТАТЕЙ

КУРСК
2008

Проблемы онто-гносеологического обоснования математических и естественных наук

СБОРНИК СТАТЕЙ

КУРСК
2008

УДК 1: 001
ББК 87
П78

Печатается по решению
редакционно-издательского совета
Курского государственного университета

П78

Проблемы онто-гносеологического обоснования математических и естественных наук : сб. статей / под общ. ред. Е.И. Арепьева ; Курск. гос. ун-т. – Курск, 2008. – 204 с. – ISBN 978-5-88313-635-0

Сборник представляет собой проблемно-ориентированное издание, преимущественно посвященное онтологическим и гносеологическим аспектам обоснования математических и естественных наук, изучению и критической реконструкции различных подходов, сформировавшихся в философии науки на протяжении последних полутора столетий.

ББК 87

СОДЕРЖАНИЕ

ВМЕСТО ПРЕДИСЛОВИЯ

Настоящий сборник представляет собой проблемно-ориентированное издание, преимущественно посвященное онтологическим и гносеологическим аспектам обоснования математических и естественных наук, изучению и критической реконструкции различных подходов, сформировавшихся в философии науки на протяжении последних полутора столетий.

Авторы публикуемых в настоящем издании материалов могут занимать позиции, не совпадающие с точкой зрения редколлегии. Ответственность за точность приводимых цитат, ссылок, библиографических и статистических данных, географических названий и т.п. сведений несут авторы.

Редколлегия сборника приглашает к сотрудничеству всех, кто работает в области философии математики, философии и методологии науки, в смежных областях и чьи научные интересы близки тематике нашего сборника.

Наш электронный адрес: arepiev@yandex.ru

Е.И. Арепьев
(Курск)

ОНТО-ГНОСЕОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВАНИЯ ЛОГИЧЕСКОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЗНАНИЯ В ЛОГИЦИЗМЕ И АНАЛИТИЧЕСКОЙ ФИЛОСОФИИ МАТЕМАТИКИ[·]

Настоящая статья посвящена рассмотрению проблемы онтологических и гносеологических оснований логической составляющей математического знания в концепциях представителей логицизма и аналитической философии математики. Выявляются элементы реалистического истолкования проблемы в указанных направлениях, обосновывается тезис об адекватности данных представлений и необходимости их развития.

* * *

Можно, наверное, сказать, что предварительный этап историко-философского осмысления творческого наследия логицизма уже завершен. То же самое, по-видимому, будет справедливым и по отношению к аналитической философской традиции XX столетия, по крайней мере, так можно сказать об аналитической философии математики (включающей в себя логицизм), представленной творчеством первой половины прошлого века таких мыслителей, как Г. Фреге, Б. Рассел, Л. Витгенштейн и Р. Карнап[1]. Выявлены и в достаточной степени признаны характеристики, принципы, раскрывающие особенности концепций, этапов этого течения, определены цели, степень их реализации и т.д. Однако, несмотря на это, в настоящее время в критической, историко-философской литературе, в сфере философско-методологических исследований проблем научного знания не угасает интерес к идеям представителей логицизма и ранних этапов аналитической философии, интерес к разнообразным направлениям развития аналитической традиции во второй половине XX века. Думается, что этот интерес вполне оправдан, поскольку наследие аналитиков прошлого столетия служит и долго еще будет оставаться богатым источником идей для разработки современных интерпретаций вопросов методологии науки, для решения различных проблем философского обоснования научных дисциплин, для выработки новых методов, открытия различных приложений философии языка в познавательной деятельности и др.

Целью настоящей работы служит выявление позитивных установок, идей, принципов в концепциях представителей логицизма и аналитической философии математики, относящихся к онтологическим и гносеологическим аспектам обоснования математики, а именно – к проблеме существования математических объектов, понятий и истин. При этом здесь мы по-

---

[·] Работа выполнена при поддержке РГНФ, проект № 08-03-00049а.

[1] Об этом см.: Арепьев Е.И. Аналитическая философия математики. – 2 изд-е, доп. – Курск: Изд-во Курск. гос. пед. ун-та, 2003. – 191 с.

стараемся ограничиться лишь одной из сторон названной проблемы, а именно – онто-гносеологическими аспектами оснований логической составляющей математического знания. Для правильного понимания последнего предложения необходимо иметь в виду, что настоящая статья представляет собой один из многих этапов исследования, опирающегося на установку о наличии как минимум трех областей, сущностные основы которых нетождественны. Это, условно говоря, «арифметическая» составляющая математического знания, опирающаяся на производные положения от количественных и порядковых отношений; «геометрическая», оперирующая истинами и объектами, имеющими пространственные атрибуты; «логическая», составляющая, то есть совокупность областей, занимающихся выражением свойств причинно-следственных (импликативных), конъюнктивных и других связей. Нетождественность онто-гносеологических основ названных составляющих математического знания, на наш взгляд, вполне очевидна на настоящем этапе развития математики и ее оснований.

Действительно, история идеи логицизма, вместе результатами К. Геделя, убедительно демонстрируют нам несводимость арифметики к логике. Можно также обозначить способ разграничения логики философской, условно говоря, и математической логики. Он состоит в проведении определенной аналогии между отношением логики философской и логики математической, с одной стороны, и отношением физики и математики – с другой. Так же, как физика есть проекция математики на процесс осмысления природы, философская логика есть проекция математической логики на процесс осмысления естественного языка и механизмов его функционирования. Философская логика, очевидно, развилась намного раньше математической, и можно сказать, что в историческом плане она доминирует, но сути дела это не меняет. Попытки сведения основ математики (арифметики) лишь к логическим законам не могли дать ожидаемых результатов, кроме результатов, утверждающих неотъемлемость логической составляющей в сущностной природе математического знания. Неясности и противоречия в определении общих и специфических черт двух ветвей логики в значительной мере обусловлены тем обстоятельством, что проекция математической логики на естественный язык стала разрабатываться гораздо раньше, чем сама «чистая», то есть математическая, логика, или, если угодно, последняя начала развиваться в единстве с этой проекцией. Логика развивалась в проекции на естественный язык, что в некоторой степени схоже, например, еще и с тем, как теория вероятностей развивалась в неявном виде в проекции на игровую сферу интеллектуальной активности человека, тогда как другие математические области – геометрия, арифметика отделились от своих проекций на природу и другие области на ранних стадиях развития.

Итак, сущностные основания арифметических и логических разделов математики нетождественны. Аналогичным образом дело обстоит и с отношением основ арифметической и геометрической составляющих: неоднородность числового ряда и однородность прямой, различие видов интуиции в указанных сферах – все это (и многое другое) говорит о наличии сущностных отличий. Что же касается отношения основ «геометрической» и «логической» составляющих, то отличия также очевидны, поскольку у этих областей явно отличаются и типы интуиции (созерцательная и рассудочная, условно говоря) и сферы наиболее эффективного приложения (разум, мышление и материя, пространство).

Таким образом, мы можем выделить, по крайней мере, три базисных составляющих[2]. В настоящем обсуждении нас интересуют, прежде всего, основания логической составляющей математики. Мы попытаемся составить критическое обозрение онтологических и гносеологических установок понимания исходных логических истин и объектов в концепциях представителей аналитической философии математики. При этом, признавая очевидную несводимость математики к логике, мы считаем, что обнаружение невозможности редукции и переход от формально-логической направленности к лингвистическим, естественно-языковым аспектам исследования в аналитической философии совсем не отменяют актуальности проблемы обобщения представлений аналитиков об онтологических и гносеологических основах самих логических истин и объектов в свете обоснования математики.

Исторически первыми и, по-видимому, наиболее значимыми в рассматриваемом отношении были концепции представителей логицизма. Задача углубления оснований математики формулируется Г. Фреге, который убежден в логической природе фундамента этой науки: «…я полагаю, к общим логическим основаниям нужно обратиться в несколько большей степени, чем считает необходимым большинство математиков»[3]. О том, как Фреге понимает бытийный и теоретико-познавательный статус самой логики (исходных логических истин и объектов), можно судить по его высказываниям. Так, он отождествляет психологическое с субъективным, логическое же трактуется им как нечто объективное. Фреге указывает, что вопрос о природе суждений, то есть об их аналитичности или синтетичности, априорности или апостериорности, следует решать исходя не из их содержания, а из «глубинных» аргументов, указывающих на их истинность. Если оказывается возможным доказать утверждение опираясь лишь на всеобщие законы, недоказуемые и не нуждающиеся в доказательствах, то, говорит Фреге, данная истина оказывается априорной[4]. Здесь, говоря о

[2] Об этом подробнее см.: Арепьев Е.И. О сущностном фундаменте математики и ее арифметической составляющей // Философская Россия 1/2006. – М.: Изд-во РУДН, 2006. – С. 99–108.
[3] Фреге Г. Основоположения арифметики. Логико-математическое исследование понятия числа. – Томск: Водолей, 2000. – 128 с. – С. 23.
[4] См.: там же. – С. 27.

«всеобщих законах», Фреге, несомненно, имеет в виду законы логики. Он указывает на их особый теоретико-познавательный статус, состоящий в безусловной истинности и недоказуемости.

Фреге, отмечая нетождественность онто-гносеологического фундамента геометрических и арифметических основополагающих истин, указывает, что принципы арифметики более универсальны в том смысле, что они, господствуя над областью исчислимого, обладают наиболее глубинными основаниями, охватывающими все действительное, все созерцаемое и, более того, – все мыслимое вообще. Таким образом, заключает Фреге, законы чисел должны находиться в теснейшей связи с законами мысли[5]. При том, что ученый четко разграничивает психологические и логические аспекты, его позицию можно уточнить, дополнить в том смысле, что законы логики и арифметики есть, собственно говоря, необходимые условия возможности самого мышления, разума и эти условия, согласно Фреге, объективны.

Задача, которую стремиться решить этот мыслитель состоит в доказательстве аналитичности, априорности истин арифметики, в том, чтобы доказать единство арифметики и логики: «…арифметика была бы лишь дальнейшим развитием логики, а каждое арифметическое предложение было бы логическим законом, хотя и производным»[6]. Законы чисел, говорит Фреге, не нуждаются в испытании практикой. Они не являются законами природы, а, как и все законы логики, отражают связи между суждениями, к которым относятся и законы природы. Поэтому математические истины и могут успешно применяться в исследовании природы и внешнего мира в целом.

Не противореча Фреге, сейчас можно было бы описать данную ситуацию более полно, сказав, что математика, действительно, не проверяет свои истины эмпирически или в процессе практической (производственной) деятельности, и, в этом смысле, не нуждается в практике и эмпирии. Это же подтверждается и тем, что эмпирия и практика не дают примеров опровержения каких-либо математических утверждений. Но эффективность использования математики и в эмпирических науках, и в практической деятельности человека, несомненно, свидетельствует об объективности математических (арифметических, логических и др.) истин и тем самым способствует прояснению бытийных и теоретико-познавательных аспектов фундамента этой науки.

Фреге указывает, что, подобно тому как физика изучает законы тяготения и теплоты, логика изучает законы истинности. При этом он отмечает объективность логических законов, их принадлежность к действительно-

---

[5] См.: там же. – С. 42.
[6] Там же. – С. 109.

сти[7]. Из законов же истинности выводятся принципы мышления, суждения, умозаключения, не сводимые к психологическим законам. Логика и математика не исследуют сознание, носителем которого является отдельный человек, говорит Фреге, они исследуют разум, дух (а не его носителя)[8]. Эти утверждения не вполне ясны, поскольку Фреге не придерживается строгости в философских рассуждениях, но истолковать его мысль, по-видимому, можно только в том смысле, что логика и математика (как ее часть) исследуют объективные принципы и законы, служащие условиями возможности функционирования разума, возможности мышления и, таким образом, относящиеся к нематериальной, но объективной действительности. Мысли, говорит Фреге, принадлежат действительности, отличной от действительности вещей: «… тот, кто мыслит, не создает мыслей, но должен принимать их такими, как они есть. Они могут быть истинными, даже не будучи схваченными тем, кто мыслит, но и в этом случае они не вполне недействительны, по крайней мере, потому, что они в принципе могут быть схвачены и тем самым приведены в действие»[9].

Таким образом, проблема онтологического и гносеологического истолкования логической составляющей оснований математики интерпретируется в концепции Фреге рядом установок. К важнейшим из них можно отнести убежденность в логической природе арифметических истин и законов. Эта установка, как отмечалось ранее, ошибочна, о чем свидетельствует множество аргументов и в том числе сама история развития этой идеи. Другая установка, формулируемая Фреге в неявном виде, состоит в том, что законы логики и арифметики отражают объективные свойства нематериальной действительности, называемой им «разумом» или «духом», но неотождествимой с сознанием отдельного человека. В этой реалистической установке Фреге и состоит, по нашему мнению, рациональное позитивное зерно, которое оказывает влияние на дальнейшее развитие логицизма, аналитической философии математики и ряда других направлений и которое необходимым образом должно войти в адекватное современное онто-гносеологическое истолкование основ математики, учитывающее очевидный факт – объективность и неэмпиричность ее истин.

Продолжатель идей логицизма и один из основоположников аналитической философии Бертран Рассел усиливает установку Фреге о логической природе арифметических истин утверждением, что к логическим основаниям сводима вся математика. Сейчас очевидно, что данное утверждение не соответствует действительности, и нас оно интересует постольку, поскольку может быть полезным в выявлении представлений Рассела об онтологических и гносеологических аспектах самой логики. Наша зада-

---

[7] См.: Фреге Г. Мысль: логическое исследование // Фреге Г. Логические исследования. – Томск: Водолей, 1997. – 128с. – С. 22.
[8] См.: Там же. – С. 45-46.
[9] Там же. – С.49.

ча осложняется в данном случае тем общепризнанным фактом, что на протяжении длительного периода творчества Рассела его взгляды по ряду вопросов эволюционируют, изменяясь вплоть до противоположных. Здесь мы попытаемся выявить представления и установки Рассела по интересующим нас вопросам, в той или иной степени связанные с его (совместной с Уайтхедом) программой логицистского обоснования математики.

Рассел, указывая на неопровержимое, по его мнению, доказательство единства логики и всей «чистой» математики, приведенное в совместном с А. Уайтхедом труде «Principia Mathematica»[10], утверждает в то же время, что вера в некоторые исходные принципы логики и математики основывается лишь на том, что их следствия обладают очевидной истинностью, и в этом смысле вполне уместна теоретико-познавательная аналогия между точными и эмпирическими науками[11], поскольку в последних гипотезы, как правило, включаются в состав теории на основе эмпирического подтверждения их следствий. Он говорит также, что материя обладает двумя свойствами, характерными для логических конструкций, именно что два элемента материального мира не могут одновременно находиться в одном и том же месте и что один элемент материального мира (предмет, вещь) не может одновременно находиться в двух местах. Рассел указывает, что материя непроницаема потому, что такой ее делают наши определения, логические конструкции, описывающие мир, тот же факт, что такие определения удобны, говорит Рассел, является эмпирическим[12].

В расселовском рассмотрении проблем онтологии использование математической логики сочетается с установкой «Бритвы Оккама». Рассел стремится минимизировать число вводимых сущностей, руководствоваться принципом необходимости. «Использование математической логики не должно обосновывать онтологический статус там, где он может быть сомнительным, более того, оно должно сводить к минимуму количество слов, имеющих смысл прямого указания на объект»[13]. Позиция Рассела по поводу онтологического статуса истин и объектов логики выражается в его рассуждениях об онтологическом статусе универсалий, в частности – отношений. Он указывает, что вряд ли можно избавиться от отношений, что они, по-видимому, являются элементами внеязыковой структуры действительности, что в логике должны существовать различия между элементами языка, соответствующие объективным различиям между элементами

[10] Russell B., Whitehead A. Principia Mathematica. – Volume I-III – Cambridge At the University press, 1910-1913.

[11] Рассел Б. Логический атомизм // Рассел Б. Философия логического атомизма. – Томск: Водолей, 1999. – С. 148-149.

[12] Там же. – С. 152.

[13] Рассел Б. Логика и онтология // Рассел Б. Философия логического атомизма. – Томск: Водолей, 1999. – С. 168-174. – С. 173.

(структурами) действительности[14]. В итоге, говорит он, «… я, хотя и с некоторыми колебаниями, прихожу к выводу о том, что существуют универсалии, а не просто общие слова. По крайней мере, сходство (отношение сходства – прим. автора) должно быть принято, а в таком случае едва ли стоит изобретать средства для устранения других универсалий»[15]. И далее, «я убежден в том, что хотя бы посредством изучения синтаксиса мы можем получить значительное знание относительно структуры мира»[16].

Рассуждая о проблемах логических оснований математики, Рассел указывает, что, например, аксиоматика Пеано для арифметики натуральных чисел может быть интерпретирована бесконечным числом способов, но эмпирические факты указывают нам на наибольшую эффективность (и значит, онтологическую адекватность?) единственной интерпретации – той, которая удовлетворяет эмпирическим утверждениям перечисления: «У меня на руках десять пальцев» и пр[17]. Рассел говорит, что «логика» или «математика» могут быть определены через уточнение понятия «аналитических» суждений. «… Мы можем и должны еще допустить, что они представляют собой класс суждений, полностью отличный от тех, которые мы знаем эмпирически. Все они имеют характеристику, которую мы некоторое время назад назвали «тавтологичностью». Она, скомбинированная с фактом, что они могут быть полностью выражены в терминах переменных и логических констант (логическая константа есть нечто, что остается постоянным в суждении даже тогда, когда все его конституенты изменены), даст определение логики или чистой математики. На настоящий момент я не знаю, как определить «тавтологию»… На этом этапе мы достигли границ познания в нашем обратном путешествии в логические основания математики»[18].

Итак, Рассел убежден в онтологическом статусе логики (и математики), в объективности ее основных истин. Однако при этом он, так же как и Фреге, не предлагает развернутого конкретизированного описания, объяснения того, какие истины и объекты логики выражают свойства действительности и какие именно свойства. Рассел, таким образом, указывает черту, до которой он доходит в исследовании логических оснований математики, направленных, так сказать, в «обратную» сторону, то есть к онто-гносеологическому фундаменту.

У Витгенштейна, творчество которого испытывает несомненное влияние Фреге и Рассела, мы встречаем истолкование логики при помощи по-

---

[14] См.: Рассел Б. Исследование значения и истины. – М.: Идея-Пресс: Дом интеллектуальной книги, 1999. – 399 с. – С. 390 (постраничные ссылки приводятся по электронному изданию http://ihtik.lib.ru/lib_ru_philosbook_22dec2006.html)
[15] Там же. – С. 392-393.
[16] Там же. – С. 393.
[17] См.: Рассел Б. Человеческое познание: его сфера и границы. – М., 2000. – С. 202 (постраничные ссылки приводятся по электронному изданию http://ihtik.lib.ru/lib_ru_philosbook_22dec2006.html)
[18] Рассел Б. Введение в математическую философию. Избранные работы / вступ. статья В.А. Суровцева; пер. с англ. В.В. Целищева, В.А. Суровцева. – Новосибирск: Сиб. унив. изд-во, 2007. – С. 219.

нятия возможности: «Нечто логическое не может быть только возможным. Логика трактует каждую возможность, и все возможности суть ее факты»[19]. Витгенштейн указывает, что любой объект подразумевает совокупность возможностей его взаимосвязи с другими, в логике немыслим объект вне его возможностей контекстуальных включений. Образ или модель действительности, говорит далее Витгенштейн, должен иметь с самой действительностью то общее, что называется логической формой. Логика отражает объективные возможности действительности[20]. Эти высказывания, на наш взгляд, вполне могут трактоваться как попытка выражения объективных свойств логики, указания на ее непосредственную включенность в действительность, как некоторая версия реализма, поскольку логика (форма) моделей действительности, формируемых в нашем языке, в нашем разуме, совпадает, по Витгенштейну, с логикой и формой самой действительности.

Идеи «Логико-философского трактата», как и вообще идеи Витгенштейна, не могут служить образцом упорядоченности и адекватности. Так, например, он указывает, что «изобразить в языке нечто “противоречащее логике” так же невозможно, как нельзя в геометрии посредством ее координат изобразить фигуру, противоречащую законам пространства, или дать координаты несуществующей точки»[21]. Это совсем не так. Естественный язык, несомненно, богаче языка логики и несводим к последнему. Отношение логического и нелогичного (внелогичного, нелогического) не аналогично приведенному примеру Витгенштейна с пространством. Естественный язык может выражать как внепространственные, так и внелогические понятия, обладающие определенным содержанием, смыслом: «круглый квадрат», «не совпадающий с собой объект». Эти примеры достаточно осмысленны в естественном языке, но ими не могут оперировать как понятиями геометрия и логика.

Тем не менее Витгенштейн совершенно адекватно определяет отношение к действительности таких составляющих оснований математики, как геометрическая и логическая: «Геометрическое и логическое место соответствуют друг другу в том, что они оба есть возможность существования»[22]. Математическое знание, включающее в свои основания арифметическую, геометрическую и логическую составляющие, и представляет собой совокупность наиболее общих, абстрактных законов всего возможного вообще[23].

---

[19] Витгенштейн Л. Логико-философский трактат // Людвиг Витгенштейн Философские работы. – Ч. I. – М.: Гнозис, 1994. – С. 2, тез. 2. 0121 (постраничные ссылки приводятся по электронному изданию http://ihtik.lib.ru/lib_ru_philosbook_22dec2006.html)

[20] См.: Там же. – С. 5 и далее.

[21] Там же. – С. 6. (тез. 3.032)

[22] Там же. – С. 12. (тез. 3.411)

[23] Об этом подробнее см.: Арепьев Е.И. О сущностном фундаменте математики и ее арифметической составляющей // Философская Россия 1/2006. – М.: Изд-во РУДН, 2006. – С. 99–108.; Арепьев Е.И. О методе внешнего и внутреннего рассмотрения и сущностных основаниях математики // Философская Россия

Витгенштейн, в своем противоречивом духе, утверждает невозможность описания логической формы в языке: «Предложения не могут изображать логическую форму, она отражается в них. Язык не может изображать то, что само отражается в языке»[24]. По поводу авторов подобного рода утверждений справедливо высказывается Рассел: «…Те, которые настаивают, что существует знание, невыразимое в словах, но используют слова, чтобы сообщить нам, что это за знание. Сюда относятся мистики, Бергсон и Витгенштейн, а также в некоторых отношениях Гегель и Брэдли. …(их группу) можно не принимать во внимание, как противоречащую самой себе»[25]. Вместе с тем Витгенштейн явно признает наличие свойств логики и математики, предполагающих реалистическое понимание их природы, он указывает, что логика (и математика) априорна, неэмпирична: «Мы не верим априори в закон сохранения, но мы априори знаем возможность логической формы»[26]. И в то же время сам себе противоречит: «Математик – изобретатель, а не открыватель»[27]. Он, как и Рассел в ряде своих работ, нередко приводит примеры, которые, казалось бы, должны прояснять ход мыслей автора, его точку зрения, но на самом деле они ничего не поясняют. Подобная вариативность высказываний и противоречивость творческого наследия Витгенштейна делает его интересным автором, вдохновляющим наследием своего раннего и позднего этапов творчества многих на создание собственных, порой весьма опосредованно связанных с витгенштейновскими исканиями концепций. Однако, с другой стороны, эта особенность творчества накладывает определенные ограничения на их ценность для философии науки и научной философии вообще[28].

Несомненное влияние работ Фреге и Витгенштейна испытывает на себе творчество Р. Карнапа, которого можно отнести к представителям аналитической философии математики с некоторой оговоркой, поскольку он принадлежит к течению неопозитивистов. Он стремится не просто избегать, но и доказать неосмысленность, нелогичность высказываний, в кото-

---

1/2006. – М.: Изд-во РУДН, 2006. – С. 109–117.; Арепьев Е.И. Онтологические и гносеологические компоненты оснований математики: геометрическая составляющая // Философская Россия 3/2007. – М.: Изд-во РУДН, 2007. – С. 144–151.

[24] Витгенштейн Л. Логико-философский трактат. // Людвиг Витгенштейн Философские работы. – Ч. I. – М.: Гнозис, 1994. – С. 18, тез. 4. 121 (постраничные ссылки приводятся по электронному изданию http://ihtik.lib.ru/lib_ru_philosbook_22dec2006.html)

[25] Рассел Б. Исследование значения и истины. – М.: Идея-Пресс: Дом интеллектуальной книги, 1999. – 399 с. – С. 387. (постраничные ссылки приводятся по электронному изданию http://ihtik.lib.ru/lib_ru_philosbook_22dec2006.html)

[26] Витгенштейн Л. Логико-философский трактат. // Людвиг Витгенштейн Философские работы. – Ч. I. – М.: Гнозис, 1994. – С. 47, тез. 6.33 (постраничные ссылки приводятся по электронному изданию http://ihtik.lib.ru/lib_ru_philosbook_22dec2006.html); см., также: Витгенштейн Л. Замечания по основаниям математики. // Философские работы. Часть II, книга I. - М., 1994. - С. 50-51.

[27] Витгенштейн Л. Замечания по основаниям математики. // Философские работы. Часть II, книга I. - М., 1994. - С. 52.

[28] Подробнее об этом см.: Арепьев Е.И. Метафизический агностицизм и нигилизм аналитических концепций // Актуальные проблемы социогуманитарного знания: Сборник научных трудов кафедры философии МПГУ. Выпуск XVI. – М.: Прометей, 2003. – С. 3–14.

рых сформулированы проблемы онтологического и гносеологического характера. Однако, как известно, стремление избежать метафизических и «вненаучных» высказываний привело представителей Венского кружка, например, к формулировке принципа верификации, в котором они видели основное средство достижения своей цели и который, как выяснилось, оказался метафизическим, «псевдонаучным» и неверифицируемым высказыванием. Поэтому представляется вполне допустимым предположить, что Карнап все же вносит определенный вклад в развитие онто-гносеологических представлений о логической составляющей фундамента математики.

Карнап утверждает, что из истинности тезиса о том, что предложения метафизики являются псевдопредложениями, вытекает невыразимость метафизики в логически правильно построенном языке[29]. Карнап подразделяет осмысленные предложения на всегда истинные в силу своей формы предложения, то есть тавтологии, по Витгенштейну, или аналитические суждения, по Канту, на их противоположность – всегда ложные в силу своей формы предложения (контрадикции) и на предложения, истинность или ложность которых определяется эмпирическим путем. К первому типу предложений Карнап и относит предложения математики и логики. Он указывает, что они не говорят ничего о действительности, а служат для преобразования таких высказываний[30]. Здесь, конечно же, нельзя не согласиться с утверждением внеэмпиричности логических и математических истин. Но сам собой напрашивается вопрос о том, почему логические и математические высказывания «непостижимо эффективны» для преобразования эмпирических высказываний, описывающих действительность? Не означает ли это, что логика и математика служат абстрактным выражением наиболее общих свойств самой действительности? Карнап, конечно же, отверг этот вопрос как метафизическое псевдовысказывание, но при этом он поступает против обычного здравого смысла, который, по большому счету, выступает важнейшим критерием и требованием научности.

Рассуждая о проблемах онто-гносеологического характера, вопреки своему стремлению избежать их, Карнап пишет: «Язык вещей в обычной форме, в самом деле работает весьма эффективно для большинства целей повседневной жизни. Это – фактическое положение, основанное на содержании нашего опыта. Однако неверно было бы описывать эту ситуацию следующим образом: “факт эффективности языка вещей есть свидетельство, подтверждающее реальность мира вещей”. Вместо этого мы скорее

---

[29] Карнап Р. Преодоление метафизики логическим анализом языка[Erkenntnis / Hrsg. Carnap R., Reichenbach H. Leipzig, 1930-1931. Bd. 1. Перевод выполнен А. В. Кезиным и впервые опубликован в журнале «Вестник МГУ», сер. 7 «Философия», № 6, 1993, с. 11—26 // http://ihtik.lib.ru/lib_ru_philosbook_22dec2006.html - 15с. - С. 6.

[30] См.: Там же. – С. 12.

сказали бы: “Этот факт делает целесообразным принятие языка вещей”»[31]. Здесь этот заслуженный логик прибегает к удивительно примитивному алогизму. Если, следуя традиции аналитиков, пояснить ситуацию на более ярком и простом примере, то получится примерно следующее. Допустим ученый, представитель эмпирического естествознания, наблюдает явление дождя. Он, следуя установкам научной рациональности и простому здравому смыслу, пытается объяснить это явление, построить модель, раскрывающую его причину и механизмы. Эта модель состоит в описании круговорота воды в природе. Если же указанный ученый будет руководствоваться способом рассуждения Карнапа, продемонстрированным в приведенном фрагменте, то должно получиться следующее: факт эффективности применения модели круговорота воды в природе для прогнозов погоды и пр. не свидетельствует о наличии подобных процессов в действительности, мы скорее сказали бы, что этот факт делает целесообразным принятие (использование) данной модели для определенных целей (например, для того чтобы одеваться по погоде и не промокнуть). С таким способом рассуждения, подразумевающим к тому же установку на неприятие любой истины без самых наивернейших доказательств ее абсолютной точности и адекватности, естественные да и другие науки никогда не сдвинулись бы с места, то есть попросту не возникли бы.

Карнап описывает построение языкового каркаса для системы натуральных чисел. Он указывает на необходимость введения в язык этой системы ряда новых выражений с соответствующими правилами: выражений для чисел, их отношений, свойств, переменных и пр. Он говорит, что внутренние вопросы экзистенциального характера правомерны и разрешимы математическими средствами. Внешние же, философские вопросы, например вопрос о существовании, реальности чисел вообще, Карнап трактует как лишь частично осмысленный, а именно как практический вопрос о том, включать или не включать в используемый язык новые формы, образующие каркас чисел[32]. При этом он совершенно необоснованно, более того, – ошибочно исходит из прагматистской установки о том, что эффективность практического применения какого-либо знания совсем не зависит от соответствия этого знания действительности. Карнап, как и Рассел, игнорирует, либо умышленно искажает достижения теории познания, сформулированные в концепции практики, развиваемые в отечественной литературе по настоящее время и вошедшие в философию как несомненно адекватные результаты (хотя и односторонне трактуемые лишь с материалистических позиций в марксизме): эффективность применения знаний в целенаправленном и прогнозируемом преобразовании действительности

---

[31] Карнап Р. Эмпиризм, семантика и онтология // Карнап Р. Значение и необходимость: Исследование по семантике и модальной логике. – Биробиджан, 2000 (постраничные ссылки приводятся по электронному изданию http://ihtik.lib.ru/lib_ru_philosbook_22dec2006.html) – С. 3.

[32] См.: Там же – С. 3-4.

служит критерием его соответствия действительности, то есть истинности[33].

В итоге можно сказать, что Карнап, признавая эффективность применения логических и математических высказываний в процессе преобразования эмпирических высказываний о действительности, под влиянием неопозитивистских установок уходит от очевидного вывода о соответствии законов логики и математики реальному миру, определенным свойствам самой действительности.

Таким образом, завершая настоящее краткое рассмотрение, мы приходим к выводу о том, что в концепциях представителей логицизма и аналитической философии математики содержатся элементы реалистического истолкования онто-гносеологического статуса логики и логической составляющей математического знания. Эти элементы выражены в более или менее явной форме, но они не получают должного развития в силу ряда факторов, среди которых влияние обнаруженных в наивной теории множеств парадоксов, влияние субъективистских и позитивистских установок и пр. Аналитики в той или иной форме признают объективность логических и математических истин, они приводят определенные, подтверждающие данную позицию, аргументы, но не разрабатывают какой-либо онто-гносеологической интерпретации, раскрывающей, конкретизирующей связь этих истин с действительностью. Очевидно, что это является актуальной задачей современной философии математики.

[33] Об этом подробнее см.: Арепьев Е.И. Метафизический агностицизм и нигилизм аналитических концепций // Актуальные проблемы социогуманитарного знания: Сборник научных трудов кафедры философии МПГУ. Выпуск XVI. – М.: Прометей, 2003. – С. 3–14.

В.А. Еровенко
(Минск)

«МОЦАРТ И САЛЬЕРИ» КАК МИРОВОЗЗРЕНЧЕСКАЯ ПРОБЛЕМА ГУМАНИТАРНОГО И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПОЗНАНИЯ

Несмотря на необъятную литературу, порожденную произведением, умещающимся всего на девяти страницах, остается ощущение, что «Моцарт и Сальери» – произведение до сих пор еще не понятое, хотя философско-мировоззренческое содержание этой трагедии подвергалось анализу многочисленными исследователями. Возможно, причина в том, что всякая попытка приписать Пушкину – мыслителю и гениальному художнику определенное философское мировоззрение заведомо обречена на неудачу. Под мировоззрением обычно понимается система представлений человека о мире и отношении к нему с позиций общечеловеческих ценностей. Мировоззрение, включающее в себя гуманитарное и математическое знание, формируется в ходе размышлений над такими онто-гносеологическими вопросами, как что такое истина и заблуждение, что такое случайное и закономерное, что такое добро и зло. Обсуждению этих философских вопросов посвящена эта статья.

* * *

Русский публицист и философ Александр Герцен писал: «Когда Пушкин начинает одно из своих лучших творений страшными словами

Все говорят: нет правды на земле.

Но правды нет – и выше… ,

– не сжимается ли у вас сердце, не угадываете ли вы, сквозь это видимое спокойствие, разбитое существование человека, уже привыкшего к страданию?»[1]. Эти впечатляющие слова на «злобу дня» не имеют отношения к реальному содержанию этой трагедии и философскому осмыслению поставленных Пушкиным проблем. Главное предназначение ее действующих лиц – художественно воплотить философско-мировоззренческое понимание сущности творчества самого Пушкина. Человек живет в обществе, поэтому в его мировоззрение входит осознание социальных идеалов и ценностей жизни. Безразличие к мировоззренческим проблемам творчества может в итоге негативно сказаться на социальной компетентности человека. Философское мировоззрение представляет собой синтез наиболее общих взглядов на природу, общество и человека. В поэтическом слове содержится, как говорят философы, «синтез данного в мышлении», поэтому если в произведениях искусства можно обнаружить мировоззренческую глубину, то это чаще всего происходит в поэзии, не подвластной никаким стереотипам. Талант поэта – это очень редкий дар, поэтому, как правило, мы плохо передаем словами наши собственное видение мира и наше внутреннее состояние. И все же почему поэты, композиторы, художники из столе-

---

[1] Непомнящий В.С. «Моцарт и Сальери» в сознании поколений // Наука в России. – 1998. – № 4. – С. 82.

тия в столетие создают восхищающие нас гармоничные произведения искусства?

Без внутреннего импульса к созиданию творчество невозможно, поэтому природа творчества не имеет никакого отношения к внешней активности. Ни навязывание определенного мировоззрения, ни воздержание от него не способствуют пониманию творчества Пушкина. Мировоззрение художника, отраженное в его произведениях, – это мировоззрение творческой личности, свидетельствующее о загадочной активности человеческого сознания. Сознание активно вмешивается в любой творческий процесс, но каким образом можно узнать, что именно оно при этом делает? Литературоведы пытаются найти некоторые ответы в неповторимой творческой биографии и полной драматизма жизни гениальных художников. Можно ли на таком фоне избежать случайных ошибок? В известном хрестоматийном отрывке 1829 года «О, сколько нам открытий чудных…», перечисляя благословенные силы, готовящие «просвещенья дух», Александр Сергеевич Пушкин в один ряд с опытом и гением поставил случай. Вникая в заложенные в это незавершенное пятистишие житейские, художественные и философские смыслы, нельзя не обратить внимание на внутреннее сходство пушкинского поэтического дискурса и принципов современного философско-математического мышления. Неизменно восхищают и ошеломляют последние две строчки пятистишия, раскрывающие нам не только пушкинскую концепцию случая, но и сам акт самопознания культуры, неотъемлемой частью которой является научное знание:

О, сколько нам открытий чудных
Готовит просвещенья дух,
И опыт, сын ошибок трудных,
И гений, парадоксов друг,
И случай, бог-изобретатель…

Особенность трагедии «Моцарт и Сальери» в том, что в центре нашего внимания – не основоположник венской классической школы Моцарт, а маэстро венского императорского двора Сальери. Кавалера Антонио Сальери причисляют к бессмертным композиторам XVIII века, называемого золотым веком музыки, прославившимся красотой и оригинальностью сочинений. Пушкин сделал Сальери основным героем и позволил ему высказаться с небывалой для того времени силой творческого самовыражения. По форме пушкинская трагедия – это прямая речь Сальери, перемежающаяся прямой речью Моцарта. Это определенно указывает на то, что Пушкин именно Сальери делает проводником своих идей. Особенно показательна в этом отношении первая сцена, на протяжении которой поэт успевает вложить в уста Сальери собственное отношение к творчеству, а также открытость к мировоззрению, готовому «преодолеть себя», опираясь на свой жизненный и творческий опыт. Возможно поэтому в этой сцене у

Моцарта, как принято говорить, «роль второго плана». Даже музыка Моцарта, в которой внешняя безмятежность и легкость сочетается с внутренней трагичностью, служит главным образом для характеристики пушкинского Сальери, для психологического анализа его души и творчества. В реальной, невымышленной жизни есть противоречие между творческим миром идеального и более простым естественным миром, хотя развитое творческое мышление необходимо для профессионального становления любого специалиста. Границы творчества и познания зависят от соотнесения идеальных и реальных миров, поскольку наука воспроизводит идеальные сущности как свою реальность.

Великие произведения искусства и научные открытия раздвигают горизонты этой реальности. Важнейшая задача теории познания в том, чтобы, вопреки методологическому принципу непреодолимости границ собственного сознания, понять начала, основания или первоосновы взаимопонимания природы и человека, с помощью которых можно создавать гармоничные объекты и структуры, которые восхищают и радуют нас. Без дерзновенной попытки художника выйти за обыденный слой реальности нет высокого искусства. Искусство, в своих лучших образцах, включает в себя философского уровня художественные обобщения, раскрывающие целостный смысл культуры как становящегося человеческого бытия. Поэтому, чтобы определить творческие возможности пушкинского Сальери, следует обратиться не к его музыке, а, в соответствии с природой литературного замысла, к пушкинскому слову. Хотя мир научной мысли и научного творчества не менее богат, чем мир искусства, что же говорит нам трагедия «Моцарт и Сальери» сегодня? Поэты и философы, как первопроходцы на пути к Истине, призваны ставить вопросы, просветляющие человека. Присутствие понятия «истины» в этом контексте может запутать суть дела, поскольку современная точка зрения на «истинность» в определенной степени размыта в широком диапазоне от логически-смыслового до синтаксически-доказуемого. Неслучайно пушкинская трагедия тоже заканчивается вопросом Сальери, остающимся без ответа:

... Ты заснешь
Надолго, Моцарт! Но ужель он прав
И я не гений?..

Сознательные усилия мысли

Проницательным и мудрым было решение Пушкина сделать в трагедии носителем высокого эстетического начала именно Моцарта. Он был одним из редчайших гениев своего времени, равно великим в инструментальных жанрах, например симфониях и камерной музыке, и в театре. Австрийский философ Людвиг Витгенштейн утверждал, что «*гений – это не талант и характер, а характер, проявляющийся в форме особого талан-*

та». Гений, по Пушкину, открывает истину с первого взгляда. Поэтому в контексте, близком к пушкинскому, многие идеи могут приближаться к истине. Идея истины включает в себя, с одной стороны, признание разумом различия между ним и объектом познания, а с другой стороны, уверенность в возможностях разума преодолеть этот разрыв. Исследователи творчества акт такого постижения называют «озарением», однако такому озарению обычно предшествует стадия «инкубации», в течение которой проблема или тема ускользает от внимания и последовательность развития идей кажется прерванной, а сама тема заброшенной. Вот как подобное состояние вспоминал английский математик Эндрю Уайлс, который нашел доказательство знаменитой теоремы Ферма, завершив тем самым многолетнюю 350-летнюю работу многих математиков: «В понедельник 19 сентября я с утра сидел в своем кабинете… Внезапно, совершенно неожиданно, на меня снизошло озарение… Это был самый важный момент за всю мою математическую карьеру. Ничто из того, что мне суждено свершить, не могло сравниться с переживаемым моментом»[2]. Решение трудных задач приходит, как правило, не только в результате исключительно логических умозаключений, а появляется как бы сразу, все целиком. Подобное озарение – это блестящая сольная партия в великой драме научных открытий, которая положила конец «ферматистским страданиям».

Но одно дело понимать головой, рассудком и совсем другая ситуация возникает, когда озарение прочувствовано каждой клеточкой своего тела, как бы банально это ни звучало для внешнего наблюдателя. Вот свидетельство самого Моцарта из его знаменитого письма: «Когда я чувствую себя хорошо и нахожусь в хорошем расположении духа, или же путешествую в экипаже, или прогуливаюсь после хорошего завтрака, или ночью, когда я не могу заснуть, – мысли приходят ко мне толпой и с необыкновенной легкостью. Откуда и как приходят они? Я ничего об этом не знаю. Те, которые мне нравятся, я держу в памяти, напеваю; по крайней мере, так мне говорят другие». В искусстве, в отличие от науки, каноны ремесла не требуют специального обоснования, поэтому, чтобы не превратиться в застывшие стандарты, необходим творческий процесс их изменения, допустимая мера которого определяется интуицией художника. Настоящий ремесленник не знает, делает он или творит в процессе своей работы. Совершенно неясно, как объяснить логическими средствами всеми признаваемую способность творить. Процесс – неотъемлемая часть результата. Александр Пушкин глубоко интересовался непростыми и неоднозначными связями рассудочного просвещения с другими сферами человеческой культуры и жизни. Например, приобщение к математике, музыке или живописи может способствовать объяснению того, что собой представляет понимание поэзии как проявления человеческой жизни. Марина Цветаева

[2] Сингх С. Великая теорема Ферма. – М.: МЦНМО, 2000. – С. 250.

говорила, что «*гений – высшая степень подверженности наитию*». Еще определеннее высказался по этому поводу Евгений Баратынский:

Не подражай: своеобразен гений
И собственным величием велик…

Такого рода события с точки зрения психологии не имеют ничего общего с логикой познания, с постепенным разворачиванием аргументов, доводов или фактов. Например, великий немецкий математик Карл Гаусс говорил: «Я не могу сказать сам, какова природа путеводной нити, которая соединила то, что я уже знал, с тем, что принесло мне успех». Вероятно, происходит прорыв в сознание результата долгой бессознательной работы, которая включает одновременную обработку различных потоков восприятий и способность образовывать связные композиции идей, несмотря на то что математик не может быть до конца уверен в своих доказательствах и рассуждениях. На роль такой бессознательной работы в математическом творчестве указывали многие знаменитые математики. Об этом же говорит в упомянутом письме и сам композитор Вольфганг Моцарт: «После того как я выбирал одну мелодию, к ней вскоре присоединяется, в соответствии с требованиями общей композиции, контрапункта и оркестровки, вторая, и все эти куски образуют «сырое тесто». Моя душа тогда воспламеняется, во всяком случае если что-нибудь мне не мешает. Произведение растет, я слышу его все более и более отчетливо, и сочинение завершается в моей голове, каким бы оно ни было длинным»[3]. Однако не следует надеяться, что одни только бессознательные усилия способствуют творческому постижению истины и созданию великих произведений искусства.

Музыке Моцарта свойственно изящество пропорций. Возможно это следствие его музыкальной гениальности, но для многих может быть неожиданным то, что Моцарт увлекался математикой и даже записывал математические вычисления о доле своего гипотетического выигрыша в лотерее на полях некоторых своих сочинений. Более того, согласно свидетельствам его сестры, Вольфганг в ученические годы «ни о чем не думал, кроме арифметики». Тем не менее никто наверняка не знает, как великому композитору удавалось создавать у слушателей ощущение музыкальной гармонии. Как для композитора клавиши рояля – не математически выверенный гармонический ряд нот, а продолжение его самого, его настроения, ощущения, слуха, так и у любого художника исчезает сознание привходящих обстоятельств, когда он становится идентичен творческому процессу. В подтверждение этого, говоря о художнике и его художественном творчестве, швейцарский психолог и философ Карл Юнг воспользовался следующей метафорой: «*Он сам есть свое собственное творчество, весь целиком слился с ним, погружен в него со всеми своими намерениями и всем своим умением*». Читая стихи наизусть, мы делаем это неосознанно, как

[3] Адамар Ж. Исследование психологии процесса изобретения в области математики. – М.: МЦНМО, 2001. – С. 17.

будто они некая существующая данность, а излишний логический контроль может лишить нас возможности прочитать стихотворение. Поэзия – это даже не сочетания слов и рифм, а скорее атмосфера, которую создают эти вдохновенные сочетания.

Многие великие художники гораздо больше интересовались самим творимым, чем актом творчества, подтверждением чему служит то, что они оставили так мало свидетельств о своем художественном опыте. Творчество – это процесс порождения новой реальности, которая может быть осмыслена другими людьми. Можно ли создать теорию творчества, позволяющую творить? Главный побудительный мотив творчества – стремление человека полностью реализовать себя и проявить свои способности. Хотя сам процесс творчества не осознается, о художественном знании можно все же сказать, что, даже если оно обосновывается разными путями, оно обосновывается, прежде всего, личными переживаниями. Поэтому, несмотря на различие методологических принципов построения разных наук, полезно знать, какие правила аргументации и обоснования исторически сложились в гуманитарных, естественных и математических науках. Аргументация и обоснование как попытка поддержать определенные взгляды, не только не бесполезна, но и необходима. Сравнивая различные ассоциативные аспекты действительности, творчество открывает новые смыслы бесконечного мира. Многие мыслители прошлого размышляли о бесконечности, но не в окружающем мире, а о бесконечности в человеке, которая тоже может приводить в восторг. Математическое понятие «бесконечного» лишено наглядного смысла, а без детального логического анализа – вообще какого бы то ни было смысла. «*Мы знаем, что существует бесконечность, но не знаем, какова ее природа*», – писал французский математик и философ Блез Паскаль в своем главном философском труде «Мысли». Принципиальные неприятности «продвинутой» математической теории возникают как раз из-за бесконечности, которая является сутью современной математики и благодаря которой она, собственно, и процветает.

При обсуждении бесконечности каждый высказывается о чем-то своем. Особенно в этом преуспели философы и поэты. Даже гармония для них – это неопределенный вид взаимодействия, бесконечного и неисчерпаемого в своих проявлениях. «Бесконечное» как самостоятельная сущность нигде не реализуется в природе, так как повсюду для нас существуют лишь конечные вещи. Поэтому без специальных мер предосторожности, которые мы выверяем с помощью философско-методологического анализа математического знания, понятие «бесконечного» не допустимо в качестве основы нашего мышления. Любому явлению можно приписать любой смысл. Неслучайно «смысл» – понятие непростое и трудно определяемое, поскольку это, например, одновременно и свойство художественного текста, и субъективный опыт читателя. При определении любого понятия надо стремиться, как говорят философы науки, не совмещать «несовместимое».

Пушкин очень близок Паскалю по душевному складу и мировоззрению, и в его поэзии можно встретить паскалевские мотивы смысла человеческого существования. Смысл как трудноуловимое понятие не определяется только одним фактором. Именно об этом говорит Пушкин в «Стихах, сочиненных ночью во время бессонницы»:

Я понять тебя хочу,
Смысла я в тебе ищу…

Последняя строка допускает несколько толкований: «Смысла в жизни я ищу…» или «Смысла в сне твоем ищу…». Давно замечено, что «зачарованность смыслом» – характерная особенность всей славянской культуры. Может быть, в поиске смысла жизни важен не смысл, а сам поиск? К указанным личностным смыслам нужно еще добавить вариант Василия Жуковского, который в силу политических соображений заменил известную всем пушкинскую строку следующей строкой: «Темный твой язык учу…». Известный литературовед Юрий Лотман объяснял возможность такой подмены оригинала следующим образом: «*Чтобы понять смысл жизни, нужно выучить ее темный язык…*». Даже чтобы понять другого человека, надо взглянуть на мир его глазами, с точки зрения его собственных ценностей. Если в нас есть понимание другого человека, то тогда не так уж сложно нам будет отыскать в себе терпение снисхождение и прощение, без чего нельзя обойтись в любви. Понимание в конечном итоге начинается с самопонимания, поэтому процесс гармонизации нашей жизни следует начинать с взаимоотношений с самим собой. Со времен древних греков самым убедительным и очевидным для понимания является математический метод, суть которого состоит в том, чтобы не выдвигать недоказанных положений. Уместно также отметить, что готовая истина не способствует развитию творческого мышления. Понимание на высших уровнях – это способность человеческого разума связывать гипотезы и идеи, приводя их к целостному виду.

Смысл художественного произведения не данность, а объект поиска. Нередко бывает так, что смысл теоремы становится ясен из ее доказательства. Теория сама по себе не определяет смысл раз и навсегда, поскольку такие факторы, как авторская интерпретация, читательский опыт и скрытый контекст, создают ту целостность, которую можно назвать смыслом. Смысл – это то, что мы понимаем, и то, что мы пытаемся разгадать, расширяя его контекст, который ничем не ограничен и включает в себя все, что предположительно может быть важным и ценным для нас или само по себе. Такой подход предполагает возможность не искать смысл, а созидать его, творить его, вдыхать в него жизнь, поскольку только сами люди являются носителями смысла. Иоганн Гете парадоксально сказал, что «*перо гения более умно, нежели он сам*». Трагедия «Моцарт и Сальери» не только о конфликте таланта и гения. Ее современное звучание связано с ответом на вопрос о влиянии мировоззрения художника на его творчество. В маленькой трагедии Пушкина нас, прежде всего, интересует вечная проблема единства и борьбы двух начал художественного и научного творчества, которые представлены образами Моцарта и Сальери. Очевидно, что не всякая проблема является философской. Чтобы считаться философской, она должна содержать внутреннее противоречие, включающее противостоящие друг другу утверждения относительно одного и того же предмета или явления. Интересующая нас проблема именно такого сорта, поэтому способ ее изложения зависит от философско-мировоззренческой позиции автора, предполагающий доступную для всех аргументацию.

Наука как процесс создания новых знаний – это постоянное движение на грани рациональности и иррациональности. Умение спрашивать иногда важнее умения отвечать. Почему в реальном мире уживаются реальность с иррациональностью? Только труженики искусства и науки знают, какую роль играет интуиция, красота и чувство в усовершенствовании неуловимых навыков, способствующих иррациональному проникновению в природу исследуемых явлений. Один из афоризмов Людвига Витгенштейна из работы «Культура и ценность» гласит: «Если искусство служит тому, чтобы «пробуждать чувства», то входит ли в число этих чувств в конечном счете и его чувственное восприятие?». С точки зрения Сократа, знание – это человеческая деятельность, а потому оно неизбежно содержит в себе ошибки. Можно сказать, что знание – это своеобразная вера, точнее вера в действие предустановленных законов, хотя мы не знаем, почему они работают. Эта вера способствует познанию стремительно изменяющегося мира. В поиске общечеловеческого смысла жизни возможно единение науки и веры как своеобразной формы знания, которые, взаимодействуя, не противостоят друг другу. Пушкин в острый момент душевного кризиса, совпавший с днями его пребывания в Одессе, обратил внимание на высказанную английским философом Джоном Локком мысль о том, что «*вопрос веры превосходит разум, но не противоречит ему*». Наука начинается не только с проблемы, но и с веры в возможность ее решения. Вера в науку остается иррациональной, поскольку такая вера не имеет рационального основания. Многие ученые верят в то, что мир рационален, то есть разумно устроен, и вследствие этого – познаваем, хотя в то же время сомневаются в рациональной природе человека. Например, психический мир человека – мир эмоций, инстинктов, желаний и всего того, что часто приводит к заблуждениям и иллюзиям, – это иррациональный мир.

Наука не конфликтует с иррациональной верой человека до тех пор, пока последняя не становится антирациональной. Напротив, новое знание способствует укреплению веры в истину, любовь и красоту. Пушкин сказал о человеке: «*Он раб молвы, сомнений и страстей*». Пушкинский Сальери представлен как человек просветительской культуры, как рационалист и скептик. Рационализм Сальери связан для Пушкина с нарождающимся просветительством XVIII века. Просветители верили во всемогущество разума. Но время готовых решений давно прошло. Мы сами должны искать ответы на мировоззренческие вопросы. Сколько горькой правды в том, что написано о Сальери? Чтобы понять душу человека надо с большой осторожностью говорить о его недостатках. Французский математик и философ Рене Декарт упрямо повторял, что «душа всегда мыслит». Если она перестанет мыслить, то мы, считал он, перестанем существовать. Где искать спасения от столь категоричного философского умозаключения? Под словом «мыслить» Декарт понимал «все то, что осуществляется в нас так, что мы сразу же сами это замечаем». Поэтому не только воображать, но также и чувствовать – для него то же самое, что и мыслить. Если верить немецкому философу Фридриху Ницше, то люди придумали искусство только для того, чтобы не умереть от избытка правды: «Именно стремление освободиться однажды от пользы и возвысило человека, вдохновив его к нравственности и искусству!» Только настоящее искусство способствует пониманию эстетических и этических категорий.

Ощутить разницу между искусством и ремеслом можно на показательных примерах математических манипуляций с актуальной или «состоявшейся» бесконечностью, дающих правильный ответ на многие технически сложные вопросы. Существует ли такая бесконечность, спрашивать теперь уже бессмысленно, поскольку это уже давно хорошо апробированный полезный математический инструмент. До определенного исторического момента все бесконечности «были на одно лицо» и математики не хотели замечать очевидного, и только после переворота в математическом мышлении, сделанного немецким математиком Георгом Кантором, они перестали быть похожими друг на друга. Вот тут и выяснилось, для какой надобности был создан человек! В духе современной философии науки «человеческий фактор» вводится не только в описание процесса, но и результата научного исследования, поскольку, только общаясь с человеком, можно рассчитывать на «додумывание». Великие творцы создают такие новые понятия, которые обеспечивают работой тысячи их последователей. Именно это и произошло с современным языком теоретико-множественной математики. Заметим, что теория множеств Кантора – это не только «высочайшее проявление человеческого гения», но и одно из высших достижений культурной деятельности человека. Согласно Аристотелю, обладание рациональностью является отличительной чертой людей. Умение и ремесло необходимо каждому художнику. Сальери не скрывает своего профессионального умения и своих знаний, а ремесло для него основа работы:

Труден первый шаг,
И скучен первый путь. Преодолел
Я ранние невзгоды. Ремесло
Поставил я подножием искусству…

Если рассмотреть соотношение ремесла, искусства и науки, то можно заметить, что отличие науки в том, что она не останавливается на стадии образов и представлений, как ремесло или искусство, а требует формирования и развития строгих понятий и исключительно точных терминов. Блез Паскаль, называя математику «самым прекрасным ремеслом в этом мире» и даже «высшим упражнением ума», считал ее, в конце концов, прежде всего ремеслом. Ремесло – часть творчества, поскольку осуществление творчества требует мастерства, а обретение мастерства – практических навыков в творческом ремесле. Хотя в образе Сальери воплощены некоторые подлинные впечатления поэта от не самых лучших представителей литературной среды его времени, происхождение литературного Сальери намного сложнее. В полном согласии со своим мировоззрением у Сальери царит культ мастерства. Слово «труд» несколько раз встречается в его первом монологе. Сальери-труженник ищет вдохновение в «сознательных усилиях мысли» и в каждодневном труде. «Думается, что этот образ во многих своих существенных чертах концентрирует собственные представления Пушкина о художественном творчестве, о бытии художника в мире, это его двойник», – именно такую трактовку в контексте «художественного философствования» предлагает А.И. Болдырев[4]. В конечном счете речь идет о проблеме творчества, в которой заложен «таинственный код» мировоззренческого содержания произведений науки и искусства. Он чудесным образом проявляется в коллективном прозрении при решении крупных математических проблем.

Человеческий интеллект иногда нуждается в поддержке творческого воображения, способного осознать и смоделировать до сих пор не встречавшуюся ситуацию. Еще конкретнее высказался в «Мыслях» Блез Паскаль, который был убежден в том, что «*почти все людские поступки совершаются под натиском воображения*». Даже такой, казалось бы, простой раздел математики, как «арифметика», в контексте гёделевских результатов обоснования математики оказался сильнее любых фантазий в рамках современного формализма математики. Заметим, что профессиональный разговор о поэзии невозможен без стиховедческих знаний в области форм стиха – метрики, рифмовки, строфики, что является важным компонентом хорошего филологического образования. Тут явно недостаточно простой арифметики – здесь нужна «алгебра слогоисчисления», «комбинаторика рифм» и многое другое. Чтобы система перешла на более высокий уровень, она должна использовать все возможные комбинации из имеющихся конструктивных элементов. Поэтому люди с любым складом ума обязаны изучать доступную им математику, чтобы перейти на другой уровень сознания. В дедуктивном движении мысли наука опирается на свои слова-символы, поэтому научное знание во все большей мере осваивает современный математический язык. Только на универсальном языке

[4] Болдырев А.И. «Союз … двух сыновей гармонии» // Вестник МГУ. Сер.7. – 1993. – № 2. – С. 66.

математики можно сделать достаточно корректное и непротиворечивое описание современной «картины мира». Размышлений о литературном шедевре явно недостаточно для того, чтобы обучиться теории и практике научного метода.

Показанный Пушкиным целостный синтетический анализ творческого процесса характеризует его как универсально мыслящего представителя истинного Просвещения. Каждый творческий человек, по его словам, «*духовной жаждою томим*». Именно духовные свершения оправдывают существование науки и искусства. Разум сопротивляется тому, что воспринимается только чувствами, но ему нужен дух, который постигает разум. В античности такой проблемы не существовало. По уверению одного колоритного чеховского персонажа «в Греции все есть». В Греции впервые в истории культивировались все виды творчества как интеллектуально-духовной деятельности, лишенной утилитарного применения, а пифагорейцы впервые выдвинули мысль о гармоничном устройстве мира, включая сюда всю природу и самого человека. Заметим, что имя наиболее образованного человека своего времени в области философии, математики и естественных наук, а именно имя древнегреческого мыслителя Пифагора, полученное им после обряда посвящения и известное каждому образованному человеку, означает «*прозревающий гармонию*». С точки зрения древнегреческой философской традиции, идущей от Аристотеля, человеку присущи три сферы действия: «theoria», «praxis» и «poiesis», что означает познание, поведение и творчество. Слово «poiesis» не означает здесь поэзию в смысле написания стихов, а означает творчество вообще, то есть поэзия, которую принято ассоциировать с чистым творчеством, дает свое имя одному из указанных действий.

Величие познания состоит в том, что человек способен проверять знания, полученные его сознанием. В переводе с греческого «математика» означает познание. Слово «познание» обозначает сферу человеческой деятельности в широком смысле, включающую в себя также сферу науки, поскольку первоначальный смысл слова «theoria» означал не «теорию» в узком смысле некоторой научной области, а только созерцание. «Praxis» означает действие в узком смысле как поведение, поэтому эту сферу человеческой деятельности можно отнести к области интересов этики. Наконец, третьей сфере «poiesis» принадлежит все художественное и научное творчество, которое создает весь мир культуры. Несмотря на пройденные человеческим интеллектом духовные вершины, немало щедро одаренных художников и успешных ученых создают незначительное и ненужное. В этом проявляется скудость их мировоззренческих принципов и ценностей. Мировоззрение тогда становится ценностью образования, когда составляющая его система взглядов и принципов, как говорят философы, способна «преодолеть себя». Осознание связи науки с мировоззрением и ее местом в культуре, философское осмысление научного знания и оценка научных достижений за пределами науки – все это принято сейчас называть «гуманитаризацией науки». Мировоззренческий взгляд на художественное творчество важен не только для понимания художественного познания, но и для полноценного развития самой культуры. Черновики рукописей Пушкина свидетельствуют об его огромном и титаническом труде, но Моцарт, не исторический, а литературный из «маленькой трагедии», этого труда не знал. Носителем этого труда в сознании поколений стал пушкинский Сальери. Среди людей искусства не много найдется людей, которые были бы столь же требовательны к себе и к своему творчеству, как Сальери:

Усильным, напряженным постоянством
Я наконец в искусстве безграничном
Достигнул степени высокой…

Такое познание требует не только силы духа, но и интеллектуальной зрелости. Для него недостаточно одной веры в бесконечную силу разума и рационального начала. «*Наивысшее проявление силы разума*, – согласно философии разумения Блеза Паскаля, – *состоит в способности признавать, что существует множество явлений ему непостижимых*». Наш современник Иосиф Бродский в интервью «Искусство поэзии» говорил о том, что рациональное способно подвести к иррациональному: «Когда рациональное вас покидает, на какое-то время вы оказываетесь во власти паники. Но именно здесь вас ожидают откровения. В этой пограничной полосе, на стыке рационального и иррационального». В математике тоже есть «пограничная зона», в которой некоторые утверждения не обязаны быть либо верными, либо неверными. Если мы хотим достичь ясного понимания человеческой природы, необходимо исследовать иррациональные факторы в жизни человека. Рациональность есть там, где потенциально возможна иррациональность. И нельзя понять суть одного и другого на основе непосредственных впечатлений. Поэтому важнейшей задачей духовной сферы является объединение «алгебры» с «гармонией», способствующее пониманию законов, лежащих в основе гармоничных созданий культуры. Рациональность и иррациональность являются там, где есть разрыв, где реально существующие вещи не существуют с необходимостью. С необходимостью существуют только математические объекты, хотя и довольно специфическим образом.

Согласно учению пифагорейцев, «гармония» представляет собой «внутреннюю связь вещей», без которой мир не мог бы существовать, и имеет численное выражение. Все элементы или «стихии» мироздания были связаны у них с гармоническими фигурами. Можно говорить о сущностной необходимости, управляющей миром математики, который отличается от мира реально существующих вещей, постигаемых с помощью чувств. Важнейшей задачей математического исследования является достижение гармоничного единства простоты и ясности понимания исследуемого явления, что вполне соответствует и задачам художественного творчества. Поэтому именно математика является одним из способов облегчить нам понимание непонятой гармонии и «божественной красоты», основанной на соизмеримости отдельных частей и целого. Стремление к знанию, с точки зрения Аристотеля, присуще каждому человеку от природы. Можно ли с той же уверенностью сказать это про каждого современного человека? Понятно, что вопрос чисто риторический. Тем не менее истина и познание остаются непосредственной целью всех теоретических наук. Человек имеет в самом себе нечто божественное, а именно интеллект, который иногда нуждается в поддержке творческого воображения, способного вообразить до сих пор не встречавшуюся ситуацию. Не все в природе подчиняется равномерному движению, поэтому, не найдя опоры только в бесстрастном разуме, мы время от времени возвращаемся назад. «*Человека всегда раздирает междоусобица разума и страстей*», – говорил Паскаль. Поэтому любые общие рассуждения убедительны лишь при наличии в воображении гармонично связанных опорных точек.

Принято считать, что искусство призвано создавать гармонию. Главная задача искусства состоит в том, чтобы художественными средствами отображать гармонию и красоту природы и человека. Искусство вносит гармонию не в научном, а во «вненаучном» восприятии действительности в духовный мир человека, обогащая его мировоззрение. Математика – это тоже искусство, поскольку в минуты творческого вдохновения математик действует интуитивно, подсознательно ощущая красоту математической истины. Красота логичных рассуждений была открыта уже древнейшими математиками. С другой стороны, знаменитый паскалевский афоризм гласит: «*У сердца есть свои резоны, которых не ведает разум*». Это перекликается с принципиально важным «бинарным мотивом» творчества Пушкина: «сердце – разум». Человеческая жизнь для него неотделима от всего материального и духовного, поэтому его творчество столь гармонично. Разум – это способность ума устанавливать соотношения между фактами или идеями, которая выражается в активности анализа суждений. Мысли западают нам в сердце, не спрашивая нас. Замечательно и решительно сказал об этом Евгений Баратынский:

Болящий дух врачует песнопенье.
Гармонии таинственная власть
Тяжелое искупит заблужденье
И укротит бунтующую страсть.

Воображение творит красоту

Бесплодные попытки в решении фундаментальных философских проблем привели к тому, что профессиональные теоретики стали успокаивать себя психотерапевтическими пассами типа: «методологический хаос» – это благо, позволяющее двигаться сразу по всем направлениям. Терапевтическая сила искусства, вносящего гармонию и успокоение в смятенную душу человека проявляется именно тогда, когда трудно или невозможно сделать рациональный выбор в сложной жизненной ситуации. В широком контексте рационализм Сальери – это не индивидуальное свойство характера, а отражение одного из главных направлений эпохи Просвещения. Принято считать, что мы действуем рационально до тех пор, пока мы думаем согласно определенной системе правил. В действительности рациональность не сводится к набору правил, поскольку рациональность в мышлении – это не принуждение, а его внутренняя составляющая, так как в каждый момент нашей сознательной жизни мы делаем выбор из бесконечного количества возможностей. Сущность математического творчества как раз и состоит в сочетании таких разных начал, как творческое воображение и эффективная дедукция. Понятие дедуктивной системы изящно, убедительно и интеллектуально привлекательно. Уже в Древней Греции дедуктивное построение математики было вполне респектабельным занятием, а к предмету математики тогда относили наиболее существенные свойства вещей, абстрагированные умом.

В античные времена были сделаны выдающиеся математические открытия, оказавшие определяющее влияние на развитие материальной и духовной культуры. Кроме того, в этот период математическая наука стала отделяться от философии, так как научные истины, не подтвержденные аргументированными рассуждениями, не представляют большой ценности. Вспомним хотя бы строки из «Вакхической песни» Пушкина: «*Так ложная мудрость мерцает и тлеет / Пред солнцем бессмертным ума*». Если речь идет о дедуктивном методе, то сначала дают строгое определение понятий, затем определяют правила действий с ними и только после этого в процессе исследования применяются правила логического вывода. В каждом таком дедуктивном шаге непременно присутствует интуиция, а их синтез и есть дедукция. Именно этим сильна математика как особый тип универсального знания, в котором мысль движется дедуктивно, освобождаясь от неисчерпаемых особенностей конкретных явлений. Но дедукция применима лишь в определенных ситуациях. Прежде чем что-то доказывать, необходимо научиться делать правдоподобные предположения или догадаться, что же именно надо доказать. Поэтому сколько бы ни говорилось об аксиоматизации теории с помощью математической логики, реальные теории остаются «размытыми» в зависимости от степени их общности. Как не существует единственной категории математических умов, так не существует и единственной ярко выраженной «математической» или «рациональной» способности. Более того, если говорить о решении конкретных практических задач, то логика, имеющая свои пределы, иногда больше мешает, чем помогает, подобно тому, как рутинная учебная грамматика не способствует изучению разговорного иностранного языка.

Укажем также на один психологический аспект, пока еще «фоновый стук смычка о скрипку» не мешает нам слышать всю мелодию целиком. Есть все основания полагать, что математическая и поэтическая деятельность мозга столь же сложна, как и наиболее изученная интеллектуальная человеческая деятельность – речь. Только великая поэзия свободно властвует в мире художественных идей, поскольку в естественном языке есть средство для выражения всего, что может проявиться в душе человека. Существенную часть современной математики составляет естественный язык – гибкий и динамичный, но плохо приспособленный к точному анализу и измерению. Но даже ему не всегда удается преодолеть пропасть между бессмертной душой и смертной, которая соответствует пропасти между человеком, каким он может быть, и человеком, какой он есть в действительности. «*Стих только тогда убедителен, когда проверен математической* (*или музыкальной, что то же*) *формулой*», – писала Марина Цветаева. Эта фраза в наше время требует уточнения. В ней идет речь о том, что восприятие серьезной музыки и напряженная работа математической мысли – в чем-то близки. Поэтому не следует порицать современное общество в целом за то, что оно любит «фонограммную попсу», а не любит живую классическую музыку – так уж оно изначально создано. Но научиться разбираться хотя бы в элементарной математике гораздо сложнее, чем научиться получать удовольствие от музыки. С другой стороны, после того как было осознано, что любая содержательная информация может кодироваться, сочинение музыки и нахождение математических алгоритмов стали рассматриваться как интеллектуальные задачи одной природы.

Поэзия Пушкина ласкает не только наш внешний, но и внутренний слух, доказывая тем самым, что он и мыслил музыкально, как подобает истинному поэту. Понимание гармонии формировалось на основе характеристики музыки и вообще всех искусств разных эпох. Хотя понятие гармонии активно присутствует в музыкально-теоретических трактатах античности и средневековья, современная музыка, ставшая искусством гармонии, не в состоянии самостоятельно найти для себя законы, оживляющие математическую гармонию чувств. Пифагор открыл связь числовых отношений с музыкальной гармонией, а именно обратил внимание на то, что при определенных соотношениях длин струн они издают приятный гармонический звук. Со времен античности нет такой единой методической концепции, с помощью которой можно было бы постичь «универсальную гармонию», описывающую исторически устойчивую бинарную оппозицию «содержания и формы» эстетических законов. В статье «Утро акмеизма» Осип Мандельштам вдохновенно сказал: «Мы полюбили музыку доказательства». Он восхищался мощью доказательства и убедительности музыки Баха и говорил о логической связи как о вдохновенной и трудной симфонии с органом и пением. Такой взгляд на творчество характерен и для пушкинского Сальери, развивающего идеи, заложенные в великих образцах:

Поверил
Я алгеброй гармонию. Тогда
Уже дерзнул, в науке искушенный,
Предаться неге творческой мечты.

Проблема целостности познания зависит от понимания некоторых соотношений и не исчерпывается любым их контекстом. Идея гармонии была, быть может, самой фундаментальной в культуре Древней Греции. Античная математика и философия проникнуты понятием гармонии, которая стала у пифагорейцев математическим понятием. Их глубокое убеждение в существовании гармонии мира наложило отпечаток на все дальнейшие гуманитарные, философские и математические исследования. Алгебра – это уже достижение не греков, а арабов и перенявших их знание европейцев. Высокая степень общности алгебраических теорий достигается за счет того, что, дистанцируясь от арифметики, они могут применяться к объектам нечисловой природы. А что такое алгебра для Сальери? Можно ли однозначно утверждать, что это область математики, научный метод или психологический подход? На такие вопросы не может быть дано ни однозначного, ни короткого ответа. «Путем измерения субъективные ощущения, – по мнению академика И.Р. Шафаревича, – превращаются в объективные знаки – числа, которые способны сохраняться неограниченно долго, передаваться другим лицам, не воспринимавшим тех же ощущений, а главное – с которыми можно оперировать и таким образом получать новую информацию о предметах, бывших объектом измерения»[5]. Современная математика приобрела опыт построения таких теорий, фундаментальные черты которых отражены в операциях, подчиненных определенным законам.

Природа элементов, над которыми производятся операции, для такой теории значения не имеет, важны лишь свойства операций. Такого рода математические модели называются алгебрами. Алгебраические операции могут реализовываться для новых типов объектов, внешне не похожих друг на друга, что, в свою очередь, творчески наполняет «содержательностью» и «предметностью» дальнейшую жизнь алгебраического формализма. Склонные к такой деятельности люди могут испытывать необъяснимое интеллектуальное наслаждение. «*Поверка алгеброй гармонии*» – дело необычайно трудное и сложное, но необходимое для научного анализа

[5] Шафаревич И.Р. Основные понятия алгебры. – М.: ВИНИТИ, 1986. – С. 9.

творческого процесса. Во-первых, отрицание какой бы то ни было близости между художественным и математическим мышлением означало бы отрицание единства гносеологических основ всех форм познания и мышления. Во-вторых, помимо глобальной теоретико-познавательной, гносеологической цели, «поверка алгеброй», как специфическая форма отражения действительности, имеет и более конкретные цели.

Стремление к математическому описанию «музыкальной гармонии» как строго выверенной высотной (пространственной) и ритмической (временной) организации гармонического звучания было характерно для античной музыки. Если, пользуясь методом Сальери, «разъять» музыку, то ее «душа» конечно же исчезнет, но останется ее «тело», точнее, существенные черты ее структуры, сохраняющие гармонию, изучение которой может стать не только интересным, но и полезным. Не случайно математика и музыка отождествлялись в умах античных мыслителей. Пользуясь современными математическими методами вовсе не обязательно «расчленять» изучаемое явление или объект. Для этого не нужны все методы «алгебры», пугающие гуманитарно-ориентированное воображение, а лишь те методы, которые, постоянно совершенствуясь, приближаются к более полному охвату «поверяемой гармонии», существующей независимо от нашего сознания и выражающейся в «гармоничном устройстве всего сущего». Например, формализация в сфере языка полезна и необходима, поскольку уже доказала свою пользу и нужность, хотя не следует забывать о том, что любая успешная формализация в гуманитарной сфере с помощью логико-математического упорядочивания выявляет лишь структуры «низших слоев бытия». Разгадывание мира как тайны, содержащей скрытые смысловые структуры, изменяет само понимание бытия как возможность жизни в гармонии с миром и людьми.

Заметим, что применение математических методов не превращает лингвистику в чисто дедуктивную науку. Специалистам по методологии математики хорошо известно, что дедуктивное и систематическое построение математического курса – это не одно и то же. При последовательно дедуктивном построении математической теории приходится довольно долго разбираться с вроде бы простыми фактами, прежде чем начинать говорить о содержательных утверждениях. Человеческое познание невозможно ограничить заданными дедуктивными процедурами в рамках некоторой формальной системы. Например, существование континуума вполне можно отнести к фантастической области художественного вымысла, поскольку логическое мышление ведет нас до условной «границы познания», а затем оставляет нас на произвол судьбы. Гуманитарно-математические методы взаимодействуют с эмпирическим изучением факторов, что требует от исследователя в равной мере разбираться в гуманитарной проблематике и владеть соответствующим математическим аппаратом. Важнейший смысл изучения «гуманитарной математики», помимо практических целей, состоит в том, что «*гармония мира выражается математическим языком*». Получение знаний – трудный процесс. Но так ли необходимо нам точное знание и можно ли его понять, вопрошал «надменный ум» Евгения Баратынского:

Старательно мы наблюдаем свет,
Старательно людей мы наблюдаем
И чудеса постигнуть уповаем:
Какой же плод науки долгих лет?

Где границы между разумом и телом? Это сложнейшая, может быть даже неразрешимая, онтологическая проблема останется для нас вечной тайной. В «Никомаховой этике» Аристотель писал: «человеку присуща жизнь, подчиненная уму, коль скоро человек и есть в первую очередь ум». Различие между наукой и искусством состоит в том, что для естественных наук, математики и вообще для любого точного знания необходимо строгое объяснение, а для науки об искусстве, для гуманитарного знания достаточно одного понимания. Это, вообще говоря, не взаимоисключающие требования. В математике и в естествознании, аргументированное объяснение невозможно без понимания, а в искусстве, как и в любом гуманитарном знании, все же тоже необходим хотя бы минимальный уровень объяснения. Можно ли в духе ироничной философии утверждать, что «понимание объяснения – это уже гораздо более глубокое понимание»? В гуманитарном знании острота проблемы аргументации иногда смазывается философствованием, когда тавтологичными рассуждениями запускают мысль по логическому кругу, создавая некоторую видимость понимания. Только очень хорошие поэты и писатели достаточно точно выражают свои внутренние образы в словах. Для науки характерна дедуктивная аргументация, в которой, если ее посылки истинны, то и вывод должен быть истинен. Искусству свойственна недедуктивная аргументация, выводы которой выходят за пределы посылок. В каждой из этих областей полезен такой благоприобретенный навык, как «чутье контекста», позволяющий игнорировать второстепенные подробности. Например, произведение искусства воплощает в себе не только то, что зритель, слушатель или читатель воспринимает непосредственно, но и то, что угадывается, воображается и домысливается подготовленному к такому интеллектуальному усилию человеку.

Наука и искусство – не взаимоисключающие друг друга подходы, а дополняющие до целостного познания. Поэтому гармония в познании – это отчасти есть тождество противоположностей. Гармоническое единство противоположностей можно парадоксально выразить следующим образом: «*гармония есть соединение разнородного и согласие несогласованного*». Гармония, которую человеческий разум пытается познать, не существует вне нас, подобно тому как невозможна реальность, полностью независимая от нашего ума. Понятие гармонии связано с математическим представлением о соразмерности и пропорциональности соотношений между целым и его частями, а также с частичной упорядоченностью. В переводе с греческого «гармония» (harmonia) означает связь, соразмерность, то есть соответствующая этическим законам согласованность частей в расчлененном целом. Античными математиками была разработана теория измерения гармонии, в основе которой лежит «принцип деления целого в крайнем и среднем отношении», называемый «золотым сечением». Эту теорию как первооснову использовали построенные в дальнейшем различные концепции гармонии в науке и искусстве. Современные исследования показывают, что золотое сечение и связанные с ним числа Фибоначчи отображают гармонию Вселенной как единение частей в целом. Кроме того, золотое сечение является критерием гармонии композиции музыкального сочинения, а поскольку стихотворения подобны музыкальным произведениям, то в них тоже существуют кульминационные строки, которые делят стихотворение в пропорции золотого сечения или гармонической пропорции. В стиховедении золотое сечение рассматривается не только в формальном аспекте, но и в качестве важнейшего факта развития поэтической мысли. «*Порой опять гармонией упьюсь, / Над вымыслом слезами обольюсь*», – говорил Пушкин в «Элегии». Можно сказать, что Моцарт и Сальери – это представители двух современных типов созидательного творческого труда, которые дополняют друг друга, поскольку у них общая познавательная цель.

Реальная жизнь своими вопросами открывает нам также новые области математического знания, хотя любой вопрос многозначнее самого обстоятельного ответа. Укажем, например, на новое направление в математике, названное профессором А.П. Стаховым «математикой гармонии», в основе которого лежат обобщенные золотые пропорции и обобщенные числа Фибоначчи. «Эта математика представляет собой «естественную» математику, которая может быть использована для моделирования процессов, протекающих в Природе»[6]. Загадочный философский термин «объективная реальность», по мнению французского ученого и мыслителя Анри Пуанкаре, в конечном счете есть то, что «могло бы быть общо всем». Этой общностью, считал он, может быть только «гармония, выраженная математическими законами». Без гармонии невозможно ни познание, как «осознаваемая связь», ни творчество, как «переживаемая связь». Великие поэты, черпая вдохновение из жизненного опыта и расширяя его, открывают для нас новые нюансы духовной жизни. Но, находясь под властью самой жизни, поэт все же вынужден признать границы мышления; как сказал Пушкин, «… *душевных наших мук / Не стоит мир; оставим заблужденья!*» И в науке и в искусстве можно обрести лишь иллюзию целостности. И в теоретической и в эстетической сфере разум имеет лишь косвенное от-

[6] Стахов А., Слученкова А., Щербаков И. Код да Винчи и ряды Фибоначчи. – СПб.: Питер, 2006. – С. 238.

ношение к их предметам. Объяснение, откуда в разуме смысл и целостность, опирающаяся на предустановленную гармонию, до сих пор остается за пределами науки и «чистого искусства», то есть красоты. Блез Паскаль восхищался красотой одной из теорем теории чисел так, как восхищаются красотой природы. «Воображение творит красоту», – считал он. Все наши стремления подсознательно направлены не к тривиальной гармонии, а к красоте.

На протяжении многих веков люди пытаются постичь тайну красоты. Вспомним хотя бы знаменитые фразы, которые может сказать только человек славянской культуры: Красота спасет мир! Красота – страшная сила! Красота требует жертв! Но красота обманчива, не отсюда ли такие претензии: Красота не постоянна! Красота – это разочарование! Красота искушает! Не случайно «красоту» называют фундаментальным понятием, поскольку именно она является пробным камнем математической идеи. Красота гармонии проявляется в необозримом количестве природных созданий, которые по своему великолепию превосходят все созданные искусством человека формы. Мысль о математическом подходе к анализу явлений искусства захватывала воображение мыслителей, ученых и художников разных времен, пытавшихся найти «рецепт красоты». Созерцая прекрасно сложенное человеческое тело, они невольно приходили к мысли о скрытой математической правильности и совершенстве его поверхностей. В эпоху Возрождения стараниями Леонардо да Винчи золотое сечение как математическое понятие было возведено в ранг главного эстетического принципа. Леонардо считал, что творчество живописца есть научный акт, поскольку оно позволяет приблизиться к тайнам реального мира. Именно он назвал деление отрезка в крайнем и среднем отношении «золотым сечением». Тесная связь науки и искусства была характерной особенностью эпохи Возрождения. В европейской цивилизации сферой приложения идеи «*художественное можно выразить числом*» стало само искусство, точнее произведения искусства, а также концепции гармонии и красоты. Когда естественность, оригинальность и простота сливаются воедино, то это создает эффект математической красоты. Психологической основой красоты является интуитивное влечение человека к гармонии и изяществу, постигаемым чувствами. Но кто знает, почему нас одолевают тревожные мысли и почему на нас вдруг находит тоска? Вот как в стихотворении «Я думал, сердце позабыло…» сказал об этом сам Александр Сергеевич Пушкин:

Прошли восторги, и печали,
И легковесные мечты…
Но вот опять затрепетали
Пред мощной властью красоты.

В научных теориях красота часто сопутствует истине. Возможно, поэтому ученые субъективно ставят первую критерием второй, хотя логически это ниоткуда не следует. Интеллектуальная красота постигается в процессе активной творческой деятельности. Рассматривая эстетику математики, следует различать красоту математических методов и красоту математических фактов, которыми можно любоваться как выдающимся образцом искусства. Эстетический потенциал математики отражается в иерархии уровней математических конструкций, и его актуализация требует более сложной специальной работы, чем это принято при восприятии произведений искусства. Поэтому чаще говорят о «поэтической красоте», чем о «математической красоте». Причина этому, как писал в «Мыслях» Блез Паскаль, в следующем: «все отлично знают, какова суть математики и что состоит она в доказательствах, …, но не знают, в чем состоит та самая приятность, в которой и заключается суть поэзии». Доказательство теорем существования, которые не только не представляют искомый математический объект, но даже не указывают способы его конструирования, тем не менее несет в себе мощный эстетический заряд уверенности, благотворно влияющий на эмоциональное самочувствие исследователя.

Выдающийся немецкий математик XX века Давид Гильберт говорил о своего рода предустановленной гармонии между законами природы и математическими структурами, которые отражают самую суть явлений. Формулируя свои знаменитые нерешенные проблемы, он хотел показать, что важнейшие стимулы для развития математики имеются внутри ее самой. В знаменитом эпохальном докладе «Математические проблемы» он утверждал, что «*внешний мир ограничивает созидательные силы чистого мышления, настаивая на своих правах*». На постоянно повторяющейся и сменяющейся игре между мышлением и опытом, по его мнению, «основаны те многочисленные и поражающие аналогии и та кажущаяся предустановленная гармония, которые математик так часто обнаруживает в задачах, методах и понятиях различных областей знания». Современная математика исходит из идеала точности, требующего строгости рассуждений, то есть математические утверждения и теоремы должны быть логически выведены из принятых аксиом, как исходных положений, принимаемых без доказательства, или уже доказанных предложений. Уместно заметить, что проблема строгости математического доказательства не сводится к корректному использованию готовых законов и логических правил, используемых в процессе доказательства.

Единого идеала точности для науки и искусства не существует, так как мы не знаем, что следует понимать под ним, пока сами же не установим, что следует называть таковым. Поэтому «алгебра и гармония», вообще говоря, не исключают друг друга. Моцарт и Сальери, как творческие личности, одинаково близки Пушкину. Талантливость пушкинского Сальери проявляется в его умении чувствовать музыку и сострадать ей. Известного специалиста по общей поэтике академика М.Л. Гаспарова спрашивали, не убивают ли подсчеты алгеброй гармонию, не мешают ли они непосредственному наслаждению поэзией. Он неизменно отвечал: нет, помогают, поскольку «*многие мелочи, из которых складывается гармония, лежат ниже уровня сознания и непосредственно слухом не отмечаются, только когда нащупаешь их подсчетами, начинаешь их замечать*». Применение математических методов в стиховедении так же строго, как и сама наука о стихе. Заметим, что математическая логика нужна не столько для придания строгости некоторым интуитивно ясным утверждениям, сколько для понимания того, что такую строгость им можно придать. В разное время и в разных языках сочетания долгих и кратких слогов или ударных и безударных может быть различным, но суть от этого не меняется, поскольку все это – математика.

Подсчеты требуют медленного чтения и перечитывания стихов, кроме того, часть подсчетов могут оказаться излишними, но все равно это полезно. «Я хорошо понимаю, – писал Гаспаров, – что это – черта личная: другим (и многим) анализировать поэзию, поверять алгеброй гармонию значит убивать художественное наслаждение от нее. Ничего плохого в таком отношении нет, просто это значит, что такому человеку противопоказано заниматься филологией – как близорукому водить машину и т.п.»[7]. Ремесло для Сальери не только необходимый инструментарий музыкальной пропедевтики, но и суть его мировоззренческого отношения к музыке. *Все мы стремимся к истине, хотя редко ее достигаем*. С точки зрения математики, истинно только то, что имеет доказательство, но ограничительные теоремы Гёделя о неполноте не позволяют определить истинность всех утверждений в достаточно сложных непротиворечивых теориях, содержащих арифметику. Истина – основная дискутируемая категория всей философии в целом, в связи с трудностью ее подтверждения и выявления соответствующих критериев. Хорошо быть математиком или поэтом! Первые знают, а вторые верят в явленную им истину, что не мешает им быть иногда в разладе с истиной, поскольку тогда есть мощный импульс для ее поиска. Вера в гармонию и соразмерность вдохновила поэта-философа Федора Тютчева на следующее четверостишие:

Певучесть есть в морских волнах,
Гармония в стихийных спорах,
И стройный мусикийский шорох
Струится в зыбких камышах.

Из созвездия гениев человечества Пушкин выбрал именно Моцарта, пытавшегося в своей музыке отразить гармонию целостности бытия. Близость Пушкина и Моцарта в доказательствах не нуждается. Гениальность обоих мучительна. Она мучает не только их, но и тех, кто находится с ни-

---

[7] Гаспаров М.Л. Записи и выписки. – М.: Новое литературное обозрение, 2000. – С.316.

ми рядом. Возможно, поэтому, несмотря на взаимосвязанность мировоззрений Моцарта и Сальери, они по воле Пушкина идут к неминуемой трагедии. «*Посредством гения природа дает правило искусству*», – говорил немецкий философ Иммануил Кант. Как это соотносится с современным противостоянием «двух культур»? Трудно поверить в то, что современный образованный человек может отказаться от веры в общезначимость математического знания, хотя именно в нем реализуются идеалы точности и ясности, когда постулаты оснований математики становятся самоочевидными истинами. При изучении в классических университетах курса «Основы высшей математики для гуманитариев» возникает естественный вопрос: зачем и кому это нужно? Даже в современных книгах по методике преподавания не всегда можно найти достаточно аргументированный ответ на такой вопрос. Популярный ответ – «для изощрения ума» опровергнут самой жизнью и мало кого удовлетворит.

Для людей профессионально далеких от точного знания этого явно недостаточно, необходимо искать такие побудительные мотивы, которые делают математику привлекательной для представителей гуманитарного знания. Например, классическое литературоведение традиционно уходит даже от самой постановки вопроса о корректном использовании математического аппарата в анализе ритмики поэтических текстов, хотя эстетическая сущность ритма характеризуется мерой гармонической упорядоченности движения поэтической мысли. Но как принять это знание на интеллектуальном, эмоциональном и духовном уровне предубежденному человеку? Даже у гениальных людей вдохновенные взлеты к вершинам величайшей гармонии чередуются с болезненными периодами сомнений и уныния, оказывающими негативное влияние на всю жизнь. Гармонизация жизни требует постоянной работы разума и сердца, подобно тонкому и сложному музыкальному инструменту, которому для гармоничного звучания необходима постоянная работа профессионального настройщика. Но достижение полной ясности в этом вопросе невозможно без понимания принципов бытия, описываемых на языке «математики гармонии». Бесплодна вера, не имеющая для себя оснований. Осип Мандельштам считал, что труд поэта столь же труден, как и труд математика. Несмотря на то, что лично для него «логика есть царство неожиданности», он убеждал: «Доказывать и доказывать до конца: принимать в искусстве что-нибудь на веру недостойно художника, легко и скучно…»

Можно вспомнить знаменитую тютчевскую строку: «*Мысль изреченная есть ложь*», которая подразумевает, что в наших вербальных изречениях, как говорят психологи, всегда присутствует «невербальный остаток». Для человека, признающего истину и смысл фундаментальными понятиями, это не просто поэтическая строка, а бессознательный мотив его поведения. Страдая от невозможности выразить в адекватной форме свое духовное состояние, он всегда недоволен своим самовыражением. Почему так трудно хорошо мыслить? Нас, например, не удивляет, что вглядываться в кромешную тьму тоже трудно. «*Мысли поднимаются на поверхность сознания медленно, как пузырьки*», – образно успокаивал нетерпеливых Людвиг Витгенштейн. «Почему человек мыслит?» – спрашивал он, и сам же предполагал: возможно, потому, что он думает, что мыслить выгодно. В контексте гармонии мысли и действительности можно вполне определенно утверждать, что мышление себя оправдывает! Мысль, выраженная гениальным поэтом, многозначна и трудноуловима, а сфера ее применимости очерчена неясно, в отличие от ясной и недвусмысленной мысли, изложенной в ординарной математической работе. Великая простота и ясность математики состоит в том, что каждый ее вывод неизбежно и однозначно следует из заданных посылок. Между любой новой научной теорией и областью ее приложения всегда есть «нетоптанная» нейтральная полоса. Поэтому столь естественным выглядит желание математиков расширить сферу познания, чтобы получить все знание о мире, в том числе и гуманитарное, с той же степенью ясности, которая свойственна математическим наукам.

Математика не отличается от других форм культурной деятельности. Она стала важнейшим принципом научного знания, хотя при построении основ своих теорий математики давно уже осознали сложность выбора «начального слова». Образованные люди должны уметь логически грамотно формировать новые понятия, строить непротиворечивые классификации, отделять существенные признаки от несущественных признаков, как это делается в аксиоматических теориях. Отчасти логическая педантичность является причиной многих неудобств. В сфере искусства понять такие процессы гораздо сложнее. Глубоко ошибочно распространенное мнение о том, что Пушкин писал быстро и легко. Он многократно переделывал и переписывал письма к своим друзьям, а поиск нужного слова при работе над стихотворениями растягивался порой на долгие недели, а иногда и месяцы. «Сальеризм», понимаемый как упорный труд и ремесло, не убивает полет духа, а служит основанием для вдохновения. Даже «глупцы не чужды вдохновенья» – иронизировал Баратынский. В частности, вдохновение исследователя проявляется при столкновении с противоречием или парадоксом, точнее с несоответствием нашего знания о мире и кажущейся невозможностью того, что, тем не менее, существует. Согласно Пушкину, «вдохновение есть расположение души к живейшему принятию впечатлений и соображению понятий, следовательно, и к объяснению оных». Вдохновение, считал он, нужно в геометрии, являвшейся в античную эпоху основой математики, в не меньшей мере, чем в поэзии. Не случайно поэзию называют иногда разновидностью вдохновенной математики. Вот как эта актуальная тема звучит в финальном четверостишии стихотворения Пушкина «Поэт и толпа»:

Не для житейского волненья,

Не для корысти, не для битв,
Мы рождены для вдохновенья,
Для звуков сладких и молитв.

Прекрасно только истинное

Познание – одно из самых приятных дел не только для математиков и философов, но и для всех людей творческого труда, хотя последние могут быть причастны ему в меньшей степени. Например, в интерпретации Людвига Витгенштейна, «цель музыки – передать чувство». Познание и желание – два типа познавательного действия, которые существуют в человеке как в сфере чувств, так и в сфере ума. Кенигсбергский мыслитель Иммануил Кант считал основой человеческого познания чувственность и рассудок, поэтому именно из их синтеза возникает новое знание. Чувствами нельзя управлять. Их можно только переживать. Именно об этом в стихотворении «Своенравное прозванье…» говорил Евгений Баратынский: «*Чувств, которых выраженья / В языках я не нашел*». Хотя это стихотворение посвящено любви, не следует понимать слово «чувственность» в банальном смысле как «похотливость» или «сладострастие». В «Критике чистого разума» Кант говорил о двойственности чувственности и рассудка: «Без чувственности ни один предмет не был бы нам дан, а без рассудка ни один нельзя было бы мыслить», хотя умственное познание отличается от чувственного познания. Существуют разные концепции умственного познания. В соответствии с одной из них наше умственное познание является духовным и не зависит от чувственного восприятия.

Высокомерное отрицание научным разумом чувственного – это одно из наиболее распространенных заблуждений. Согласно другой концепции, хотя умственное познание действует независимо от телесных органов, оно все же тоже зависит от чувственного познания. Поэтому так трудно найти начало, точнее, трудно в любом интеллектуально-творческом занятии начать с начала. На философском языке способность умственного познания называется интеллектом. Интеллектуальная смелость, точность и строгость свойственна научному подходу. В естественных науках смена языка, на котором ученые описывают мир, называют изменением парадигмы. Математика наиболее устойчивое и надежное знание в этом отношении, поскольку опирается на строгие и объективные доказательства. Свидетельством исключительной интеллектуальной смелости и самокритичности математиков является их пристальное внимание к философско-методологическим и математическим основаниям своей науки, что может служить образцом для других сфер человеческой деятельности. Любой уважающий себя ученый хочет быть уверенным в основаниях своей науки, хотя в полной мере это никому не удается. На поверхностном знакомстве с основаниями математики, точнее с анализом аксиоматики, лучше не задерживаться, поскольку наведение методологического порядка в этом разделе математики – удел профессионалов. Поразительно то, что при пересмотре оснований математики ни одна из важнейших теорем не была изъята из математического анализа как ошибочная.

Такой конструктивный поиск в математике необходим, прежде всего, для оценки самого процесса обоснования, а также для поддержания интеллектуального тонуса исследователя. Отказ от логики и математического стиля мышления неизбежно ведет к иррациональности и расплывчатости мысли. Религиозный философ Фома Аквинский, который связал христианское вероучение с философией Аристотеля, постулировал существование двух интеллектов: «intellectus in potentia» – интеллект в возможности и «intellectus in actu» – интеллект в действительности, которые означают, вообще говоря, разные познавательные способности. Он считал, что, несмотря на то что познание в нас столь несовершенно, оно для нас наиболее ценно. Именно в нем проявляется духовность, которая отделяет нас от остального живого мира. Возникновение и существование античной математики было оправдано ее практическими достижениями, но именно ее теоретические достижения, что, собственно, для прикладной математики является побочной функцией, обусловили возможность ее дальнейшего существования. Давно замечено, что чем меньше мыслители прошлого интересовались реальным человечеством, тем больше они возвышали душу. А что происходит сейчас?

Результатами интеллектуальной деятельности являются наука и все созданное на основе эмпирических знаний действительности, а духовность воплощается в нравственных ценностях, философских взглядах и эстетических идеалах. С точки зрения нравственно-философского осмысления «Моцарта и Сальери», процесс познания пушкинского шедевра, оставаясь на чисто интеллектуальных и мировоззренческих позициях, стремится стать духовным. Гораздо проще проповедовать духовность и этические идеалы жизни, чем обосновывать их необходимость. Отсутствие методологической основы для духовного рассмотрения этой маленькой трагедии порождает диаметральную противоположность суждений о пушкинском Сальери. Различие духовной и интеллектуальной культуры не означает их изолированность друг от друга, поскольку духовность не исключает рациональных знаний и интеллекта. *Как часто мы ощущаем реальность нашего духовного состояния?* Знаменитый пушкинист Валентин Непомнящий обратил внимание на логику художественного мышления, описанную в центральных строках знаменитого пушкинского стихотворения «Я помню чудное мгновение…»:

Душе настало пробужденье:
И вот опять явилась ты…

Необычность логики этого стихотворения состоит в том, что не «явилась ты» и именно поэтому «настало пробужденье», а как раз наоборот: душа пробудилась – и тогда ты явилась. Сущностное различие духовной и интеллектуальной деятельности зависит от мировоззрения, опирающегося на соответствующую методологию, необходимую для их познания с учетом осмысления различий между ними. Согласно одному из высказываний Блеза Паскаля, «основные начала мы чувствуем, математические положения доказываем, то и другое непреложно, хотя приобретаются эти знания разными путями». В реальной жизни все взаимосвязано, поэтому нас так интересует проблема взаимоотношения духовных и интеллектуальных начал человеческого бытия. В контексте мировоззренческого осмысления именно в этом проявляется фундаментальная особенность художественного мышления Пушкина, то есть не «бытие определяет сознание», а, напротив, сознание, точнее «состояние души», влияет на внешние обстоятельства. По мнению Аристотеля, душа – это множество способностей, множество даров. Хорошее стихотворение может тронуть вашу душу, а если это стихотворение о любви, то даже, пробудив ее, привести в движение. Удивительно, как, казалось бы, случайные поэтические сочетания звука и ритма могут воздействовать на мышление и состояние души. Если ваша душа не способна пробудиться, то не явится вам, пусть хотя бы в мимолетном виденьи, «*гений чистой красоты*». Пушкин не только по достоинству оценил редкий поэтический алмаз – «гений чистой красоты» из «Лалла Рук» Василия Жуковского, но и дал ему блестящую огранку, изобразив в стихах невыразимое – явленное чудо «мимолетного видения».

Это настоящий феномен «метаискусства», то есть произведения искусства, в котором объектом изображения являются формы искусства. Изначально слово «искусство» означало умение, а в наше время оно неотделимо от своего эстетического смысла. К сожалению, современная европейская «интеллектуальная ориентация» знания позабыла о реальной природе разума, которая выражается как целостная человеческая триада: дух–душа–тело. Примером другой темы может служить высказывание Жан Жака Руссо: «*Прекрасно только то, чего нет*». Пушкин прокомментировал его так: «Это не значит: только то, что не существует. Прекрасное существует, но его нет, ибо оно является нам единственно для того, чтобы исчезнуть, чтобы нам сказаться, чтобы нам оживить, обновить душу; но его ни удержать, ни разглядеть, ни постигнуть мы не можем. Оно не имеет ни имени, ни образа; оно посещает нас в лучшие минуты жития»[8]. Почему музыку Моцарта называют прекрасной? В его музыке нет ничего искаженного, точнее чего-либо ужасного для нас. В минуты наслаждения мы стремимся не к тому, что перед нами, а к чему-то прекрасному и далекому, где-то существующему для нас. Это стремление можно принять за невыразимое доказательство бессмертия души в счастливые моменты пробуждения

[8] Скатов Н.Н. Так кто же это – «гений чистой красоты»? // Вестник РАН. – 1996. – Т. 66. – № 6. – С. 516.

духа. С точки зрения эстетической концепции Аристотеля, важнейшие виды прекрасного – слаженность, соразмерность и определенность – больше всего выявляются математикой. Одна из глубинных причин этого в том, что прекрасно только истинное, хотя обратное не всегда верно. Например, лучшие образцы древнегреческой математики, подобно лучшим произведениям искусства, до сих пор доставляют эстетическое удовольствие спустя почти две с половиной тысячи лет.

Математике присуща строгая красота, которая свойственна важнейшим образцам мирового искусства, а в математическом фольклоре встречается немало задач с изящной формулировкой и неожиданно элегантным решением. Математическое исследование вызывает эстетическое наслаждение, проявляющееся, например, в том, «как костюмчик сшит и как он сидит». Одно из направлений проблемы «алгебры и гармонии» состоит в изучении эстетических оценок, которые даются таким явлениям и объектам восхищения, которые считаются «прекрасными». Творчество математика, как и творчество живописца, музыканта или поэта, есть создание прекрасного. Из созерцания грандиозных явлений природы возникает «прекрасное в динамике», как выражение стремления к бесконечности. К сожалению, объект восхищения хорош только до тех пор, пока мы не слишком близко к нему подходим. Пушкин в стихотворении «Красавица», посвященном одной из первых петербургских красавиц Елене Завадовской, написал: «*Все в ней гармония, все диво, / Все выше мира и страстей*». Страсть – это «то, что сильнее меня», можно также сказать, что это «движение души, которая отклоняется от пути разума». Исследователи античной математики обращали внимание на связь математики с чувственно-телесными ощущениями, расширяющими горизонты познания. Напряженное противостояние разума и страстей относится к нравственно-психологической сфере, поэтому человек не всегда способен руководствоваться только разумом. Вполне естественно, что в философии Декарта анализ страстей связан с проблемой души и тела.

В страсти мало конструктивности, поскольку она питается непознанным или недостижимым. А есть ли в ней что-нибудь позитивное? «Нет на свете ничего более непереносимого для человека, нежели полный покой, не нарушаемый ни страстями, ни делами, ни развлечениями, ни вообще какими-нибудь занятиями», – пророчески утверждал Паскаль. Может ли быть красивой каждая женщина и вообще с чего начинается красота? Понимание красоты начинается с согласия чувства и разума. Хотя определение красоты, или «законов вечной красоты», можно попытаться свести к гармоничной правильности черт и форм, все оживляет именно душа. Чувственную красоту нельзя объяснить только через правильные пропорции или биологические потребности, так как она рождается в душе человека, открывающей красоту и гармонию мира как смысловые образования. В незаконченном стихотворении «Таврида» Пушкин выражает сомнение в нужности для человека «духовного бессмертия», которое чуждо «миру земному». Тоскующая душа заставляет человека иногда совершать трудно объяснимые поступки в поисках целостной гармонии и счастья. Духовность, в отношении человека, не мешает развивать способность оценивать и осмысливать явления и факты из разных областей знания. Невыразимость духовного и невыразимость божественного выполняют в культуре одинаковую функцию, а именно это предполагает то, что наука не имеет последнего слова. Для оценки научного знания на духовном уровне мы стараемся услышать тот свой внутренний голос, который принято называть интуицией. Просто и ясно об этом сказал Евгений Баратынский в стихотворении «Отрывок»:

Премудрость вышнего творца
Не нам исследовать и мерить:
В смиреньи сердца надо верить
И терпеливо ждать конца.

Поэзия говорит о человеке, любви и смерти как таковых, в отличие от рационального или «математического» отношения к жизни, игнорирующего индивидуальные особенности и детали. «*Но не хочу, о други, умирать; / Я жить хочу, чтоб мыслить и страдать*», – это строки из «Элегии» Пушкина. А так ли необходимо нам страдание? Когда мы не можем удовлетворить наши потребности в любви, свободе, красоте, то наша душа начинает болеть. Возможно, даже из-за надуманных проблем. Но легче не станет, если перестать выдумывать себе проблемы, поскольку именно этот процесс «выдумывания» делает человека думающим человеком. Страдание играет существенную роль в нашей жизни. Состояние страдания трудно передать, поскольку часть этих проблем свойственна индивидуальным самоощущениям жизни. Поэзия и математика приходят к самосознанию, когда им надо сказать что-то общезначимое и универсальное о познании. «Математический дух», овладевший естествознанием и через его посредство проникший почти во все сферы жизни общества, несмотря на резкую оппозицию со стороны иррационалистически настроенных философов и филологов, способствовал возрождению надежды на возможность перенесения нового «духа времени» в гуманитарную сферу эстетического освоения мира. Главным вопросом гносеологии является вопрос об истине, которая имеет много форм существования и много противоречивых толкований. Истинность многих высказываний сильно зависит от того, кто ее оценивает – «физик» или «лирик». Высокое искусство, как и строгое научное знание, с помощью творческого акта познания пытается преодолеть парадокс, суть которого в том, что с помощью условной формы художник выражает безусловное содержание.

Мудрый Блез Паскаль в своих «Мыслях» записал: «Если вы не стремитесь познать истину, с вас и спроса нет. Но если вы всем сердцем жаждете ее постичь, одного желания мало, следует вникнуть в подробности».

Напомним, что сами понятия «философское мышление» и «рациональная достоверность» в значительной мере находятся под влиянием специфического характера математической истины. Например, доказуемость некоторых математических утверждений на одном формальном языке и их недоказуемость на другом языке является одной из естественных причин для неоднозначного толкования понятия «истины». Возможность истинного знания связана с вопросом о принципиальной познаваемости мира. Истина стала относительной, так как нет критерия, позволяющего определить какая из относительных истин самая истинная. Еще во времена древних греков было осознано драматическое различие между математической истиной и более банальными истинами. Аксиоматика, как «смесь ингредиентов», сама по себе не предполагает наличия семантики. Первичный смысл в нее человек привносит сам. Сущность математического мировоззрения характеризуется тем, что математика дает возможность понимания некоторых общих совершенных идей, которые, вообще говоря, в целом недоступны человеку. Гармонию нельзя измерить, но можно изучать конструктивные принципы, выражаемые математическим языком золотого сечения, лежащие в основе изучаемого объекта, как «эстетически осознанной меры». Например, специалист по математической лингвистике профессор О.Н. Гринбаум рассматривает вопросы соотнесения и использования «золотой пропорции» и рядов Фибоначчи для описания «процессов, лежащих в основе формирования разных типов строф, а также для оценки степени их устойчивости и гармоничности».

В математике много систематически построенных теорий, отличающихся предметами исследования и различной степенью общности. В современных математических идеях и математических структурах скрыта не только реальность окружающего мира, но и необозримое многообразие реализуемых возможностей, а также довольно часто нереализованных или «упущенных возможностей». Природа логико-математического знания позволяет анализировать любые математические структуры. Например, в рамках общеобразовательного курса математики можно дедуктивно построить не только алгебру, но и арифметику. Простота последней теории обманчива. Аксиомы, на которых основана арифметика, чуть больше столетия назад сформулировал итальянский математик Джузеппе Пеано. В этих аксиомах речь идет только о натуральных числах. Можно сказать, что такая поздняя формулировка строгих аксиом арифметики – это своего рода исторический парадокс. Философам математики хорошо известен термин «метаматематика», который обозначает удивительную рефлексивную науку – математику, которая своими методами изучает сама себя. Методологическая рефлексия, точнее обоснование сделанного, само по себе чаще всего ничего не обосновывает, но без такого обоснования нельзя рассматривать какое-либо утверждение или высказывание как научное. Общий замысел программы обоснования математики, предложенный Давидом

Гильбертом, состоял в том, чтобы обосновать непротиворечивость математической теории, то есть метатеории, которая является непротиворечивой в силу принятого в ней принципа финитизма. Согласно этому принципу «оперирование с бесконечным» может быть сделано математически надежным только через «конечное». Даже такая популярная неарифметическая операция, как предельный переход, наполняется смыслом через анализ понятий «конечного» и «бесконечного».

Заметим, что как математика, так и живопись, музыка, поэзия стремятся своими способами уловить связь между конечным и бесконечным. Эффективность такой формалистской программы обоснования математики зависит не только от дедуктивных возможностей метатеории, но и от способов ее рационализации, совместимых с достаточной строгостью обосновательного рассуждения. Поэтому вовсе не случайно важнейшие математические теории оказываются востребованными в естествознании и некоторых гуманитарных науках. Это явление производит большое впечатление и, заимствуя терминологию у великого немецкого математика и философа Готфрида Лейбница, его называют «предустановленной гармонией». Даже музыка ассоциировалась у него с «*бессознательным отношением души к арифметике*». Эффективность теоретических схем можно объяснить их связью с «миром наблюдений», но нет никакого разумного объяснения тому, как от наблюдений логическим путем можно придти к логическим принципам научной теории. В этом суть того явления, которое Лейбниц назвал «предустановленной гармонией». Но, как заметил в своей прощальной речи «Познание природы и логика» Давид Гильберт, «предустановленная гармония тоже не исчерпывает всех взаимосвязей между природой и мышлением, и она еще не снимает покрова с глубочайших тайн нашей проблемы». Феномен «предустановленной гармонии» проявляется в его необъяснимости и невыводимости из каких-либо логических или философских принципов. Вот как эта тема описана с помощью самокритичного пушкинского Сальери, который свои творческие трудности преодолевал с помощью «музыкальной алгебры»:

Вкусив восторг и слезы вдохновенья,
Я жег мой труд и холодно смотрел,
Как мысль моя и звуки, мной рождены,
Пылая, с легким дымом исчезали.

Это, несомненно, переживания настоящего художника, поскольку критическая самооценка и творческая неудовлетворенность – признаки подлинного таланта. «*... Мне иногда докучно вдохновенье: / Мешает мне его волненье...*», – писал Баратынский о бунтующей Музе, мешающей «дышать любовью в тишине». Творческое вдохновение, безусловно, есть признак благосклонности музы к человеку, способному его испытывать. В этом проявляется противоречивость образа Сальери и двойственное отношение к нему Пушкина. Даже великие мыслители прошлого выявляли общие признаки философско-математического и художественного мышления, обусловленные самой их природой, несмотря на их противопоставление. Например, у Платона философия и поэзия отличаются друг от друга тем, что первая – это продукт разума, а вторая – вдохновения. Но как отметил английский эллинист Эрик Доддс в книге «Греки и иррациональность», воспринимая поэта и пророка как своеобразные каналы божьей или демонической воли, Платон, тем не менее, ставил их деятельность намного ниже интеллектуальной, утверждая, что «они должны находиться под рациональным контролем и критикой». Согласно его философскому мировоззрению, сущность мира является хорошо организованной иерархией идей, которые позволяют рассматривать ее как связный мир абстрагированных теорий. В Новое время тоже обосновывалась необходимость связи между философией, естествознанием и искусством, поскольку считалось, что последнее как чувственная сфера нуждается в таких интерпретациях, которые устанавливаются учениями о разумном миросозерцании. Наука, как философия и искусство, – это мощнейший фактор динамики культуры, не позволяющий культуре выродиться в застывший ритуал. В современной математике есть некие «скрытые пружины», вызывающие человеческий восторг, что роднит ее с поэзией и музыкой.

Сальери – это разум, который дополняет художественную интуицию Моцарта, точнее мировоззрение, способное пробудить в художнике творческое «откровение». Дополнение здесь понимается как нечто завершающее или составляющее добавление, то есть компенсируется то, чего недостает, в контексте сохранения «бодрого дыхания гармонии», нарушаемого «алгебраической проверкой». Специалисты по философии и методологии науки знают, что в основаниях математики скрыты логические трудности, поэтому построение основ самой строгой науки оказалось невозможным без человеческой интуиции. Неясность и непонимание тоже есть определенный результат, в том смысле, что трудно с уверенностью сказать, что больше способствовало прогрессу человечества – прогресс научной истины или прогресс человеческих заблуждений. Может быть, диалектическое единство человеческой природы сильнее «абстрактного единства» противоречивой личности? Стихотворение Баратынского «Последняя смерть» начинается загадочными и по-философски вопросительными строками: «*Есть бытие, но именем каким / Его назвать? Ни сон оно, ни бденье…*» Бытийный и рефлексивный слои сознания находятся в отношениях дополнительности, поскольку жизнеспособного синтеза в абстрактных построениях нет. Например, сидя внутри аксиоматической теории нельзя ничего сказать об истинности ее оснований, поэтому расширение аксиоматики – это неизбежная плата за обоснование непротиворечивости, отодвигающей нас от края «пропасти незнания».

Общеизвестен абстрактно-математический характер или «математический дух» теоретических построений квантовой механики. Недооценка математики в этой сфере ставит под сомнение не только способность в полной мере освоить эту теорию, но и возможность ее дальнейшего использования. Еще античные философы признавали ценность математики и музыки как подготовки к изучению философии. Математика идет от ума, а музыка от чувственного восприятия. Хотя математика важна как основа научного и философского языка, она все же не единственный язык познания. На чем основана взаимосвязь математики, музыки и языка? В языковых структурах есть логика, присущая строгим математическим рассуждениям, а в музыкальной структуре стиха есть заимствования из гармонии музыки. Например, в стихосложении рассматривается взаимосвязь метрических, звуковых и семантических структур как разных типов организации языка. Поэтому можно говорить о некоторой тождественности структур, которые скрываются за внешним различием языковых, музыкальных и математических формализмов. Совокупность математических идей, подобно удачному сочетанию звуков или слов, обладает внутренней гармонией. Напомним, что пифагорейская концепция гармонии мира основана на числе. Если под гармонией понимать соединение предела и беспредельного, то она должна выражаться числом, так как генезис числа опирается на эти понятия.

Иммануил Кант считал, что прекрасное в математике возникает из-за смятения перед беспредельно большим, подобно бесконечным рядам чисел. Когда художник усвоит «технологические правила» создания произведения искусства, то он, по мнению известного физика, академика Е.Л. Фейнберга, «получит возможность “поверить алгеброй гармонию“, и он действительно использует эту алгебру даже тогда, когда отвергает те или иные из устоявшихся правил»[9]. Когда говорят о «*поверке алгеброй гармонии*», речь, прежде всего, идет о применении количественных методов к тонкой материи искусства, поэтому не следует предписывать каким бы то ни было правилам абсолютный характер, поскольку суть истинно нового и ценного состоит в преодолении традиций и открытии новых закономерностей, заложенных в природе. Мы не абсолютны и потому не обладаем абсолютным знанием. Но мы обладаем необходимым нам знанием, которое, подобно здоровому духу, надо стремиться поддерживать на максимально хорошем уровне. Если возникают проблемы со здоровьем, мы воспринимаем это как стимул для умножения усилий за его улучшение. Вот так же надо относиться к языку науки, воспринимая трудности его понимания как стимул к самосовершенствованию, а не как повод отказа от него. Осип Мандельштам метафорично говорил в «Восьмистишиях» о сложности естественного языка и языка науки, на котором расшифровываются свидетельства нашего сознания:

[9] Фейнберг Е.Л. Две культуры. Интуиция и логика в искусстве и науке. – Фрязино: «Век 2», 2004. – С. 26.

Быть может, прежде губ уже родился шепот,
И в бездревесности кружилися листы,
И те, кому мы посвящаем опыт,
До опыта приобрели черты.

Эту согласованность опыта и творчества, природы и мышления можно понять только в том случае, если мы со стороны природы и со стороны нашего разума примем во внимание некие формальные структуры, которые в равной мере пребывают как тела в реальном мире и как идеи в духовном мире. Многие факты подтверждают, что математика – это язык, на котором с нами говорит Природа. Только на этом языке можно сделать хотя и достаточно сложное, но зато надежное и непротиворечивое описание «картины мира». Но этот язык описания таков, что мы можем на нем мыслить исследуемое явление или предмет лишь в той мере, в какой они соответствуют возможным пределам понимания. Еще один из основателей точного естествознания, итальянский ученый Галилео Галилей сказал: «Понять природу может лишь тот, кто знает язык, которым она говорит с нами, и его письмена; язык же этот – математика, а письмена – математические фигуры». В таком контексте основная задача «гуманитарной математики» – дать такой язык, который допускал бы сравнительно легкий перевод количественных методов, используемых при изучении произведений и явлений культуры, в компактную и удобную интерпретацию на естественном языке. Например, физики сумели сформулировать некоторые общие физические законы в виде простого и наглядного «принципа экстремума». Следующую его ироническую интерпретацию многие знают исходя из собственного опыта: «выпавший из рук молоток всегда падает в то место, где может причинить наибольшие повреждения».

Если говорить об этом серьезно, то известный феномен «предустановленной гармонии» между чистой математикой и физикой проявляется в том, что наиболее общая математическая формулировка является физически наиболее плодотворной. Математика исторически ассоциировалась с мистическим познанием, когда посвященные дарили своим ученикам свет истины. Но не все можно обосновать математически, и Природу в этих случаях не заботит наша математическая беспомощность. Возможно, потому, что в духе пифагорейско-платоновских традиций Природа снова и снова формулирует свои законы с помощью наиболее эффективных методов, поскольку она является лучшим математиком, чем мы сами. Древнегреческих мыслителей и ученых считают первооткрывателями изумительной эффективности математики, вскрывающей глубинные свойства «реального мира», которые реализуются разными способами в приложениях математики. Все человеческие помыслы направлены на решение первейшей задачи – познание Природы и Жизни. Инструментом, осуществляющим связь между мышлением и опытом, служит современная математика. Именно она наводит гуманитарно-математические мосты и способствует достижению цели всей науки – «*возвышению чести человеческого духа*», в том смысле, что человеку дан дар самопознания и самосовершенствования, воспользовавшись которым он духовно укрепляет не только себя, но и окружающий его мир. Поэтому принципиально неверна сама постановка вопроса о возможном ущербе для гармонии от «алгебраической поверки».

Для представителей гуманитарного знания может оказаться неожиданным вывод, который в своей речи «Познание природы и логика» сделал Давид Гильберт: «*В основе всей современной культуры, поскольку она направлена на постижение природы разумом и на подчинение ее человеку, лежит математика*». Даже известные сегодня математические факты – это лишь небольшой островок в безбрежном океане неизвестного. Мы не можем отказаться от логической дедукции, если хотим добиться общепризнанных и неопровержимых результатов. Человеческое мышление осуществляется в двух формах: логической и образной, которым соответствуют две разновидности познания – наука и искусство. При определенном сходстве между научным мышлением и художественным творчеством нельзя упрощать проблему познания. Предметом художественного исследования является, прежде всего, «реальный процесс жизни», взятый во всей сложности и богатстве взаимоотношений между людьми и предполагающий его конкретно-чувственное изображение. Несмотря на вполне успешные интеллектуальные спекуляции в этой области, чувство некоторой неудовлетворенности в гуманитарном дискурсе вызывает его «герметизм», а именно оторванность процессов художественного творчества от всех остальных процессов, протекающих в обществе. Какие бы проблемы ни решали мыслители прошлого, они в том или ином контексте были направлены на поиск концепций гармонии, например, «гармонии веры и разума», «гармонии тела и духа», «гармонии природы и общества» и так далее. Каждая эпоха утверждает свой «объективный» взгляд на гармонию.

Усмотрение порядка и гармонии отнюдь не сводится к рассматриванию мира через розовые очки. Напротив, чувство прекрасного, вытекающего из конфликта между чувством и разумом, заставляет нас размышлять о природе человека и его месте в мире. В таком контексте следует понимать искусство, отражающее трагизм и жестокость мира, поскольку разум науки некомпетентен в области жизнесмысловых вопросов. Трудно уразуметь, что такое человек как самое непостижимое творение природы, еще труднее понять, что такое дух, и уже совсем непонятно, как материальное соединяется с духовным началом. Оба они до сих пор необходимы, во-первых, чтобы человек жил, а во-вторых, чтобы жил достойно. Человек, несомненно, обладает способностью познания, но только обладающий мудростью Сократа человек может самоуверенно считать, что он может постичь окончательную Истину. Не всем дано ощущение «гармонии миропорядка», привносимое в духовный мир личности искусством, с помощью равновесной триады основных добродетелей: Веры, Надежды, Любви.

Пушкин, несомненно, обладал не только этим даром, но и таким редким качеством, как великодушие. Феномен естественной творческой свободы Пушкина содержится в нем самом, поэтому он непередаваем и в дальнейшем так и не повторился во всей своей мировоззренческой глубине. Закончим это эссе словами пушкинского Моцарта, которые по-философски глубоко и драматически прочувствованно передают не только красоту, но и мироощущение жизни:

Когда бы все так чувствовали силу
Гармонии! Но нет: тогда б не мог
И мир существовать: никто б не стал
Заботиться о нуждах низкой жизни…

Post scriptum

Представление о гармонии бытия древние греки считали основой мироздания. Культура античности была проникнута идеей гармонии, которая распространялась также на все сферы жизни человека. Без гармонии в мире не будет красоты, не будет порядка, не будет добра. Один из парадоксов мира идеальных сущностей Платона состоит в том, что в мире абстракций, логики и математики эстетический критерий гармонии оказывается «атрибутом Истины». Истина, гармония, красота – это то, что важно только для человека, который наделяет эти ценности своим содержанием. С точки зрения рационального сознания целостное объяснение мира основывается на упорядоченности «мироустройства», а также наличии в нем гармонии и порядка, доступных рациональному познанию. Что позволяет разуму утверждать: вот это и есть истина? Гарантия уверенности дается формой рассуждения. Для многих людей довольно привлекательной выглядит умеренно оптимистический и системный взгляд на мир. Согласно концепции Платона, системы, возникающие в реальном мире, являются проявлениями совершенных гармоничных идей, недоступных в целом человеку. Однако математические методы дают возможность хотя бы приблизиться к ним, поэтому не следует обвинять математику и точные науки в дегуманизации общества. Использование точных методов способствует расширению возможностей человека в создании культурных ценностей, поскольку прогресс количественных методов отодвигает «границу познаваемого» с их помощью.

Как бы ни отличались методологии ученых математического и естественнонаучного знания, все они хотят рассматривать себя скромными служителями Истины. При всем многообразии развития идей, относящихся к взаимосвязи искусства и точного знания, необходимо указать на необходимость комплексной разработки идеи единства «алгебры и гармонии», включающей не только сами произведения и их эстетические оценки, но и весь комплекс отношений, складывающихся в художественной культуре.

Несмотря на тривиальность этой идеи, многие выдающиеся умы посвящали ей всю свою жизнь. Идея общности искусства и математики относится к числу тех, которые, возникнув однажды в античные времена, на протяжении многих веков меняют формы и направления развития в поисках *духовного единства «алгебры и гармонии»*. С мировоззренческой точки зрения современная наука говорит не только о гармоничном устройстве мира, но и дает повод усомниться в целостности и исключительности рационального знания. Познавательные и оценочно-ориентационные вопросы о цели и смысле познания и об интеллектуальных ценностях жизни возникают из потребности человека познать мир и самого себя в нем.

Основной вопрос любого мировоззрения – это, прежде всего, вопрос о взаимоотношении человека и мира на уровне миропонимания. Добиваясь успеха, мы редко задумываемся о его причинах. Красивые формы пытались искать, изучая в основном выдающиеся произведения искусства. Однако общую для всех этих наблюдений концепцию «эстетической ценности» выработать так и не удалось. Трудность решения этой проблемы связана, прежде всего, с уникальностью и неповторимостью великих образцов искусства. Гармония золотого сечения, лежащая в основе многих законов Природы, определяет не только структуру музыкального, поэтического или художественного произведения, но и законы человеческого поведения. Пора наконец осознать, что все наши представления о гармоничном устройстве мира – это результат не только творческого воображения и чувственного постижения мира, но и нашей познавательно-интеллектуальной деятельности. Мировоззренческие проблемы познания возникают при желании понять фундаментальные идеи устройства мира с помощью понятийно-рационального мышления, источником которого является рассудок и разум. Деятельность человека как наиболее совершенного природного создания, выраженная на математическом языке чисел, может и должна являться предметом анализа. Математика, как и искусство, была вызвана к жизни духовными потребностями человека, его стремлением к познанию и красоте. Мы хотим мыслить, мы хотим знать, но мышление и знание не обретаются одним хотением.

Эффект любого драматургического произведения зависит от способа и последовательности подачи событий, вызывающих адекватные человеческие эмоции. Накал страстей в отношениях Моцарта и Сальери не позволяет свести *идею единства «алгебры и гармонии»* к пресному варианту противостояния «двух культур», хотя для их взаимного непонимания имеются вполне объективные предпосылки. Но, ощущая себя участником духовной жизни данной эпохи и своей страны, люди науки и искусства должны осознавать возникающую в связи с этим свою долю ответственности за всю культуру в целом, отстающую пока от естественно-научного прогресса. Важнейшей задачей духовной сферы является сохранение мировоззренческого единства величайших проявлений человеческого духа –

«алгебры» и «гармонии», выявляющих общекультурные ценности взаимоотношений человека и мира. Общая гармония не достижима без гармонизации всех сфер жизни, необходимым условием которой является равноправное сочетание науки и искусства. Пока не открыты надежные способы «научения добродетелям», прогресс по-прежнему достигается улучшением умственных способностей, поскольку мы не знаем лучшего способа избавления от «моральных изъянов».

Подобно многим гениям человечества, Пушкин в философской трагедии «Моцарт и Сальери» поднялся на такую мировоззренческую высоту, где национальное мировосприятие становится общечеловеческим. Пушкина невозможно постичь до конца – новым поколениям будут открываться новые духовные ценности и смыслы. У каждого человека есть свой личный опыт, но что-то внутри нас постоянно напоминает нам, что наша жизнь не исчерпывается только материальными потребностями. Поэтому столь важно для нас понимание гармонии на духовном и ментальном уровне, которое способствует подлинной самооценке социальных отношений, восприятию Гармоничного, Прекрасного и Вечного.

А.Н. Кочергин
(Москва)

МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЗАЦИЯ НАУКИ

В статье исследуется в различных ракурсах процесс математизации научного знания, выступающий одним из важнейших признаков современной науки. Рассматриваются типы математизации, выявляются ее причины и условия, анализируются такие ее компоненты как формализация и аксиоматизация.

* * *

Математизация как фактор развития науки

Убеждение в том, что математика расширяет возможности науки, разделяли многие исследователи. Н. Винеру принадлежит высказывание: «Кибернетика – ничто, если математика не служит ей опорой»[1]. Оно перекликается с приписываемым К. Марксу высказыванием о том, что наука достигает совершенства лишь с использованием математики. И. Кант утверждал, что «...учение о природе будет содержать науку в собственном смысле лишь в той мере, в какой может быть применена в нем математика»[2]. Если обратиться к истории развития науки, то, действительно, можно убедиться в том, что использование математических методов в самых различных науках обеспечивало четкость их выводов и строгость доказательств. Если оценивать современное состояние науки, то можно с уверенностью сказать, что математизация является одной из характерных особенностей развития современной науки. Все убыстряющееся развитие мира инициируется в самой науке двумя ее тенденциями: расширением экспериментальной базы и технической вооруженности методов исследования и совершенствованием логического аппарата этих методов (что и находит свое выражение в математизации науки). Если исходить из того, что решение задач является важнейшей составляющей человеческой деятельности, то стремление к использованию точных методов познания является естественным и необходимым.

Каковы же факторы, обусловливающие необходимость математизации науки в современных условиях? К наиболее важным можно, несомненно, отнести следующие. Усложняются объекты исследования каждой науки при построении соответствующих теорий, требуются более «длинные» цепи доказательств, включающие большое число элементарных «шагов». А поэтому в современных научных теориях чисто описательные построения недостаточны – неточность и неоднозначность исходных положений подобных построений (к тому же накапливающихся от одного ло-

---

[1] Винер Н. Творец и робот. – М., 1966. – С. 98.
[2] Кант И. Соч.: В 6 т. Т. 2. – М., 1964. – С.59.

гического шага доказательного построения к другому) ставят под сомнение убедительность подобного построения. Усложняющаяся сфера материального производства и различные научно-технические программы требуют выполнения все более сложных расчетов, модернизации старых и создания новых методов. Увеличивается число частных наук, каждая из которых либо отпочковывается от уже развитой науки с применением дополнительных средств исследования, либо вырастает с совершенно новыми средствами исследования. Резко увеличившийся объем информации требует ее упорядочения внутри каждой науки, раскрытия соотношения между различными теориями. Необходимо особо подчеркнуть все возрастающее количество задач, которые без использования математических средств вообще не разрешимы. Можно говорить также и о необходимости выяснения структуры человеческого знания на современном этапе, отношения конечных структур различных наук.

В чем же заключается сущность математизации? Под математическими методами обычно понимают методы самой математики, которыми она пользуется при построении своих теорий, и методы применения аппарата различных математических теорий для описания и исследования объектов конкретных наук. В этом случае речь идет о двух моментах.

Во-первых, о правилах вывода классической логики. В сфере умственной деятельности человек прибегает к этим правилам всегда, когда хочет обосновать свои утверждения по возможности строго. Можно сказать, что в современных условиях аппарат математической логики выступает как аппарат наиболее непротиворечивой логики, поэтому применительно к частным наукам он обеспечивает наибольшую непротиворечивость логической структуре этих наук.

Во-вторых, об аксиоматическом методе как методе построения теории. Суть его заключается в том, что формулируется определенная система аксиом, правила логического вывода, после чего любое утверждение в конечном счете при помощи формулирования правил вывода получается из конечного числа некоторых вспомогательных утверждений, каждое из которых, в свою очередь, при помощи тех же правил вывода формулируется через исходные системы (см. следующий раздел).

Под математизацией науки понимается взаимодействие математики с какой-либо другой областью научного знания. Однако не любое взаимодействие математики с той или иной областью науки может быть названо математизацией. В строгом смысле слова о математизации можно говорить лишь тогда, когда с помощью оперативных систем математики решаются уже не собственно математические задачи, а задачи той науки, в рамках которой используется тот или иной математический аппарат. Иными словами, математизация – это взаимодействие математики с определенной научной дисциплиной, имеющее дальнейшей целью получение какого-либо нового знания в последней. Такое взаимодействие не может быть обеспечено искусственной привязкой математических средств, выработанных для нужд одной области знания, к проблемам другой области знания. Не случайно, например, математический аппарат, сформировавшийся применительно к потребностям физики, далеко не всегда успешно «работает» в биологических науках.

Математика оказывается эффективной в тех областях знания, которые имеют дело со структурами. Структуры являются орудиями математика; каждый раз, когда он замечает, что между элементами, изучаемыми им, имеют место отношения, удовлетворяющие аксиомам структур определенного типа, он сразу может воспользоваться всем арсеналом общих теорем, относящихся к структурам этого типа, тогда как раньше он должен был бы сам мучительно выковывать средства, необходимые для того, чтобы штурмовать рассматриваемую проблему, причем их мощность зависела бы от его личного таланта, и они были бы отягощены часто излишне стеснительными предположениями, обусловленными особенностями изучаемой проблемы[3]. Смысл и значение математики как интегратора различных областей знания заключается в том, что она делает единым для них язык.

Использование в научном исследовании оперативных систем математики существенно меняет характер исследования: в этом случае отпадает необходимость обращения к области эмпирии в процессе решения задачи (конечно, это не относится к начальным условиям, которые берутся из эмпирической области). Для современного этапа математизации (в отличие от традиционного, когда проблемы возникают благодаря деятельности в объектной области) характерно то, что постановка новых задач в значительной мере определяется комбинаторными возможностями математических средств, выступающих в качестве репрезентаторов объектов.

Математизация каких-либо областей знания осуществляется путем использования имеющихся в самой математике средств решения существующих задач, а также путем заимствования математических средств из достаточно математизированных дисциплин. Но есть еще один путь математизации – создание новых математических средств, применительно к новым задачам – об этом речь пойдет ниже.

Простейшие математические задачи можно решать и вручную. Но современной науке все больше приходится иметь дело со сложными и сверхсложными системами, которые характеризуются огромным количеством составляющих элементов, находящихся в постоянном изменении, и чье состояние зависит как от их взаимодействия, так и от случайных внешних связей. Для решения таких задач необходимо огромное число вычислений, выходящее за рамки возможностей отдельного человека и даже коллектива. Чтобы, например, определить оптимальный профиль корабля, оптимальную конструкцию реактора и т.п., необходимо перебрать огромное множество вариантов. Для их проверки требуется эксперимент. Если

---

[3] Бурбаки Н. Архитектура математики // Математическое просвещение. – М., 1982. Вып. 5. – С. 109.

бы для проверки каждого расчета проводился натуральный эксперимент, то легко предположить все последствия этого: экономика самой развитой страны просто не выдержала бы затрат на их проведение. Выход из положения здесь был обеспечен использованием математического эксперимента с помощью ЭВМ. В этом случае объектом эксперимента выступает не материальный объект или процесс, а математическая модель. «Проигрывание» на ЭВМ такой модели позволяет выбрать оптимальный вариант нужных параметров. Математический эксперимент позволяет осуществить как проверку теоретических гипотез, так и поиск новых идей.

С помощью математического эксперимента решаются как практические, так и теоретические задачи. К числу первых, например, можно отнести расчет условий, необходимых для получения оптимального варианта урожая любой сельскохозяйственной культуры. Трудность заключается в том, что существует противоречие между требованиями к сельскохозяйственному производству и требованием к популяции или биогеоценозу, т.е. между максимальной производительностью и максимальной устойчивостью. Известно, что устойчивость биологического сообщества определяется его разнообразием. Максимальная же производительность возможна при условии выращивания монокультуры. Но беда в том, что разнообразие у монокультуры отсутствует, следовательно, она является неустойчивой. Естественная эволюция характеризуется присущим ей большим разнообразием биологических сообществ. Плата за это со стороны сообщества – увеличение рассеяния энергии. Сбор урожая уменьшает рассеяние энергии. Следовательно, по логике вещей, чтобы сохранить максимальную устойчивость урожая, следует отказаться от его сбора. Если же сообщество дает максимальный урожай, то оно не может быть устойчивым. Поэтому агротехнику высокоурожайных культур характеризуют как стабилизацию неустойчивой популяции монокультуры. Компромисс оказывается возможным при условии, если главным объектом сельскохозяйственного производства выступает не монокультура, а агроценоз, т.е. искусственное сообщество, устойчивость которого в значительной мере обеспечивается внутренними экологическими механизмами регуляции, а не потоком внешней энергии. Для управления таким процессом необходима математическая модель, описывающая рост растения как динамику биомасс листьев, стеблей и корней с учетом внешних изменений (фотосинтетически активной радиации, температуры воздуха, водного режима среды, концентрации углекислого газа в воздухе, минеральных элементов в почве (азота, фосфора, кальция, натрия) и внутренних переменных (биомассы листьев, стеблей и корней, концентрацию азота, фосфора, кальция, натрия). Машинный эксперимент позволяет найти оптимальный режим управления агроценозом – динамику полива, внесение удобрений и т.д. при заданных условиях внешней среды, которыми невозможно управлять (температура, осадки). В свете этого примера становится понятным, почему интенсивное ведение сельского хозяйства зависит и от степени компьютеризации его управления.

К числу сложных теоретических проблем, решение которых возможно с использованием машинного эксперимента, можно отнести задачу, поставленную Н.В. Тимофеевым-Ресовским. Суть задачи состоит в том, что пока в биологии отсутствует достаточно четкое понятие прогрессивной эволюции. Необходимо выявить, обязательна ли прогрессивная эволюция при долговременном действии естественного отбора или нет, т.е. обязательно ли действие естественного отбора приводит к прогрессивной эволюции. От решения этой задачи зависит перспектива построения теоретической биологии. И здесь необходима математическая модель, описывающая этот процесс, на которой можно было бы осуществить машинный эксперимент.

Таким образом, математизация в современных условиях все больше проявляется в форме компьютеризации. И если до недавнего времени компьютеры использовались преимущественно для решения задач прикладного характера, то сейчас они все больше используются в областях, связанных с решением теоретических задач. Предприняты попытки решения с помощью ЭВМ задач, связанных с сочинением музыки, расшифровкой древних рукописей, определением авторства произведений и т.п. Так, литературоведы много лет спорили, является ли «Илиада» творением одного автора (Гомера) или это результат коллективного творчества. Дж. Магдоунг с помощью компьютера доказал, что автором «Илиады» является один человек. С помощью ЭВМ была значительно продвинута расшифровка рукописей майя. Ван Хао удалось на ЭВМ заново доказать теоремы, содержащиеся в «Принципах математики» Уайтхеда и Рассела, а также доказать ряд новых теорем. Известны программы В.М Глушкова для ЭВМ по проверке доказательства теорем алгебры, программа для доказательства или опровержения теории на основе алгоритма А. Тарского. Все это имело важные последствия методологического характера для компьютеризации науки.

Таким образом, математизация, как мощный интегратор знания, дает возможность решать сложные задачи, уточнять формулировки и устранять неопределенные и многозначные утверждения, создавать четкую внутреннюю логическую структуру различных областей научных исследований, устанавливать и формализовать связи, доказанные экспериментально, упрощать содержательную часть наук, выделяя существенное и освобождаясь от несущественного, создает стимулы для генерирования новых гипотез и идей.

Математизация и формализация

Под формализацией понимается метод изучения какой-либо предметной области посредством отображения содержания в знаковой форме на основе «искусственных» языков. Знания о содержании получаются путем действия по правилам с символическими выражениями, заменяющими, представляющими его содержание. В зависимости от характера знаковых средств различают формализацию в узком смысле слова (логическую) и формализацию в широком смысле (нелогическую). Логическая формализация связана с использованием логических исчислений, например, исчисления высказываний, исчисления предикатов и т.п. Нелогическая формализация имеет место, когда используются знаковые системы математики, физики, химии и т.п. Важно иметь в виду, что проблемы, возникающие в логической и нелогической формализациях, достаточно различны[4].

Логическая формализация позволяет решать ряд важных логико-математических проблем чисто формально. Это означает следующее. Если, например, формализуется аксиоматически построенная математическая теория, то на языке символов (т.е. в виде формул, включающих не только специальные математические, но и логические знаки) записываются и предложения (аксиомы и теоремы) теории, и логические средства, используемые для выведения теорем из аксиом (например, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, отрицание). Этим логическим средствам ставятся в соответствие правила, которые принимаются чисто формально: мы отвлекаемся от значений знаковых выражений и следим лишь за тем, чтобы сами формулы и их последовательности были построены из знаков определенной формы и в определенном порядке. Вывод формулы представляет собой цепочку формул, каждая из которых является аксиомой или получается из аксиом и предшествующих теорем по правилам теории, применяемым чисто формально. В конце цепочки будет находиться выводимая формула.

Метод логической формализации позволяет решать сложные и многообразные проблемы в исследованиях по основаниям математики, таких, как доказательство непротиворечивости аксиоматически построенных математических теорий, а также независимости, полноты, разрешимости аксиом и др.

Применение метода формализации в узком смысле опирается на понятие о формальных системах, при построении которых стремятся исключить из рассмотрения максимум содержательных элементов. Формальные системы рассматриваются либо как абстрактные теории об объектах любой природы, либо как чисто лингвистические теории, где знаки используются как самостоятельные объекты. Формальные системы могут получать различные интерпретации, позволяя тем самым раскрывать то общее, что имеется в различных содержательных теориях и их фрагментах. Этот ме-

---

[4] Кочергин А.Н., Сычева Л.С. Формы и методы научного познания. Вып. 3. – Новосибирск, 1986.

тод широко используется для сведения доказательства непротиворечивости одних теорий к доказательству непротиворечивости других.

Вместе с тем формализация связана с трудностями и ограничениями принципиального характера. Формализация осуществляется в определенных границах. Полностью могут быть формализованы лишь элементарные теории с простой логической структурой и небольшим запасом понятий, например, исчисление высказываний и узкое исчисление предикатов – в логике, элементарная геометрия – в математике.

Если теория сложна, она принципиально не может быть полностью формализована. При этом, правда, не исключается возможность построения более широкого исчисления, формализующего часть того, что не было выявлено ранее. Но и в обогащенной логическими средствами формальной системе вновь обнаруживаются формально недоказуемые, но содержательно истинные высказывания. Существенное значение для подобных выводов имели результаты К. Геделя о неполноте формализованной арифметики, а также теоремы А. Тарского о неформализуемости понятия истины в рамках формализмов и др.

Итак, математика не сводится к чисто формальным системам. Формализация позволяет систематизировать, уточнить, методологически прояснить содержание теории, выяснить характер взаимосвязи между собой различных ее положений, выявить и сформулировать еще не решенные проблемы. Такие проблемы всегда есть, ибо формализация не означает законченности теории или же прекращения ее развития. Вместе с тем выигрыш в точности и методологической правильности обычно сопровождается проигрышем в непосредственной интуитивной ясности и краткости изложения.

Нелогическая формализация, или формализация в широком смысле, имеет место, как уже отмечалось, когда для отображения содержания применяются знаковые системы математики, физики, химии и т.д. Известно, что математики создали большое количество исчислений – дифференциальное, интегральное, вариационное, операционное и т.д. Эти исчисления «частично формализованы». Они, с одной стороны, используют знаковый аппарат, обладающий свойствами, присущими любому исчислению. Благодаря этому решение содержательных задач сводится к формальному применению соответствующих математических правил. С другой стороны, логические средства, используемые при этом в математических рассуждениях, не только не формализуются, но даже не формулируются в явной форме. При решении многих задач приходится существенно опираться на интерпретации знаков.

Специфика использования оперативных систем математики для решения содержательных задач в конкретных науках будет рассмотрена ниже. Сейчас же обратим внимание на применение для формализации других знаковых систем. Например, выявляя то общее, что имеется в рассуждениях самого различного конкретного содержания, можно выделить разнообразные структуры – модусы и фигуры умозаключений – и по отношению к ним сформулировать правила, обладающие известной общностью и конструктивностью. Такие структуры были выявлены первоначально Аристотелем, который ввел особый язык, описывающий структуру суждений определенного типа. Другой пример – символическая запись структуры молекул в химии (H_2O, $Ca\,(OH)_2$ и т.д.).

Правила по отношению к выделенным структурам объектов могут быть сформулированы как правила по отношению к соответствующим им знакам и их соотношениям. Так, правила для модусов и фигур силлогизма формулируются применительно к записям структур определенных видов умозаключений в условиях отвлечения от конкретного смысла предложений и терминов. Правила химических реакций формулируются одновременно и по отношению к веществам, вступающим в реакции, и по отношению к их знаковым репрезентациям, и потому словесные формулировки могут быть заменены символическими (например: $Ca\,O + H_2\,O = Ca\,(OH)_2$).

Формализация в познании возможна за счет того, что форма знания может быть относительно независимой от содержания. Это хорошо видно на появлении формальной логики, где, как правило, легко отделить форму высказывания от его содержания (Сократ – человек, снег белый и т.п. представимо в форме S есть P), и на появлении математики (уже в арифметике 2+2=4 независимо от того, что складывается – бараны, раковины, деньги и т.д.).

Формализация выступает как метод получения нового знания. Перейдя от содержательного изложения какой-либо задачи к формальному, например составив алгебраическое или дифференциальное уравнение, исследователь получает возможность решать задачу, не обращаясь к содержанию, а оперируя только с записью по правилам соответствующего языка или исчисления. Нет необходимости слишком долго останавливаться на том, что формализация неизмеримо расширяет познавательные способности человека. Уже с помощью алгебры многие задачи решаются гораздо легче, чем с помощью арифметики. Тем более это относится ко всем остальным исчислениям. Математический анализ позволяет каждому, кто овладел им, решать такие задачи, которые прежде, например в Древней Греции, были под силу лишь очень талантливым математикам. Формальное и содержательное в научном знании не только относительно самостоятельны и противостоят друг другу, но и тесно связаны. Новое знание в результате формализации можно получить именно за счет того, что новая форма допускает операции, которые были невозможны при чисто содержательном анализе. Однако всякая формальная система рано или поздно обычно получает интерпретацию, т.е. если сначала совершается как бы «отлет» от действительности, то затем наступает возвращение к ней.

Как реальный мир богаче любой содержательной теории о нем, так и всякая содержательная теория богаче той формальной системы, в которой эта теория может быть отображена, ибо последняя выделяет одну лишь форму, абстрагируясь от содержания. В то же время если сравнивать отдельную содержательную теорию с ее формализацией в знаковой системе, то, учитывая, что последняя имеет общий характер и поэтому обычно допускает множество применений, можно сказать, что формальная система богаче отдельной ее содержательной интерпретации.

Относительная независимость формы от содержания приводит к концепциям логицизма и формализма в математике, программам, трактующим определенным образом суть математики и предложенным с целью избежать парадоксов в ее основаниях.

В основе логицизма лежит представление о том, что всю чистую математику можно вывести из основных понятий и принципов логики. Для этого надо определить первоначальные понятия чистой математики в терминах логики, а фундаментальные законы математики доказать как теоремы логики. В ходе реализации этой программы Г. Фреге пришлось заново перестроить и логику, представив ее в виде аксиоматической системы или исчисления. Фреге решал задачу сведения арифметики к логике. Б. Рассел обнаружил в системе Фреге парадокс, связанный с множеством множеств, не содержащих себя в качестве собственных элементов. Рассел и Уайтхед построили теорию типов, в которой этот парадокс (как и другие) устранялся с помощью специальной иерархии логических понятий. Однако им пришлось при этом пользоваться аксиомами, которые не носят чисто логического характера, например аксиомой бесконечности. С подробным анализом логицизма можно познакомиться в работе Г.И. Рузавина[5], в которой приведен материал, показывающий, что о приоритете логики над математикой нельзя говорить не только в смысле происхождения математики из логики, но и в смысле обоснования математики всецело и исключительно с помощью понятий и принципов логики.

Если логицизм абсолютизировал то обстоятельство, что в математике, в частности в математическом доказательстве, существенную роль играет логика, то формализм абсолютизировал такую особенность математики, как оперирование ею формулами, которые лишены конкретного содержания. Такой взгляд на математику получил большое распространение после открытия неевклидовых геометрий и утверждения нового, абстрактного подхода к геометрическому пространству. Аналогичное понимание математики казалось вполне естественным и в алгебре, когда было установлено, что ее формулы могут относиться не только к числам, но и к любым другим математическим объектам.

Особенно широкое распространение формалистической точки зрения на математику было связано с развитием аксиоматического метода и с

[5] Рузавин Г.И. Философские проблемы оснований математики. – М., 1983.

той программой обоснования математики, которую выдвинул Д. Гильберт. Подчеркнем, однако, что формализация математики, предпринятая Гильбертом, не ставила своей целью лишить математику объективного содержания и превратить ее в своеобразную игру с формулами, как об этом нередко пишут противники Гильберта (в частности, интуитивисты). Будучи великим математиком, Гильберт никогда не сомневался в объективном содержании, значении и реальной ценности своей науки. Формализация была необходима ему для доказательства непротиворечивости классической математики. Хотя эта цель оказалась принципиально недостижимой с помощью средств и методов, которыми ограничивался Гильберт, тем не менее его программа имела громадное влияние на все последующее развитие оснований математики.

Гильберт стремился представить содержательные высказывания математики и логики с помощью формул, а доказательства свести к преобразованию некоторых исходных формул (аксиом) в другие формулы (теоремы) по точно заданным правилам. Иными словами, задача состояла в том, чтобы отобразить содержательное мышление в чисто формальное рассуждение, представить его как процесс преобразования формул или исчисление, подобное алгебраическому. Логические правила рассуждения тоже должны быть заданы формально. Гильберт писал: «Основная мысль моей теории доказательства такова: все высказывания, которые составляют вместе математику, превращаются в формулы, так что сама математика превращается в совокупность формул... Некоторые определенные формулы, которые служат фундаментом этого формального построения математики, называются аксиомами. Доказательство есть фигура, которая должна наглядно предстать перед нами... Доказываемые теоремы, т.е. формулы, получающиеся при этом способе, являются отображением мыслей, которые образуют обычную до сих пор математику»[6].

Программа Гильберта оказалась утопичной. Многие математики и философы Запада под влиянием открытий К. Геделя, А. Черча, А. Тарского, С. Клини, выявивших эту утопичность, стали очень скептически оценивать перспективы дальнейших исследований в области оснований математики.

Однако пессимизм должен быть направлен не на исследования по основаниям математики вообще, а на понимание математики, лежавшее в основании конкретной программы Гильберта, который хотел свести содержание математического знания к анализу его формальной структуры и искать обоснование математики только в анализе языка. Для пессимизма нет оснований, нужно только понять, что истинность математического знания не основывается целиком на дедукции теорем из аксиом, что формально-логическое обоснование математики составляет лишь часть более широкой проблемы установления надежности этого знания. В математике,

---

[6] Цит. по: Рузавин Г.И. Философские проблемы оснований математики. – М., 1983.

наряду с дедуктивными рассуждениями, существенную роль играют процедуры, напоминающие процедуры эмпирического исследования – преобразование чертежей, алгебраических записей, подынтегральных выражений и распознавание в них знаковых элементов. С описанием роли догадки, индукции, подобия эксперимента в математике можно познакомиться в книге Д. Пойа[7]. И. Лакатос сближает математическое исследование с исследованиями в естественных науках[8].

Таким образом, сведение математики к науке, оперирующей лишь дедуктивными заключениями, оказалось несостоятельным. В последние годы все сильнее выступает тенденция к такому обоснованию математики, которая учитывала бы связи математики с другими науками и воздействие различных социально-культурных факторов[9].

Математизация и аксиоматический метод

Аксиоматический метод является одним из довольно распространенных способов организации научного знания. Особенно широко он применяется в математике и математизированных научных дисциплинах. Его можно рассматривать как разновидность дедуктивного метода. Специфика аксиоматического метода состоит в том, что исходные общие положения имеют форму утверждений, истинность которых принимается без доказательств. Эти утверждения называются аксиомами. Из аксиом по определенным логическим правилам строится так называемое выводное знание в виде лемм, теорем, законов и т.д.

Первоначально от аксиом требовалась предельная простота и ясность, в силу чего они рассматривались как непреложные, априорные истины. Именно так строились «Начала» Евклида (около 300 г. до н.э.). Этим во многом объясняется большая притягательная сила дедукции, открывающая возможность построения надежного и прочного фундамента научного знания. Аксиоматический подход стал отправной точкой в разработке рационалистических схем познавательного процесса. Он сыграл важную роль в формировании философских взглядов Декарта, Спинозы, Лейбница, Канта. Построение Лобачевским так называемой воображаемой геометрии впервые показало, что требование предельной простоты и ясности исходных положений не всегда может быть оправдано и не является обязательным условием применения аксиоматического метода. Важнейшими требованиями, которые предъявляются к аксиоматически построенной теории, являются следующие: а) требование непротиворечивости, согласно которому в системе аксиом не должны быть выводимы одновременно какое-либо предложение и его отрицание; б) требование полноты, согласно кото-

[7] Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. – М., 1957.
[8] Лакатос И. Доказательства и опровержения. – М., 1967.
[9] Рузавин Г.И. Философские проблемы оснований математики. – М., 1983.

рому любое предложение, которое можно сформулировать в данной системе аксиом, можно в ней доказать или опровергнуть, т.е., иначе говоря, из аксиом должно быть выводимо или это предложение, или его отрицание; в) требование независимости аксиом, согласно которому любая аксиома не должна быть выводима из других аксиом (иначе она переводится в разряд теорем).

С открытием возможности построения неевклидовых геометрий начинается как бы второй этап развития аксиоматического метода. Из области геометрии он постепенно переходит в другие разделы математики. В конце XIX века благодаря работам Д. Пеано начинается аксиоматизация арифметики. Одновременно происходит более глубокое проникновение в природу самих аксиом. Осознается, что смысл аксиом состоит отнюдь не в том, что они задают исходную систему самоочевидных положений, а скорее в том, что они дают возможность формального определения исходных понятий. Например, аксиомы евклидовой геометрии можно рассматривать как неявное определение ее основных идеализированных объектов – точек и прямых. При выводе теорем мы не пользуемся никакими другими свойствами идеализированных объектов кроме тех, которые зафиксированы в системе аксиом.

Учет этого важного обстоятельства позволил Д. Гильберту существенно углубить начатую Д. Пеано аксиоматизацию арифметики и подойти вплотную к проблемам определения ее исходных понятий. В частности, им была предпринята попытка определения понятия числа[10].

Несколько позднее в рамках аксиоматического подхода была открыта возможность интерпретации понятий и предложений одной аксиоматической теории в терминах другой. И здесь выяснилось неожиданное и интересное обстоятельство. Оказалось, что воображаемая геометрия Лобачевского, которая казалась своеобразным антиподом евклидовой геометрии, может быть с успехом истолкована в терминах последней. Иными словами, геометрия Евклида оказалась той моделью, на которой можно было исследовать различные свойства теории Лобачевского. В частности, Ф. Клейну и А. Пуанкаре удалось доказать непротиворечивость геометрии Лобачевского с помощью построения ее евклидовой модели.

Современный этап в развитии аксиоматического метода связан с появлением теории математического доказательства, основы которой были заложены Д. Гильбертом в 1900–1904 гг. Становление этой теории стало возможным благодаря исследованию математической логики, давшей тот формальный язык, на котором может быть записано любое математическое предложение. Теперь всякая математическая теория могла быть задана с помощью расширенной системы аксиом, куда включаются, наряду с аксиоматическими положениями самой теории, также правила логики в форме так называемых логических аксиом. Таким путем возникли теоретические

[10] Гильберт Д. Основания геометрии. – М.-Л., 1979.

системы, которые получили название формализованных. Исследование этих новых объектов привело к появлению математики более высокого уровня – метаматематики.

В целом можно сказать, что основной прогресс фундаментальных областей математики в значительной мере был обусловлен развитием в ней аксиоматического подхода. И только начиная с 30-х годов XX века стали появляться результаты, свидетельствующие об ограниченности аксиоматического метода. К числу этих результатов относятся, прежде всего, известные теоремы Геделя, показавшие невозможность обеспечить требование полноты в широком классе непротиворечивых формальных теорий. В математике стали появляться новые направления (интуиционистская математика, конструктивная математика), в рамках которых математика уже не может трактоваться как совокупность аксиоматических теорий.

Тем не менее аксиоматический метод продолжает играть важную роль в научном познании. Аксиоматизация есть путь, на котором происходит уточнение определений используемых понятий и возрастает строгость рассуждений. Требование точности и строгости является одной из основных причин того, почему аксиоматизация не получила пока широкого распространения в эмпирических исследованиях, в тех научных дисциплинах, где применение математических средств оказывается затруднительным. Благодаря аксиоматизации удается достичь высокой степени организованности научного знания. В этих условиях научная организация может быть, образно говоря, поставлена на конвейер, поскольку фиксированы как исходные положения, так и правила вывода следствий из аксиом. И задача ученого состоит только в том, чтобы получать все новые и новые теоремы. Это дало повод Н. Бурбаки утверждать, что «аксиоматический метод является не чем иным, как «системой Тейлора» в математике»[11]. Это обстоятельство позволило применить ЭВМ для доказательства теорем и тем автоматизировать (по крайней мере, частично) важную сферу интеллектуальной деятельности математиков. Таким образом, применение аксиоматического метода в научном познании всегда предполагает в качестве необходимого условия высокий уровень его математизации.

Обусловленность математизации науки

Об эффективности математических методов говорилось выше. Чем же обусловлено то, что методы математики как дисциплины, характеризуемой высокой степенью абстрактности и формальности, оказываются эффективными во всех областях науки? В самом деле, ведь в действительности нет объектов, которыми оперирует математика. Почему абстрактные структуры, созданные логически, находят эмпирическую интерпретацию и непосредственное использование в качестве аппарата научного исследова-

[11] Бурбаки Н. Очерки по истории математики. – М., 1970. – С. 253.

ния? Почему математические теории, созданные на базе одного эмпирического материала, находят приложение за пределами своей первоначальной области, применительно к другому материалу? Почему алгебра Буля, созданная при систематизации форм логического мышления, нашла приложение, например, в электротехнике при расчете сложных цепей? Почему афинная геометрия может быть интерпретирована как пространство цветов и может стать математической основой цветоведения? Почему одни и те же дифференциальные уравнения могут быть использованы как для описания колебаний струны, так и для описания существования видов в популяциях? Почему закономерности Ньютона, выработанные для описания наблюдаемых тел, нашли приложение в теории газов или теории теплоты? Какое отношение число π имеет к проблеме народонаселения? Этими и подобными им вопросами пестрит литература по философии и методологии математики.

А. Пуанкаре считал в математике самым существенным способность называть разные вещи одним и тем же именем. Эффективность математических средств в значительной мере обусловлена именно универсальностью вырабатываемых форм, их способностью к экспансии в разнокачественные сферы их приложения за счет большой свободы внутреннего конструирования. Истоки универсализма математических средств коренятся в единстве мира, единстве причинно-следственных связей. Здесь мы имеем дело с проявлением системной закономерности: элемент системы, созданный исходя из некоторых ограниченных локальных требований к ней, оказывается в определенном смысле более универсальным, способным предвосхищать другие требования. Не следует, конечно, абсолютизировать независимость математических средств от действительности. «Математика — это... язык, на котором можно ставить вопросы и отвечать на них принципиально, но сам вопрос вызревает в практическом материальном мире. Геометрия, к примеру, служила для измерения пахотной земли»[12]. Вторичность математики по отношению к эмпирическому материалу не означает, однако, что она слепо следует за ним. Исследование действительности посредством «чистых» форм, посредством исследования возможных концептуальных связей расширяет возможность познания, стимулирует формирование содержательных представлений. Поскольку математика имеет дело с «чистыми» формами, то математизация эффективнее используется на теоретическом уровне знаний частной науки. С увеличением степени математизации частная наука усиливает свое прикладное значение — так, например, классическая механика твердого тела благодаря дифференциальному и интегральному исчислению стала инженерной дисциплиной.

Возможность математизации предметных дисциплин обусловлена, таким образом, тем, что знаки математических исчислений не только сами

---

[12] Гильберт Д. Основания геометрии. – М.-Л., 1979. – С. 38.

включены в системы, где определены действия с ними, но и часто имеют содержательные интерпретации, как правило те, на базе которых впервые возникли эти системы.

Например, первая производная от пути по времени интерпретируется как скорость движения, вторая – как ускорение и т.п. Позднее эта производная используется для обозначения не только скорости механического движения, но и скорости самых разных процессов – скорости роста кристаллов, роста популяций, скорости распространения тепла, слухов и т.п.

Когда для изображения объектов используются знаковые средства, не включенные в какую-либо формальную систему или исчисление, то исследование, конечно, имеет от такого «изображения» дополнительные возможности получения знаний о содержании того, что изучается, за счет действий с формой, но эти возможности ограничены. Например, для исследования такого объекта, как ареал, существенно, что его изображают на карте. Вероятно, без карты выделить ареал распространения вида, расы, языка и т.п. как особый объект было бы затруднительно или даже невозможно. Использование карты позволяет поставить вопросы о форме, о зависимости формы от тех или иных условий и т.п. Однако использование карты не снимает необходимости эмпирического исследования, ибо названные вопросы нельзя свести только к действиям с формой.

Использование же для представления объектов таких знаков, как оперативные системы математики, существенно меняет характер исследования, ибо в этом случае отпадает необходимость обращения к области эмпирии в процессе решения задачи. (Это не относится к начальным условиям, которые берутся из эмпирической области.) Сфера «фактов» в математизированной науке появляется в результате продуцирования мыслительной деятельности по формированию возможных объектов какого-либо типа, в отличие от предметных дисциплин, изучающих лишь реально обнаруженные, эмпирически существующие ситуации в природе и обществе.

Так, если на самых ранних ступенях развития математики чертеж выполнял функцию обозначения тех или иных участков земли и разнообразие ситуаций определялось, следовательно, сферой эмпирии – конфигурациями участков, то впоследствии чертеж стал задавать геометрические объекты независимо от того, встречаются ли соответствующие фигуры в природе, в мире материальных объектов или эти фигуры можно начертить, составить по некоторым правилам, определяемым самой геометрией. Независимость от эмпирии в другом случае специально подчеркивает Эшби, считая, например, что предметом кибернетики «является область “всех возможных машин” и лишь во вторую очередь она интересуется тем, что некоторые из этих машин еще не созданы ни человеком, ни природой. Кибернетика дает общий остов, на котором могут быть расположены, соотнесены и поняты все индивидуальные машины»[13].

[13] Эшби У.Р. Введение в кибернетику. – М., 1959. – С. 15.

Разумеется, для того чтобы исследовать все возможные машины, все возможные числа и т.п., необходимы специальные средства, которые позволяли бы представить для анализа любой из возможных объектов. Например, существует алгоритм, позволяющий записывать любое число, хотя бы оно и не встречалось ранее в деятельности человека.

Анализ истории формирования различных наук показывает, что в результате их математизации происходит смещение взаимодействия, управляющего развитием этих наук. Если раньше новые задачи, проблемы, ситуации, требующие исследования, возникали благодаря деятельности в объектной области, то теперь появление новых задач в большей степени определяется комбинаторными возможностями того знакового аппарата, который функционирует в качестве средства репрезентации объектов. Управляющая функция переходит к знаковому аппарату, а с объектной областью остается лишь «обратная связь». Например, для теории вероятностей и теории игр можно явно указать те области явлений, исследование которых обусловило возникновение этих теорий. Известно, однако, что дальнейшее развитие этих областей знания далеко не так тесно связано с исходными объектными областями. Их развитие идет сейчас на основании возможностей тех знаковых средств, которые первоначально использовались для описания реальных ситуаций. Возникает, например, теория матричных игр. Здесь в самом названии зафиксирован способ задания игры – данная теория рассматривает только те игры, для которых функцию выигрыша можно представить в виде матрицы[14].

Условия математизации науки

Эффективность математизации определяется знанием условий ее применения. Н. Винер, например, утверждал, что и математическая социология, и математическая экономика страдают от неправильного понимания того, как следует применять математический аппарат в общественных науках и чего вообще можно ожидать от применения математических методов[15]. К необходимым условиям математизации какой-либо научной дисциплины принято относить: возможность разбиения исследуемых объектов частной науки на классы качественно однородных элементов, различающихся лишь количественно; указанные способы измерения количественных различий между элементами каждого класса; нахождение устойчивых отношений между элементами одного класса (или различных классов), их анализ и выяснение функциональных связей; нахождение средств выражения функциональных связей (т.е. создание математической модели).

Использование, например, аксиоматического метода в какой-либо научной области предполагает задание систем аксиом, фиксирующих

---

[14] Кочергин А.Н., Сычева Л.С. Формы и методы научного познания. Вып. 3. – Новосибирск, 1986.

[15] Винер Н. Творец и робот. – М., 1966.

свойства и отношения изучаемого объекта в отвлечении от иных свойств и отношений, которые выходят за рамки исследования. Аксиоматическая формальная теория для некоторой предметной области уже не зависит от ее конкретного содержания, следовательно, выступает теорией класса предметных областей. Каждый класс фиксируется определенным предметным содержанием. Конечно, возможности аксиоматического метода не беспредельны – этому препятствуют ограничения, вытекающие из теоремы Геделя о неполноте формальных систем. И все же в применении к конкретной науке данный метод является весьма эффективным. Процедура интерпретации наполняет формализованную теорию предметным содержанием и тем самым распространяет выведенные математические законы формальной теории на реальные объекты.

Необходимое условие аксиоматизации эмпирического материала частной науки – его жесткая фиксация, т.е. изоляция его на определенном этапе в рамках формальной теории от притока информации извне этой теории, что на данном этапе позволяет, с одной стороны, устранять противоречия между построенной теорией и накапливаемым опытом частных наук, а с другой стороны, эффективно использовать в исследованиях математическую структуру формальной теории.

Для того чтобы с помощью математических средств можно было решать не собственно математические задачи, необходимо, таким образом, обеспечить соответствие этих средств решаемым задачам. «Привязка» имеющихся средств к задачам конкретной науки возможна лишь в том случае, если эти задачи в той же мере соответствуют используемым математическим средствам, что и те задачи, для решения которых эти средства были первоначально созданы. Попытки же искусственно «привязывать» математические средства к задачам, не соответствующим возможностям этих средств, обречены на неудачу, что в конечном счете ведет к дискредитации самой идеи математизации данной науки. Кроме готовности математизируемой области знания к использованию математических средств, для успешной математизации необходимо уметь использовать эти средства. В процессе математизации важно избегать как замедления его в результате неумения использовать математические средства, так и искусственного форсирования этого вопроса путем привлечения неадекватных математических средств для решения специфических (в рамках определенного предмета) задач. Математизация научного исследования не может быть осуществлена лишь на основе субъективного желания исследователя. Использование математических средств предполагает определенный уровень развития математизируемой области исследований: исходный материал должен быть объективным, достоверным, достаточно полным и точным, исключающим всякий субъективный произвол[16].

[16] Кочергин А.Н., Сычева Л.С. Формы и методы научного познания. Вып. 3. – Новосибирск, 1986.

Типы математизации науки

Единой типологии математизации не существует. Поскольку речь идет об использовании математики для решения задач частных наук, важно рассмотреть именно типы взаимодействия математических средств с конкретными научными дисциплинами. Поэтому рассмотрим сначала, как протекает взаимодействие предметных областей знания и математики. Здесь реально можно говорить о двух типах математических наук[17].

Математизация с помощью науки-посредника. В этом случае математизированные ранее дисциплины могут выступать в качестве посредников при проникновении математических методов в новые предметные области. Тогда объект математизируемой дисциплины должен быть представлен с помощью тех же репрезентаторов, что и в науке-посреднике. Одним из примеров такой работы является деятельность Ома по выведению уравнения электропроводности путем описания электрических явлений, подобно тому как это сделал Фурье в учении о теплоте. Ом «увидел», что электрические явления можно представить как поток электрической жидкости, ведущей себя так же, как поток тепла. Форма описания осталась той же, сменилась лишь текущая материя и объясняемые эмпирические явления. Это означает, что Ом заимствовал представление объекта (текущая электрическая жидкость) без изменения, нашел его в учении о теплоте в готовом виде. Примером другого способа использования науки-посредника является деятельность Максвелла, который специально сконструировал механические модели электромагнитного поля. Свой объект – электромагнитное поле – он представил с помощью таких конструкций, которых в механике как в посреднике не было в готовом виде, но которые можно было построить в рамках конструктора механики и описать на основе ее законов.

При использовании науки-посредника в математизированной науке существенно меняются задачи. С одной стороны, это происходит потому, что в каждой оперативной системе математики существуют «канонические задачи», которые автоматически поступают в число задач математизированной науки. С другой стороны, в данную научную область переносятся и задачи науки-посредника. Знаковыми средствами математизированной науки становится оперативная система математики, функционирующая в науке-посреднике. Таким образом, наука-посредник является не только и не столько мостом, обеспечивающим проникновение в математизируемую науку оперативной системы математики, ее средств и методов, сколько «поставщиком» теоретических, модельных репрезентаций объектов. То есть в этом случае математизированная наука меняется качественно, становится теоретической наукой.

«Прямая» математизация. Когда математизация происходит без использования науки-посредника, та или иная математическая онтология

[17] Там же.

должна быть непосредственно «усмотрена» в эмпирических явлениях математизируемой науки. Однако здесь кроются значительные трудности, связанные с возможностью этой науки использовать математический аппарат. Примером могут служить многочисленные попытки описать процесс профессиональной мобильности с помощью марковских цепей. Прежде чем воспользоваться аналитическим аппаратом, исследователи отмечают, что, во-первых, профессиональная мобильность – вероятностный процесс и, во-вторых, переход из одной профессии в другую или получение высшего разряда – это движение не непрерывное, а скачкообразное, дискретное. Так как для абстрактной онтологии марковских цепей характерны оба эти свойства, ее и начинают применять для описания профессиональной мобильности. Но очень быстро обнаруживают, что простая марковская цепь для этого не годится, ибо для ее онтологии существенно, что на последующее состояние цепи влияет только ее состояние на предыдущем шаге, тогда как для процессов профессиональной мобильности это не так. Поэтому подыскиваются различные модификации и усложнения по сравнению с простой цепью. Но так как задачи сформулированы в рамках математики, то и решены они могут быть только как математические. Чтобы решить эти задачи как социологические, нужна онтологическая работа по построению теоретической модели объекта.

Таким образом, сразу обнаруживаются трудности, связанные с тем, что не произведена теоретическая работа по построению объекта данного исследования — профессиональной мобильности. Математизация в этом случае существенно не меняет характера науки, хотя и создает видимость этого. Действительно, с одной стороны, появляются четко сформулированные задачи, но, с другой стороны, это задачи математики, которые и могут быть решены только как математические. Важно учесть, что методы работы тоже меняются, ибо, вместо того чтобы осуществлять огромное количество наблюдений и экспериментов, появляется возможность решать уравнения.

Математизированные дисциплины испытывают влияние и математики, и содержательной области, поэтому они и развиваться в дальнейшем могут двояко – как математические или как содержательные. Наиболее известный пример – дифференциальное и интегральное исчисления, которые в трудах Ньютона возникли как средства решения задач механики и во многом совершенствовались под влиянием содержательных физических проблем. Но в трудах математиков они превратились в математическую дисциплину – математический анализ, строившийся по канонам математики. Широко известны споры о правомерности этого нового исчисления бесконечно малых, о необходимости его обоснования. В этот период, собственно, и складывались каноны математики. Для последней не было решающим то, что с помощью этого исчисления можно было решать содержательные задачи нахождения скоростей и площадей. Требовалось привести собственно математические аргументы в защиту того, что это исчисление есть математика, а не просто удобный прием решения задач механики. В данном случае важна не конкретная история обоснования анализа, а сам факт, что имела место дифференциация исследований на две существенно разные дисциплины – собственно математику и содержательную дисциплину – механику, использующую средства математики.

Мы рассмотрели такой тип математизации, при котором наука использует математику для репрезентации своих объектов и их исследования. Но возможна математизация и иного типа – *использование математики для обработки данных*. При этом происходит лишь перестройка работы с эмпирическим материалом науки.

Если сопоставить задачи, которые ставились до использования математики, с теми, которые ставятся после использования, то можно обнаружить, что это задачи одного типа, а часто вообще те же самые задачи, с той лишь разницей, что раньше они решались неточными методами или просто без каких-либо фиксированных методов. Например, общепринятый метод классификации профессий, основанный на различии умственного квалифицированного, умственного неквалифицированного, физического квалифицированного и физического неквалифицированного труда, позволяет лишь весьма приближенно выявлять имеющиеся социальные различия. Поэтому возникает задача – найти другой способ выделения сходных профессий, который позволил бы получить более однородные социальные группы. В данном случае задача осталась той же самой – выделить достаточно однородные социальные группы. Но решается она теперь с использованием математики, в частности методов таксономии.

Характерная особенность таких эмпирических исследований, которые широко используют математику для решения методических задач, – наличие нескольких, как правило различных представлений об объекте исследования. Вызвано это тем, что употребление каждого метода обработки данных связано с фиксацией содержательного представления об объекте, а так как методов много и применяются они в разное время, с разными целями, то естественно, что эмпирические представления об исследуемом объекте часто не согласованы.

Таким образом, при математизации второго типа задачи и процедуры меняются лишь в той части, в какой они касаются сбора, обработки эмпирических данных (допустим, обнаружили, что два каких-то фактора тесно связаны, поэтому достаточно собрать сведения об одном из них, чтобы судить и о другом). Что касается теоретических репрезентаций объекта, то математизация второго типа не создает их, хотя и дает возможность и, главное, настоятельно требует работы по их построению. Возможности появляются в связи с тем, что в ходе использования математики для решения методических задач создается несколько представлений об объекте, т.е. требуется ответить, какой же объект в итоге изучается.

Завершая рассмотрение вопроса о типах математизации, следует отметить, что как первый, так и второй тип необходимы в науке, но функции математических методов в каждом случае различны. Математизация первого типа приводит к существенной перестройке теоретических представлений науки. Каким способом осуществляется эта перестройка – с посредником или без него – это в конечном счете лишь вопрос о скорости формирования науки. Математизация второго типа приводит к тому, что наука получает надежные методы сбора и обработки эмпирического материала, что важно само по себе, независимо от того, произошла математизация первого типа или нет.

Большинство математизированных дисциплин (например, математическая экономика, математическая лингвистика и т.п.) выросло из таких исследований, которые носили в основном описательный характер, – в них был невозможен или очень затруднен эксперимент. Математизация как бы вдохнула в них новую жизнь. Она дала этим дисциплинам средства, «заменяющие» эксперимент. Имея математическое описание исследуемых объектов – разного рода «экономик», «языков», «систем размещения производства» и т.п., ученые смогли выбирать наилучшие из них, «разыгрывая» возможные варианты на бумаге. Особенно возможности моделирования в этих дисциплинах выросли с появлением ЭВМ.

Итак, математизация частных областей знания осуществляется в настоящее время как путем использования имеющихся в самой математике средств решения существующих задач, так и путем заимствования математических средств из достаточно математизированных дисциплин[18].

Новые главы математизации

Как было показано, математизация наук к настоящему времени осуществляется с помощью средств непосредственно математики и математизированных наук-посредников. И это не случайно. Существующие математические средства исторически формировались под влиянием запросов преимущественно физики и инженерной техники. Сейчас же на передний край науки все больше выдвигаются биологические и социальные объекты, у которых число переменных и степень их вариабельности несопоставимы с аналогичными характеристиками неживых объектов, а поэтому возможности существующих математических средств, применительно к задачам этих областей знания, ограничены. Отсюда – естественная необходимость «выращивания» новых глав математики.

Биологические объекты, в отличие от технических, характеризуются не динамическими закономерностями, которым свойственна жесткая связь между явлением и его причиной, а статистическими, при которых такая жесткая связь отсутствует. Для адекватного описания таких объектов, учи-

[18] Кочергин А.Н., Сычева Л.С. Формы и методы научного познания. Вып. 3. – Новосибирск, 1986.

тывающего элемент случайности, необходимо привлечение аппарата теории вероятностей. Этот уровень математизации соответствует эмпирическому этапу исследования.

Статистические методы успешно используются, например, в психиатрии при дифференциальной диагностике основных психических расстройств. Так, последовательный статистический анализ эффективен при различении шизофрении и органических заболеваний головного мозга. Однако этот метод оказывается не столь эффективным при различении основных психических расстройств: шизофрении, маниакально-депрессивного синдрома, эпилепсии, сосудистой патологии, инволюционных и сенильных психозов. Эти математические средства не позволяют учитывать корреляцию между отдельными признаками, используют неадекватную метрику пространства признаков. Введение коэффициентов корреляции между признаками оказывается невозможным, так как требуется слишком большое число формальных описаний. Иметь все значения функции распределения вероятностей практически невозможно: для формального описания только по 30 бинарным признакам необходимо задать необозримое число значений функции распределения вероятностей. Можно создать математическую модель процесса или явления, но далеко не всегда ею можно оперировать с помощью математических средств. Нужно не только сформулировать задачу в виде сложного математического уравнения, для которого мы не умеем найти решение, но и уметь найти такие несущественные для задачи упрощения, которые позволили бы свести ее к уравнению, решаемому известными способами. Формально можно поставить и такие задачи, решение которых в обозримые отрезки времени с помощью существующих средств невозможно. По-видимому, не всегда могут существовать и приближенные методы, позволяющие получить ответ на тот или иной правильно поставленный вопрос, хотя иногда и удается ограниченность одного метода преодолевать с помощью другого метода, как, например, ограниченность упоминавшегося ранее последовательного статистического метода была преодолена с помощью нестатистического, логико-структурного алгоритма.

Надо также иметь в виду, что задача математических средств не сводится лишь к количественной обработке эмпирического материала. Многие старые теоретические концепции в области биологических и общественных наук нуждаются в критической переоценке, в привлечении новых, более фундаментальных понятий. Детерминированные и даже вероятностные методы современной математики оказываются недостаточными для изучения процессов саморегуляции под действием «интегральных воздействий», когда не нужно учитывать состояние каждого элемента системы в отдельности. Ограниченность существующих средств обнаруживается также в невозможности выразить полифакторный характер психической деятельности: психические явления системны, а современный математический аппарат не обеспечивает адекватного воссоздания системных характеристик психики.

Конечно, прежде чем говорить о развитии новых направлений в математике, важно обратить самое пристальное внимание на уже разработанные средства и их эвристические возможности. Сейчас важна инвентаризация проблем современной науки с точки зрения возможности их решения с помощью существующих математических средств. Выявление проблем, для решения которых отсутствует адекватный математический аппарат, поставит перед математикой вопрос о выработке новых средств.

Многие исследователи считают необходимой разработку следующих математических средств:

1) методов, позволяющих оперировать большим числом переменных (А.И. Берг);

2) специального алгебраического аппарата, позволяющего работать с неопределенными (расплывчатыми), в смысле Л. Заде, множествами;

3) методов оптимизации недифференцируемых и плохо организованных функционалов (Н.Н. Моисеев);

4) аппарата, позволяющего оперировать иерархическими системами и структурами;

5) методов сравнения и оценки сложных алгоритмов, записанных на различных языках;

6) кодов, основанных на комбинированной пространственно-временной локализации данных (О. Шмитт);

7) аппарата, учитывающего время как фундаментальную характеристику процессов управления в живом организме (В.В. Парин);

8) нечисленных формальных средств (М. Минский, М. Месарович, Д. Маккарти);

9) аппаратов, дающих возможность описать процесс построения динамических моделей действительности (В.Н. Пушкин);

10) аппарата, обеспечивающего переход с дискретного языка на непрерывный (Д. Маккей);

11) «логики спора» (Е. Бэт, П. Лоренцен);

12) «биологики» (Г. Ферстер);

13) «серой логики» (О. Шмитт);

14) «психологики» (Ж. Пиаже);

15) аппарата «зависимых переменных» (А.Н. Колмогоров).

Математизация, таким образом, дает возможность решать новые задачи, уточнять формулировки и устранять неопределенные и многозначные утверждения, создавать четкую внутреннюю логическую структуру различных областей научных исследований, устанавливать и формализовать связи, доказанные экспериментально, упрощать содержательную часть наук, выделяя существенное и освобождаясь от несущественного, создает стимулы для генерирования новых гипотез и идей. Степень взаимного проникновения математики и других наук не характеризуется лишь использованием разработанного математического аппарата. В принципе возможна разработка «гибридных» средств формализации (типа синтеза теории множеств и теории информации и др.). Математизация наук – важный фактор их развития. Науки, использовав выработанные математикой средства, потребуют от нее нового движения вперед.

Говоря о пользе и эффективности математизации наук, нельзя не сказать о противоречивости этого процесса. Полная драматизма история развития математики и ее приложений к частным наукам свидетельствует и о ее триумфах, и о сомнениях в ее возможностях. С ней можно познакомиться по книге М. Клайна, которая названа им довольно многозначительно: «Математика. Утрата определенности»[19]. В задачу данного раздела не входило рассмотрение всех перипетий борьбы логицистов, формалистов, сторонников теоретико-множественного направления, интуиционистов и т.д. Привыкшим к восприятию математических средств как образцу строгости приходится признать справедливость аргументов в пользу постепенной утраты определенности математики.

Приведем одну цитату из книги М. Клайна: «Артур Стэнли Эддингтон заметил однажды: “Доказательство – это идол, во имя которого математики терзают себя“. Почему же математики идут на такие муки ради строгого доказательства? Уместно спросить: чем, собственно, занимаются математики, ставящие превыше всего железную логику, если они не знают, непротиворечива ли их наука, и, в частности, не могут прийти к единому мнению относительно того, что такое правильное доказательство? Не следует ли им стать полностью безразличными к строгости, поднять руки вверх и заявить, что математика как свод твердо установленных истин не более чем иллюзия? Не должны ли они оставить дедуктивное доказательство и прибегать лишь к убедительным, интуитивно здравым аргументам? Ведь используют же интуитивные соображения физические науки, которые даже там, где они применяют математику, не придают особого значения пристрастию математиков к строгости. Но отказ от строгости вряд ли показан математике. Всякий, кто знает, какой вклад внесла математика в сокровищницу человеческого мышления, не станет жертвовать понятием доказательства»[20].

Ясно, что математика, как и любая другая наука, – дитя своей эпохи. Она сама развивается, меняет свой облик. И как бы ни утрачивалась ее определенность в процессе этого развития, в человеческой культуре она остается той областью, которая обеспечивает возможную в каждый момент времени степень строгости рассуждений и доказательств, без которых наука развиваться не может. Это тот «мостик», который связывает все области научного знания. И с этой точки зрения математизация выступает мощ-

[19] Клайн М. Математика. Утрата определенности. – М., 1984.
[20] Клайн М. Математика. Утрата определенности. – М., 1984. – С. 366.

ным средством осуществления интегративной тенденции развития современной науки.

В.Т. Мануйлов
(Курск)

КОНСТРУКТИВНОСТЬ И СУЩЕСТВОВАНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ЗНАНИИ·

При построении математического анализа широкое применение получили «чистые доказательства существования», использование которых не приводило к логическим противоречиям, так как рассуждение постоянно сопровождалось здесь наглядными геометрическими образами. В дальнейшем в процессе «арифметизации анализа» геометрические образы заменяются теоретико-множественными. Для устранения возникших при этом противоречий выделяется два пути: 1) аксиоматизация, то есть создание аксиоматических теорий множеств, и 2) «конструктивизация», то есть построение математики на основе конструктивных (в различных смыслах) методов; эти два пути дают начало различным онто-гносеологическим направлениям в философии математики (платонизм и конструктивизм; аналитическая и конструктивная философия математики и т.д.).

* * *

В классической математике различают доказательства утверждений, опирающиеся на построение (конструкцию) объектов, существование которых предполагает данное утверждение, и так называемые «чистые доказательства существования», в которых доказывается существование объектов, удовлетворяющих определенным условиям, без указания процесса построения (или конструкции) объектов. Чистые доказательства существования основаны на применении таких логических средств, как закон исключенного третьего и принцип снятия двойного отрицания, к высказываниям об объектах актуально бесконечных областей. Впервые такие доказательства существования применяются при построении математического анализа, в связи с «арифметизацией анализа». Примером такого способа рассуждения является метод Больцано в классическом анализе (один из фундаментальных методов доказательства теорем анализа). С помощью этого метода, например, доказывается *первая теорема Больцано-Коши* (частный случай теоремы Больцано-Коши) о том, что каждая определенная на сегменте и непрерывная на нем функция действительного переменного, принимающая на концах сегмента значения с противоположными знаками, имеет значение 0 в некоторой точке сегмента. Доказательство основано на применении принципа выбора Больцано – Вейерштрасса[1], суть которого состоит в последовательном делении пополам сегментов, полученных на предшествующем шаге, и выборе из двух получившихся отрезков отрезка, обладающего некоторым свойством. В данном случае доказательство теоремы зависит от возможности установления значения функции в точках

· Работа выполнена при поддержке РГНФ, проект № 08-03-00049а.
[1] Кудрявцев Л.Д. Больцано – Вейерштрасса принцип выбора //Математическая энциклопедия. Т.1 – М.: Советская энциклопедия, 1977.– С.517.

деления. Если в некоторой точке деления значение функции равно 0, то доказательство заканчивается; если не равно 0, то выбирают ту часть сегмента, на концах которой функция имеет противоположные знаки, и повторяют описанную процедуру. Далее принимают в соответствии с законом исключенного третьего, что:

а) или процесс деления будет продолжаться бесконечно;

б) или в одной и точек деления вычисленное значение функции даст 0.

В случае б) теорема доказана; в случае а) приводят к противоречию допущение о несуществовании нулевой точки и тем самым считают теорему доказанной разбором случаев, хотя не указан метод нахождения нулевой точки по виду функции, то есть теорема доказывается для произвольной функции.

С помощью принципа выбора Больцано – Вейерштрасса доказывается теорема Больцано – Вейерштрасса: каждая ограниченная числовая последовательность содержит сходящуюся подпоследовательность[2], что равносильно утверждению о том, что всякая бесконечная последовательность точек отрезка содержит хотя бы одну точку сгущения. Утверждение о существовании точки, принадлежащей всем отрезкам последовательности вложенных друг в друга отрезков, полученных при дихотомическом делении исходного отрезка, есть лемма Кантора[3]. Но как доказывается лемма Кантора? Один путь состоит в том, чтобы провести ее доказательство, опираясь на критерий Коши, согласно которому всякая фундаментальная последовательность Коши, то есть последовательность, расстояния между двумя любыми членами которой, начиная с некоторого номера, становятся в с е меньше любого наперед заданного числа (сокращенно $\forall \varepsilon\, \exists N\, (p,\, q < N \supset |\, a_p — a_q \,| < \varepsilon\,))$, имеет предел. Применив критерий Коши к концам стягивающихся отрезков, мы легко докажем, что они сходятся, так как фундаментальность последовательности левых или правых концов очевидна; точка, к которой они сходятся, и есть та самая точка, чье существование утверждается в лемме Кантора. Но как доказать критерий Коши? Критерий Коши удается свести к лемме Гейне – Бореля, которая утверждает, что из всякого покрытия отрезка (т. е. из такой системы открытых интервалов, что всякая точка нашего отрезка обязательно принадлежит хотя бы одному из интервалов системы) можно выделить *конечное* покрытие.[4] Но доказательство леммы Гейне – Бореля (методом «от противного») основано на теореме Больцано – Вейерштрасса.

«Второй путь к доказательству леммы Кантора состоит в использовании утверждения, которое называется *теоремой о монотонной и*

---

[2] Кудрявцев Л.Д. Больцано – Вейерштрасса теорема //Математическая энциклопедия. Т.1 – М.: Советская энциклопедия, 1977.– С.517.

[3] Тростников В.Н. Конструктивные процессы в математике. – М.: Наука,1975.– С.15

[4] Там же.– С. 16-17.

ограниченной последовательности и гласит, что такая последовательность имеет предел. Применив эту теорему, скажем, к левым концам системы вложенных отрезков, которые фигурируют в лемме Кантора, мы докажем, что они сходятся к некоторой точке отрезка, а дальше уже просто будет доказать, что эта точка принадлежит всем отрезкам системы. Но самым коротким и естественным путем к доказательству теоремы о монотонной ограниченной последовательности является путь, идущий через теорему Больцано – Вейерштрасса. Круг снова замкнулся»[5].

Но теорема Больцано – Вейерштрасса играет фундаментальную роль в построении математического анализа. На ней основана «первая теорема Вейерштрасса», утверждающая, что непрерывная на отрезке $[a, b]$ функция является ограниченной, т. е. для такой функции $f(x)$ справедливо условие:

$$\exists M\ \forall x \in [a, b]\ \ (|f(x)| < M),$$

а с помощью «первой теоремы Вейерштрасса» легко доказывается вторая теорема Вейерштрасса, утверждающая, что непрерывная на отрезке функция достигает на этом отрезке своей верхней (или нижней) точной границы. Вторая теорема Вейерштрасса используется при доказательстве теоремы Ролля: «если действительная функция f непрерывная на некотором отрезке $[a, b]$, имеет в каждой его внутренней точке конечную или определенного знака бесконечную производную, а на его концах принимает равные значения, то на интервале (a, b) существует по крайней мере одна точка, в которой производная функции f равна нулю»[6]. И наконец, теорема Ролля используется при доказательстве теоремы Коши о промежуточных значениях непрерывной функции на отрезке: «если функция f, значениями которой являются действительные числа, непрерывна на $[a, b]$ и число C лежит между $f(a)$ и $f(b)$, то существует такая точка $\xi \in [a, b]$, что $f(\xi) = C$. В частности, если $f(a)$ и $f(b)$ имеют разные знаки, то существует такая точка ξ, что $f(\xi) = 0$». Используется теорема Ролля, следовательно, и при доказательстве теоремы Коши о среднем значении (основной теоремы анализа)[7].

Лемма Кантора может быть доказана и с помощью «аксиомы о дедекиндовом сечении», которая гласит, что если имеются два класса действительных чисел, исчерпывающие совместно все действительные числа и не имеющие общих элементов, и если при этом каждое число первого класса меньше каждого числа второго класса, то существует действительное число, которое не больше любого числа второго класса и не

---

[5] Там же.– С. 17.

[6] Кудрявцев Л.Д. Ролля теорема //Математическая энциклопедия. Т.4 – М.: Советская энциклопедия, 1984.– С.1052.

[7] Кудрявцев Л.Д. Коши теорема //Математическая энциклопедия. Т.3 – М.: Советская энциклопедия, 1982.– С. 62-63.

меньше любого числа первого класса. Однако сама «аксиома о дедекиндовом сечении» обосновывается с помощью рассуждения, эквивалентного «чистому доказательству существования».

Таким образом, здание анализа основывается на одном из следующих шести эквивалентных утверждений, относящихся к свойствам действительных чисел:

1. Лемма Гейне – Бореля.
2. Теорема Больцано – Вейерштрасса.
3. Аксиома дедекиндова сечения.
4. Критерий Коши.
5. Лемма Кантора.
6. Теорема о монотонной возрастающей последовательности.

«Чтобы построить наиболее естественный вариант анализа, нужно взять за аксиому то утверждение, которое ближе всего соответствует нашему интуитивному представлению о действительных числах»[8].

«Чистые доказательства существования» предполагают локальное определение непрерывности функции действительного переменного в точке, то есть следующее определение: «Функция $y = f(x)$ называется *непрерывной в точке* x_0, если $\lim_{x\to x0} f(x) = f(x_0)$, т. е., если для всякого положительного числа ε существует δ такое, что для всех x из неравенства $| x — x_0 | < \delta$ следует неравенство $| f(x) — f(x_0) | < \varepsilon$ »[9]**.** В современных обозначениях условие непрерывности функции $f(x)$ в точке x_0 запишется так:

$$\forall\varepsilon\exists\delta\ \forall x\ (| x — x_0| < \delta\ \ | \supset | f(x) — f(x_0) | < \varepsilon\ ).$$

Отметим, что в данном определении непрерывность, трактуемая ранее в геометрии как интегральное (синтетическое) свойство геометрического объекта – линии (непрерывность как «делимость до бесконечности»; в философии математики Канта непрерывная величина рассматривается как образ, формируемый по трансцендентальной схеме категории качества, в отличие от числа, формируемого по схеме категории количества[10]), определяется посредством потенциально бесконечной последовательности чисел (т.е. непрерывная линия характеризуется бесконечным набором точек). Таким образом, в классическом математическом анализе постоянно присутствуют два способа понимания непрерывной величины: посредством наглядного геометрического образа непрерывной линии и посредством бесконечных последовательностей действительных чисел, трактуемых как «точки на числовой прямой». Смешение этих двух подходов, апеллирующих или к пространственно-временной интуиции, или к

---

[8] Тростников В.Н. Конструктивные процессы в математике. – М.: Наука,1975.– С.18.
[9] Тростников В.Н. Конструктивные процессы в математике. – М.: Наука,1975.– С.14.
[10] См., напр.: Мануйлов В.Т.Конструктивность обоснования математического знания в философии математики И. Канта //Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск первый / Предисловие В. Т. Мануйлова.— Курск: Изд-во Курск. гос. пед. ун-та, 2001.– С.29-62

способности мышления по принципам формальной логики, предохраняло классический математический анализ от внутренних противоречий.

Голландский интуиционист Д. ван Дален приводит простой пример «неконструктивности» в классической алгебре[11] при доказательстве теоремы:

Существуют два иррациональных действительных числа a и b такие, что a^b рационально.

В классической математике считается вполне состоятельным следующее рассуждение («чистое доказательство существования»). Известно, что $\sqrt{2}$ – иррациональное число. Рассмотрим $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$. Если $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$ – число рациональное, тогда теорема доказана (достаточно взять $a = b = \sqrt{2}$). Если $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$ – число иррациональное, тогда возьмем $a = (\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$, а $b = \sqrt{2}$, и теорема тоже доказана, так как $\left((\sqrt{2})^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}} = (\sqrt{2})^2 = 2$.

Таким образом, теорема доказана перебором случаев, хотя неизвестно, рационально или иррационально число $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$. Интуиционистское («конструктивное») доказательство теоремы основано на результате А. О. Гельфонда, согласно которому из иррациональности $\sqrt{2}$ следует трансцендентность числа $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$, поэтому доказывает теорему именно случай $a = (\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$, $b = \sqrt{2}$.

Наличие в классической математике «неконструктивностей» не рассматривалось большинством исследователей (за исключением, пожалуй, Кронеккера) как недостаток или порочащее обстоятельство вплоть до кризиса теоретико-множественного обоснования математики (на рубеже XIX – XX веков). Возникшие в результате обнаружения противоречий канторовского теоретико-множественного обоснования математики направления в основаниях математики или прямо (интуиционизм, конструктивное направление), или косвенно (формализм, логицизм, аксиоматическая теория множеств) ставят своей задачей конструктивное обоснование математических теорий. Смысл, придаваемый понятию «конструктивное обоснование теории», различный в современных концепциях обоснования математики, определяется в конечном счете теми идеализациями, огрублениями, упрощениями – гносеологическими основаниями[12], – которые принимает (явно или неявно) данное направление при решении задачи обоснова-

[11] См., напр.: Драгалин А. Г. Математический интуиционизм. Введение в теорию доказательств. – М.: Наука, 1979. – С.15-16; Dummett M. With assistance of Munio R. Elements of intuitionism. – Oxford: Clarendon Press, 1977. – P. 10; Трулстра А.С. Аспекты конструктивной математики // Справочная книга по математической логике: В 4 ч./Под ред. Дж. Барвайса.- Ч. IV. Теория доказательств и конструктивная математика: Пер. с англ.- М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. – С. 161-162.

[12] Петров Ю. А. Математическая логика и материалистическая диалектика. – М.: МГУ, 1974. – С. 13.

ния математической теории. Конструктивность обоснования теории называется метатеоретической конструктивностью[13] (в отличие от конструктивности построения объектов теории или конструктивности способов рассуждения об объектах).

Конструктивизм в математике традиционно рассматривается как антитеза теоретико-множественному обоснованию математического знания. Канторовское теоретико-множественное обоснование математики, логицизм и аксиоматические теории множеств допускают в качестве важнейших принципов построения объектов математической теории **абстракцию абсолютной (логической) осуществимости** и связанную с ней **абстракцию актуальной бесконечности**[14].

Канторовская **наивная** теория множеств формируется в рамках рационалистической **картины мира,** восходящей к философским системам Просвещения. В этой **картине мира** нет места субъекту и его деятельности. Критерием объективности какой-либо области знания считается полное исключение любых ссылок на деятельность субъекта. Поэтому, например, вероятностные закономерности статистической механики расценивались как недостаточно объективное знание, которым мы должны довольствоваться вследствие несовершенства наших познавательных способностей, не позволяющих описывать состояние физической системы только на основе законов движения каждой частицы. В области математики, которая не противопоставлялась в классической науке области философско-методологических исследований, а составляла с последней единое поле теоретизирования, безраздельно господствовал так называемый **математический платонизм** или **концептуальный реализм**[15]. В основе этой концепции лежит убеждение в самостоятельном, полностью независимом от человеческой деятельности существовании математических объектов: чисел, функций, множеств, операторов и т.д. Математик лишь **открывает** и **описывает** свойства этих объектов подобно тому, как географ открывает и описывает неизвестный ранее материк. Вопрос о познавательных способностях, позволяющих субъекту устанавливать свойства математических объектов, как и вопрос о критериях совпадения наших знаний о математических объектах со свойствами самих этих объектов, вообще серьезно не ставился. Теоретико-познавательную основу математического платонизма составляет **принцип предустановленной гармонии** разума и мира[16]. В.Н.

---

[13] Мануйлов В.Т. Гносеологические основания конструктивности математического знания//Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск девятый / Предисловие В.Т. Мануйлова. — Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2007.— С. 43-62

[14] См. Петров Ю. А. Логические проблемы абстракций бесконечности и осуществимости. – М.: Наука, 1967. – 164 с.

[15] См.: Stephen F. Barker. Realism as a Philosophy of Mathematics// Foundations of Mathematics. Symposium Papers Commemorating the Sixtieth Birthday of Kurt Gödel. – Berlin; Heidelberg, New-York: Springer-Vrl., 1969. – P. 1-9; А. А. Френкель, И. Бар-Хиллел. Основания теории множеств. – М., 1966. – С. 399-400; Бурбаки Н. Исторический очерк//Бурбаки Н. Теория множеств. – М.: Мир, 1965. – С. 317.

[16] Тростников В. Н. Конструктивные процессы в математике. – М.: Наука, 1975. – С. 125

Катасонов выделяет в данной связи у Лейбница **принцип законопостоянства**, с помощью которого Лейбниц обосновывал **предустановленную гармонию** (как свидетельство совершенства Творца и гарантию его познаваемости)[17]. Согласно этому принципу, разум сам в себе имеет критерий своего обоснования; мысль, корректно построенная в соответствии с самоочевидными для разума правилами, оказывается одновременно истинной; между разумом и миром имеется изначальное принципиальное соответствие. Такая концепция соотношения мысли и мира наиболее характерна для рационализма Нового времени (Декарт, Спиноза, Лейбниц). Канторовская теория множеств формируется именно под влиянием математического платонизма и принципа предустановленной гармонии. Это влияние совершенно определенно подчеркивает Г. Кантор в своей работе «Основы общего учения о многообразиях»[18]. Создатель учения об актуально-бесконечных множествах различает два вида реальности математических объектов: а) **интрасубъективная** или **имманентная** реальность, которая состоит в том, что математические объекты считаются «действительными постольку, поскольку они занимают на основе определений вполне определенное место в нашем рассудке, вполне ясно отличаются от всех остальных составных частей нашего мышления, находятся к ним в определенных отношениях и, таким образом, определенным образом видоизменяют субстанцию нашего духа», и б) **транссубъективная** или **транзиентная** реальность, состоящая в том, что объектам приписывается «реальность также постольку, поскольку их приходится рассматривать как выражения или отображения процессов и отношений во внешнем мире, противостоящем интеллекту, поскольку, далее, различные числовые классы (I), (II), (III) и т.д. оказываются представителями мощностей, которые фактически встречаются в телесной и духовной природе»[19].

Далее Кантор отмечает, что «оба эти виды реальности всегда совпадают в том смысле, что какое-нибудь понятие, принимаемое за существующее в первом отношении, обладает в известных, даже бесконечно многих, отношениях и транзиентной реальностью»[20]. Что же является основанием для утверждения такого совпадения? «Эта связь обеих реальностей имеет свой собственный корень **в единстве всего, к которому мы сами принадлежим»**[21]. Принцип единства мира действительно является основанием совпадения наших мыслей с реальностью. Но как понимается, как обосновывается сам принцип единства мира? Ф. Энгельс, выступая против попытки Дюринга объяснить единство мира из возможности охватить все существующее одной мыслью, ссылается на общественно-историческую

---

[17] Катасонов В. Н. Метафизическая математика XVII века. – М.: Наука, 1993. – С. 36-37.

[18] Кантор Г. Основы общего учения о многообразиях. Математически-философский опыт учения о бесконечном / Георг Кантор. Труды по теории множеств.– М.: Наука, 1985. – С. 63-101.

[19] Там же. – С. 79.

[20] Там же. – С. 79.

[21] Там же. – С. 79.

практику: «Действительное единство мира состоит в его материальности, а эта последняя доказывается не парой фокуснических фраз, а длинным и трудным развитием философии и естествознания»[22]. Для Г. Кантора «единство всего, к которому мы сами принадлежим», есть метафизический принцип, единственное назначение которого – позволить вывести … «важное… следствие для математики, а именно, что последняя при развитии своих идей **должна считаться единственно лишь с имманентной** реальностью своих понятий и поэтому не обязана вовсе проверять также их **транзиентную** реальность»[23]. Полная свобода относительно ограничений транзиентной реальностью является, по Кантору, отличительной особенностью именно **чистой** математики, в отличие от прикладной математики и естественных наук, которые «**метафизичны** как в своих основах, так и в преследуемых ими целях», т.е. подвержены философскому контролю, требующему обоснования совпадения их положений с транзиентной реальностью[24]. «Математика в своем развитии совершенно свободна и связана лишь тем… условием, что ее понятия должны быть непротиворечивы, а также должны находиться в неизменных, установленных определениями отношениях к образованным ранее и уже имеющимся налицо испытанным понятиям»[25]. «Процесс правильного образования понятия… повсюду один и тот же: берут некоторую, лишенную свойств вещь, которая первоначально есть не что иное, как имя или знак А, и придают ему закономерным образом различные, даже бесконечно многие понятные предикаты, значения которых известно уже из наличных идей и которые не должны противоречить друг другу. Благодаря этому определяются отношения А к уже имеющимся понятиям, и особенно к родственным. Как только это закончено, так имеются налицо все условия для пробуждения дремлющего в нас понятия А, и оно появляется на свет, снабженное такой интрасубъективной реальностью, какую вообще можно требовать от понятия. Констатировать его транзиентное значение является тогда делом метафизики»[26]. Таким образом, по Кантору, чистое математическое знание совершенно свободно от всяких предпосылок философского характера; развитие математики должно подчиняться лишь критерию внутренней, имманентной непротиворечивости; сама **свобода** чистой математики основана на принципе полного совпадения двух видов реальности (имманентной и транзиентной), т.е., по существу, на **принципе предустановленной гармонии**[27]. Однако в приведенном выше описании процесса «правильного образования поня-

[22] Энгельс Ф. Анти-Дюринг / Маркс К., Энгельс Ф. Сочинения: в 30-ти т. – 2-е изд. – Т.20. – С. 43.
[23] Кантор Г. Основы общего учения о многообразиях. Математически-философский опыт учения о бесконечном. – С. 80.
[24] Там же.– С. 81.
[25] Там же.– С. 80.
[26] Там же.– С.103–104.
[27] О сложных проблемах взаимоотношения мотивов математической свободы творчества и теологических оснований математики см.: Катасонов В. Н. Боровшийся с бесконечным. Философско-религиозные аспекты генезиса теории множеств Г. Кантора. – М.: Мартис, 1999. – С. 145-146.

тий» уже заметно некоторое методологическое ограничение, характерное именно для конструктивных тенденций в обосновании математики и позволяющие говорить о «канторовской конструктивности». Но это методологическое ограничение сформулировано настолько неопределенно, что оказывается в принципе невозможным отличить «конструктивное» от «неконструктивного» в рамках канторовской теории множеств.

Появление конструктивных концепций в начале XX века связано теснейшим образом с революцией в науке, прежде всего, в естествознании; обнаружение противоречий канторовской теории множеств послужило лишь толчком для пересмотра философских оснований, на которых строилась классическая математика. Идеи конструктивного обоснования математики выдвигаются как антитеза **математическому платонизму** и **принципу предустановленной гармонии.** Как основополагающая идея конструктивизма в обосновании математики выдвигается *принцип активности субъекта* в познании математических объектов.

Как отмечает А. Брайткопф, конструктивизм в основаниях математики (в широком смысле) и логический реализм (платонизм) отличаются концепциями **онтологического** статуса логических и математических сущностей (натуральных чисел, функций, множеств, понятий, высказываний и т.д.)[28]. Логический реализм признает независимое от мышления человека и его возможных методов познания существование этих объектов. Посылка **транзиентной** реальности математических объектов может быть обоснована различным образом; согласно Г. Фреге она есть допущение объективности логических и математических суждений; по К. Геделю она, напротив, обосновывается тем, что только на ее основании возможна адекватная систематизация математического познания[29].

Операциональное (конструктивное) значение тезиса логического реализма для обоснования логики и математики состоит, прежде всего, в том, что из посылки независимого существования математических объектов логически выводятся такие свойства объектов, которые «не могут быть приписаны им на основе чисто **имманентного** существования. **Истинностная определенность** каждого осмысленного математического предложения и **tertium non datur** для **импредикативно определенных понятий** суть важнейшие примеры таких свойств»[30].

Конструктивизм в философии математики, прежде всего, характеризуется тем, что он устраняет это применение тезиса логического реализма (истинность которого, впрочем, объявляется неразрешимой проблемой) и требует обоснования математики независимо от онтологических предпо-

---

[28] Breitkopf A. Untersuchungen über den Begriffen des finiten Schlieβens: Inaugural – Diss. – München: Lüdwig–Max–Universität, 1968. – 90 S. См. также Перминов В. Я. Философия и основания математики. – М.: Прогресс-Традиция, 2001. – 320 с.

[29] Breitkopf H. Untersuchungen über den Begriffen des finiten Schlieβens: Inaugural – Diss. – München: Lüdwig–Max–Universität, 1968. – S. 9

[30] Ibid.– S. 9

сылок. Конструктивизм, однако, может быть связан с онтологическим тезисом, гласящим, что действительно существуют только имманентно данные объекты[31].

Вместе с тем указанным различением конструктивизм не определяется ни полностью, ни достаточным образом. Различные точки зрения на то, в чем состоит внутренняя (имманентная) реальность математических объектов имеет следствием возникновение не редуцируемых друг к другу вариантов конструктивизма. «Важнейшие концепции, исходящие из всеобщего конструктивного подхода, суть предикативистский подход, интуиционизм и финитизм»[32]; в дальнейшем к ним добавляются узко- и широко-конструктивное направления[33].

Таким образом, **абстракция абсолютной** (**логической**) **осуществимости** в канторовском теоретико-множественном обосновании математики выступает, прежде всего, как **регулятивный принцип**, ограничивающий познавательную активность субъекта лейбницевым объединенным формально-логическим законом **тождества – непротиворечия – исключенного третьего – достаточного основания,** играющим одновременно роль конституирующего принципа объективного мира.

В начале XX века **наивная** теория множеств рассматривалась как основная базисная математическая теория, к понятиям и законам которой сводятся понятия всех остальных математических теорий (арифметики, геометрии, алгебры, анализа). Основными неопределяемыми объектами этой теории являются абстрактные объекты – **множества**; основным неопределяемым отношением является **отношение принадлежности элемента множеству.** Рациональные числа рассматриваются как множества множеств натуральных чисел; натуральные числа трудами Г. Фреге также сводятся к множествам эквивалентных множеств. Всякое несамопротиворечивое условие определяет некоторое множество объектов, удовлетворяющих этому условию. Единственным критерием существования объектов (множеств) является их непротиворечивость. Предполагается, что для любого объекта и для любого множества имеет место по крайней мере одно и только одно из двух: или этот объект является элементом множества, или не является, причем никаких эффективных методов установления этого обстоятельства может и не указываться.

Бесконечные множества мыслятся, таким образом, как данные сразу всеми своими элементами (т.е. принимается **абстракция актуальной бесконечности).** Поэтому при доказательствах существования используется классическая логика в полном объеме (включая закон исключенного третьего для предложений с кванторами всеобщности и существования, опись-

---

[31] Ibid.– S.9
[32] Ibid.– S.9
[33] Мануйлов В.Т.Конструктивность как принцип обоснования научного знания // Философские науки. – 2003. – № 10. – С.104-121.

вающими бесконечные множества, и доказательство от противного для этих предложений).

Как уже было показано ранее, гносеологической предпосылкой канторовской теории множеств является **платонизм** или **логический реализм**: точка зрения, вообще исключающая как неуместные всякие ссылки на умственную деятельность в ходе математических рассуждений. Математическое исследование рисуется платонисту скорее как открытие уже готовых предметов, чем как творческое создание их.

Метод математического познания, культивируемый математическим платонизмом, составляет важную отличительную черту **аналитической философии математики** (analytische Wissenschaftstheorie der Mathematik), противопоставляемой в современной литературе конструктивной философии математики (konstruktive Wissenschaftstheorie der Mathematik)[34]. Этот метод характеризуется как «исследование» или «путь (метод) исследования» («die Forschung»[35] и «the way of research»[36]) в противоположность методу конструктивной философии науки (konstruktive Wissenshaftstheorie), характеризуемому как «представление» или «путь (метод) представления» («die Vorstellung»[37] и «the way of representation»[38]). К. Лоренц использует для различения двух этих методов термины: «теория мета-компетенции» (theory of meta-competence) – для первого метода и «теория объект-компетенции» (theory of object-competence) – для второго. Теория мета-компетенции рассматривает знание посредством обеспечения **истинности предложений** об объектах; это знание есть результат следования директиве: «быть рациональным». Теория объект-компетенции предполагает получение знания только посредством представлений об объекте, т.е. объект-компетенция предполагает обязательное наличие объекта знания; мета-компетенция есть знание посредством описания, оно получается преимущественно в отсутствие объекта[39]. К. Лоренц отмечает сходство своей концепции с идеями Б. Рассела о «знании посредством описания» (knowledge by description) и «знании посредством знакомства» (knowledge by acquaintance)[40]. Платонистская точка зрения является как раз примером теории мета-компетенции или «знания посредством описания»; грубо говоря, платонист рассматривает роль математика скорее как исследователь-

---

[34] См., напр.: Wohlrapp H. Analytischer versus konstruktiver Wissenschaftsbegriff// Konstruktionen versus Positionen. Bd. II. Allgemeine Wissenschaftstheorie / Hgrs. von Lorenz K. – Berlin; N. Y.: Bruyter, 1979. – S. 348-377; Lorenz K. Science, a rational enterprise? Some remarks on the consequences distinguishing science as a way of presentation and science as a way of research // Constructivism and science / Ed. by Butts R. E. and Brown J. R. – Dordrecht etc.: Kluwer Academic Publishers, 1989. – P. 3-18.

[35] Wohlrapp H. Analytischer versus konstruktiver Wissenschaftsbegriff.– S. 348-377.

[36] Lorenz K. Science, a rational enterprise? Some remarks on the consequences distinguishing science as a way of presentation and science as a way of research. – P.3-18.

[37] Wohlrapp H. Analytischer versus konstruktiver Wissenschaftsbegriff, S. 348-377.

[38] Lorenz K. Science, a rational enterprise? Some remarks on the consequences distinguishing science as a way of presentation and science as a way of research.– P. 3-18.

[39] Ibid. – P.4.

[40] Ibid. – P.4.

скую, чем как творящую, в то время как конструктивная точка зрения с необходимостью предполагает конструирование и реконструирование объекта в процессе получения знания.

Однако и при этих условиях имеется возможность как различения конструируемого и неконструируемого (в смысле А. Гейтинга[41]) в рамках теории множеств, так и выявления идеализаций, принимаемых платонистом в его концепции математической деятельности. П. Бернайс[42] выделяет два принципа, характеризующие платонистскую концепцию математической деятельности: **принцип единства** и **принцип аналогии, сходства.**

Платонист использует **принцип единства,** производя новые математические сущности посредством абстрагирования или собирания отдельных индивидов. **Принцип единства** позволяет платонисту считать вновь вводимую сущность математическим объектом, отделенным от субъекта математики и независимым математически от процесса, посредством которого он был введен. Множество натуральных чисел, множество функций действительного переменного, множество решений определенного уравнения – это некоторые математические сущности с таким же объективным существованием, как и конкретные вещи. Некоторые люди – или даже все человечество – могут не знать всех свойств этих вещей или могут не иметь никаких указаний относительно того, являются ли некоторые из этих множеств пустыми или нет; однако, с точки зрения платониста, это характеризует человечество, но не математику. При формализации «наивной» теории множеств принцип единства находит свое выражение в **аксиом(ной схем)е свертывания**[43]:

$$\left(\ \right)(Ey)(Ax)\left[x \in y \equiv F(x)\right],$$

где: ‘*F(x)*’ представляет собой любую ППФ, свободную относительно ‘*x*’ и не содержащую свободно ‘*y*’, а стоящая в начале пара круглых скобок заменяет цепочку кванторов всеобщности, связывающих все остальные свободные переменные формулы ‘*F(x)*’; символы ‘*(Ey)*’ и *‘(Ax)’* обозначают кванторы существования и общности соответственно.

Второй принцип – **принцип аналогии –** позволяет математику обращаться с новыми сущностями как с простыми единицами, то есть аналогично тому, как он может действовать с конкретными осязаемыми объектами. Более точно, принцип аналогии позволяет математику манипулировать представителями этих объектов в прямой аналогии со способом манипулирования представителями конечных объектов. Именно поэтому П.

[41] Heyting A. Some remarks on intuitionism // Constructivity in mathematics/ Ed. by Heyting A. – Amsterdam: North – Holland publishing Company, 1959. – P. 69-71.
[42] Posy C.J. Brouwer's constructivism // Synthese. – Dordrecht, 1974.–Vol. 27, № 1-2.– P. 125-159.
[43] Френкель А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств. – М.: Мир, 1966. – С.172 .

Бернайс называет теорию математики, основанную на этом принципе, «комбинаторной»[44].

Принцип единства позволяет математику ввести множество натуральных чисел как единичный математический объект. Но именно благодаря принципу аналогии математик имеет возможность обращаться с этим объектом так, как если бы он имел дело с некоторым конечным и, следовательно, разрешимым набором объектов; в теоретико-множественной арифметике – как если бы он имел дело с индивидуальным числом.

Принцип аналогии имеет в качестве непосредственного следствия неограниченную применимость закона исключенного третьего в рассуждениях о бесконечных предметных областях. Согласно этому следствию, мы можем рассматривать каждое из высказываний: «имеется бесконечно много пар близнецов среди простых чисел», «имеется пункт в десятичном разложении числа $\boldsymbol{\pi}$, после которого следует набор цифр из семи семерок» и т.д. или как истинное, или как ложное. К. Поузи называет это следствие **принципом актуализированных возможностей**[45], так как платонист действительно утверждает, что возможность установления истинностного значения предложения равносильна установлению его. Поузи подчеркивает, что в данной формулировке термин «возможность» не может быть точно определен по двум основаниям. Во-первых, последовательный платонист не имеет никаких канонических аксиом или понятийных определений относительно того, что он может доказать как непротиворечивое, а что не может; поэтому характеристика возможности в терминах непротиворечивости оказывается неуместной. Во-вторых, если высказывания в вышеприведенном примере оказываются фактически ложными, что не исключается платонистской концепцией, то в каждом случае неясными оказываются две претензии: трудно обосновать претензию на то, что данное фактически ложное высказывание является истинным в возможности, и, аналогично, претензию на то, что его истинностное значение может быть определено в возможности.

Но неопределенность возможности не мешает платонисту, так как указанное выше следствие свидетельствует о том, что понятие возможности попросту неуместно для платониста. Принцип аналогии позволяет ему рассматривать множество натуральных чисел или десятичное разложение числа π, как если бы они были развернуты неким всезнающим обозревателем, который может ответить на все вопросы посредством простого перебора (обозрения, просмотра) всей бесконечной совокупности. Такой обозреватель (идеализированный субъект, в нашей терминологии) не должен быть актуально всезнающим; он должен быть в состоянии сделать бесконечно много простых наблюдений или вычислений или иметь достаточно времени, чтобы сделать это, плюс один момент для наблюдения результа-

[44] Posy C.J. Brouwer's constructivism // Synthese. – Dordrecht, 1974.–Vol. 27, № 1-2.– P.128-130.
[45] Ibid. – P.129.

та. В известном смысле платонист рассматривает математику как деятельность такого обозревателя (наблюдателя). Образ этого обозревателя позволил Брауэру и другим конструктивистам характеризовать платонистов как людей, верящих в «разрешимость всех проблем». Но такая оценка является ошибочной, так как указанное выше следствие принципа аналогии свидетельствует, что вопросы истинности и доказуемости для платониста являются полностью неуместными. «Понятие знания не имеет никакого статуса в математике платониста, а доказуемость занимает лишь второстепенное положение»[46].

«Приравнивание принципа разрешимости математических проблем логическому принципу исключенного третьего (tertium non datur), которое Л. Брауэр постулирует как чистый «результат сознания» («reine Besinnungsergebnisse»), содержащий неоспоримый элемент и с необходимостью вынужденно признаваемый каждым, кто его однажды понял, не является с точки зрения логического реализма (платонизма) ни в коем случае непосредственно очевидным. Наоборот, с этой точки зрения в данном случае речь идет о принципах с различным теоретическим статусом. **Tertium non datur** есть теоретический постулат, «закон истинного бытия» («Gesetz des Wahrseins») в терминах логической теории Г. Фреге; принцип разрешимости каждой математической теории, напротив, есть метатеоретический принцип. **Tertium non datur** есть онтологически обоснованное суждение о характеристике области математических высказываний (Г. Фреге обосновывает **tertium non datur** с помощью онтологического **постулата существования**); он утверждает, что или само высказывание ***p***, или его формальное отрицание **¬*p***, есть некоторый факт (eine Tatsache); так как каждое осмысленное математическое предложение выражает математическое высказывание, оно поэтому в себе или истинное, или ложное. В противоположность принципу разрешимости каждой математической проблемы, **tertium non datur** является вовсе не математической проблемой, но истиной **a priori** о структуре предмета математики, которой должно руководствоваться каждое математической исследование. Принцип же разрешимости математических проблем относится к теоретико-познавательной проблеме возможности познания истинности высказывания. Представитель логического реализма, таким образом, мог бы указать Брауэру, что его фундаментальный принцип основан на путанице, на ошибочном смешении вопросов о предмете математики и о процессе познания человеческого духа. Брауэр мог бы возразить, что здесь действительно нет различий. Тем самым проблема применимости **tertium non datur** сводится к противоположности онтологических позиций, которая не может быть

---
[46] Ibid. – P.130.

устранена посредством логических аргументов»[47] (подчеркнуто мной — В.М.).

Принцип аналогии находит выражение в **абстракции актуальной бесконечности**, т.е. в **перенесении законов классической логики (в частности, tertium non datur) на рассуждения о бесконечных областях.** В канторовской теории множеств можно выделить следующие способы введения объектов: 1) *явные* определения; 2) *генетические* определения (определения посредством построения): *определения через индукцию*; *индуктивные* или *рекурсивные* определения; 3) *косвенные* (имплицитные) определения, т.е. определения, посредством некоторой системы постулатов (аксиом). Поскольку здесь допускаются абстракции **абсолютной** (**логической**) **осуществимости** и **актуальной бесконечности,** генетические построения и явные определения по существу не различаются; как показано Фреге и Дедекиндом, всякое генетическое определение может быть преобразовано в явное и всякое самонепротиворечивое явное определение рассматривается как некоторое построение, т.е. способы построения понимаются настолько широко, насколько это согласуется с отсутствием противоречий.

Косвенные (аксиоматические) определения могут вводить некоторый объект лишь в том случае, если доказана непротиворечивость определяющей системы постулатов (аксиом). Признание непротиворечивости единственным критерием существования конструируемых определением объектов (**принцип абсолютной осуществимости**) равносильно тому, что в **платонистском мире возможность** установления истинностного значения высказывания отождествляется с **установлением** его. Но в каком случае имеется такая возможность? Этот вопрос в канторовской теории множеств не имеет смысла: принцип аналогии позволяет платонисту рассматривать множество натуральных чисел или, например, десятичное разложение числа π так, как если бы они были развернуты перед ним неким всезнающим обозревателем (**оракулом**), который может ответить на все осмысленные вопросы посредством простого просмотра всех членов бесконечной совокупности.

[47] Breitkopf A.Untersuchungen über den Begriffen des finiten Schlieβens: Inaugural-Diss.–S.13-14.

Однако слишком широкое понимание возможности построений приводит к тому, что даже явные определения некоторых объектов, интуитивно не вызывающие сомнений, приводят к противоречиям. Пример такого построения (по схеме парадокса Ришара) приводит Г. Вейль[48] (подробный анализ содержится в работе автора[49]).

Вместе с тем в этой теории имеются и такие правила построения, принятие которых не ведет ни к каким антиномиям. Примером таких правил построения могут служить канторовские правила построения трансфинитных *порядковых чисел* (*ординалов*). В качестве исходного объекта принимается абстрактный объект – число единица, обозначаемое цифрой «1». Кантор принимает три принципа порождения[50].

Первый принцип порождения позволяет создать потенциально бесконечный ряд натуральных чисел на основании постулата о принципиальной возможности осуществления операции прибавления 1 (или операции «следующий за») к любому построенному ранее натуральному числу (абстракция потенциальной осуществимости).

Второй принцип порождения позволяет на основании потенциально бесконечного ряда конструируемых с помощью первого принципа порождения натуральных чисел создать новое число, которое определяется как первое большее всех их число. Второй принцип порождения существенно связан с широко применяющимся в математике методом определения через абстракцию[51]. Фактически число, порожденное по второму принципу, представляет собой абстрактный объект более высокого порядка по отношению к исходным числам натурального ряда, так как для построения такого числа требуется рассматривать потенциально бесконечный ряд натуральных чисел как единое целое, т.е. приходится существенно использовать абстракцию актуальной бесконечности. Для унификации порядка абстракции Кантор после применения второго принципа порождения переопределяет исходные натуральные числа, рассматривая их теперь как порядковые (ординальные) числа конечных множеств, а вводимые по второму принципу порождения числа – как предельные ординальные числа актуально бесконечных множеств.

Последовательное попеременное применение первого и второго принципов порождения позволяет Кантору строить потенциально бесконечную иерархию трансфинитных ординальных чисел.

Третий принцип порождения трансфинитных чисел – принцип стеснения или ограничения – определяет условия, при которых могут приме-

[48] Вейль Г. О философии математики. – М.-Л.: Гос. техн.-теор. изд-во, 1934. – С. 18-19.

[49] Мануйлов В.Т.Конструктивность канторовской «наивной» теории множеств //Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск второй / Предисловие В.Т. Мануйлова. — Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2003.— С. 57-77

[50] Кантор Г. Основы общего учения о многообразиях. – С. 63–101.

[51] Яновская С. А. О так называемых «определениях через абстракцию» / С.А. Яновская. Методологические проблемы науки. – М.: Мысль, 1972. – 280 с.

няться первые два принципа; он требует, чтобы к построению нового числа по первым двум принципам приступали только тогда, «когда совокупность всех предшествующих чисел обладает мощностью некоторого данного уже во всем своем объеме числового класса; для чисел второго числового класса это условие гласит, что множество чисел, предшествующих (в естественном порядке порождения) некоторому числу второго числового класса, должно обладать мощностью первого числового класса (т.е. быть кардинальным числом множества натуральных чисел)»[52]. Третий принцип порождения обеспечивает непрерывность иерархии трансфинитных чисел и ее потенциально бесконечное развертывание.

Можно показать, что совместное применение абстракций *абсолютной* осуществимости и *потенциальной* осуществимости для построения трансфинитных чисел не приводит к известным противоречиям[53]. *Множество всех кардинальных чисел*, с которым связан парадокс Кантора, и *множество всех ординальных чисел*, используемое при формулировке парадокса Бурали-Форти, не могут быть построены в соответствии с указанными принципами порождения (но могут быть **построены** с помощью других допустимых средств **наивной** теории множеств); абстракция актуальной бесконечности применяется здесь как бы **внутри** процесса построения иерархии трансфинитных чисел, которая сама по себе развертывается как потенциально бесконечная.

Вместе с тем в канторовской теории множеств применяются методы введения объектов, которые удовлетворяют требованию непротиворечивости, но для которых нельзя указать какого-либо разумного генетического способа порождения этих объектов (например, применения **аксиомы выбора**).

Таким образом, среди объектов, вводимых определениями канторовской теории множеств, можно различать:

(1) объекты, которые могут быть построены (введены) с помощью генетических методов, но доказательство существования которых не может быть проведено, так же как и доказательство их несуществования;

(2) объекты, для которых не указаны способы их построения (в смысле генетического построения), но доказательство существования которых может быть проведено (т.е. может быть показана непротиворечивость утверждения о существовании определяемого объекта);

(3) объекты, которые могут быть генетически построены и для которых может быть приведено доказательство их существования;

(4) объекты, которые не могут быть генетически построены и для которых не может быть приведено доказательство их существования.

---

[52] Там же.– С. 63-101.

[53] Петров Ю. А. Логические проблемы абстракций бесконечности и осуществимости. – М.: Наука, 1967. – С. 42–48.

Однако, в силу того обстоятельства, что в канторовской теории множеств допускаются абстракции актуальной бесконечности и абсолютной осуществимости без каких-либо ограничений на способы введения объектов, кроме требования непротиворечивости, а также в силу **наивного,** интуитивного характера понимания генетического **построения,** здесь не существует точных критериев различения определений 2-й и 3-й группы. Можно говорить о неконструктивности канторовской «наивной» теории множеств в двух смыслах:

1) в этой теории возможны построения объектов, доказательство существования которых не может быть проведено;
2) в **наивной** теории множеств нет четкого критерия для отличия конструируемых объектов и объектов, существование которых может быть доказано, но построение которых невозможно (так как нет достаточно четкого понимания, что такое генетическое построение, в силу чего нет средств для установления того, когда это построение невозможно).

Выделяя канторовское генетическое построение иерархии трансфинитных чисел среди других методов построения, допускаемых наивной теорией множеств, мы говорим о канторовской конструктивности. Гносеологические основания канторовской конструктивности[54] составляют следующие принципы.

(1) Принцип абсолютной разрешимости вопроса о равенстве мощностей бесконечных множеств: идеализированный субъект, предполагаемый наивной теорией множеств Г. Кантора, в состоянии всегда решить вопрос, равномощны или не равномощны друг другу бесконечные множества, методом установления взаимно-однозначного соответствия между ними.

(2)Принцип потенциальной бесконечности (I принцип порождения): **идеализированный субъект** всегда в состоянии продолжить построение бесконечного множества.

(3)Принцип актуальной бесконечности (II принцип порождения): **идеализированный субъект** всегда в состоянии образовать новый объект из бесконечной совокупности построенных объектов.

(4)Принцип ограничения (стеснения): каждое применение абстракции актуальной бесконечности в процессе генетического построения должно происходить тогда, когда построены все объекты, объединяемые в новое множество (т.е. когда выяснена **возможность** такого построения).

Та часть **наивной** теории множеств, в которой допускаются лишь трансфинитные числа, является конструктивной относительно канторовского построения; но, в силу **интуитивного,** неопределенного, неуточненного, *неформального* характера самой теории и понятия построения, здесь

---

[54] Мануйлов В. Т. Конструктивность канторовской «наивной» теории множеств //Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск второй / Предисловие В.Т. Мануйлова. — Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2003.— С. 57-77.

не имеется средств для решения вопроса, является ли некоторая данная подтеория наивной теории множеств конструктивной относительно канторовского построения трансфинитных чисел. Другими словами говоря, канторовская конструктивность удовлетворяет требованиям **неформальной строгости,** но не удовлетворяет критериям **формальной строгости**[55].

Чтобы удовлетворить требования формальной строгости, необходимо провести полную аксиоматизацию и затем формализацию теорий, в которой рассматриваются генетические канторовские построения. Эта работа проделана в аксиоматических теориях множеств, где также можно ввести различение конструктивной (относительно некоторого понятия генетического построения) и неконструктивной части теории[56]; канторовское построение иерархии трансфинитных чисел или его части рассматриваются при этом как стандартные модели для аксиоматических теорий. Для формальных теорий, по отношению к которым интуитивные теории рассматриваются как их стандартные модели, имеет смысл говорить о **гносеологических основаниях конструктивности языка теории** и **гносеологических основаниях конструктивности стандартной модели** (уточненной, возможно, средствами языка второго или больших порядков)[57].

Одним из наиболее весомых аргументов противников канторовской теории множеств является указание на недоступность для человеческой интуиции абстракции актуальной бесконечности, в полной мере используемой Г. Кантором при построении теории трансфинитных чисел. Однако в последнее время в ряде публикаций ставится под сомнение недоступность для человеческой интуиции понятия актуально бесконечного множества. Особенно знаменательным является то обстоятельство, что необходимость введения актуально бесконечных множеств в теорию научного знания обосновывается в публикациях, рассматривающих проблему индукции, то есть проблему, традиционно являющуюся приоритетной в теории эмпирического знания. Говоря языком Г. Кантора, его теория трансфинитных чисел получает подтверждение не только со стороны чистой математики (то есть в области имманентной реальности), но и в области транзиентной реальности. Так, в статье Д. Кинга «Индукция и канторовский второй принцип порождения»[58] аргументированно обосновывается тезис о том, что «проблема индукции может быть решена только посредством принятия во внимание соображений, относящихся к канторовскому второму принципу порождения»[59]. Более того, Д. Кинг показывает, что философские аргумен-

---

[55] Kreisel G. Informal rigour and comleteness proofs // Problems in the philosophy of mathematics / Ed. by Lakatos I. Amst.: North – Holl. Publ. Co., 1967. – P. 138-186.

[56]Мануйлов В.Т. Конструктивность в аксиоматических теориях множеств // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск третий / Предисловие В.Т. Мануйлова. — Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2004.— С. 53 -83.

[57] Там же.– С.57.

[58] King D. Induction and Cantor's second principle generation// Philosophy today. – Celina, 2000. – Vol. 44, № 3. – P. 318-325.

[59] Ibid. – P.318.

ты в пользу канторовской теории трансфинитных чисел содержатся в общефилософских работах Уайтхеда, инициированных проблемой обоснования индуктивного знания в науке.

Таким образом, канторовская теория трансфинитных чисел, основанная на применении трех принципов порождения, действительно может рассматриваться как конструктивная (в смысле «теории конструктивного» Гейтинга) часть канторовской наивной теории множеств, получившая многочисленные применения как в области чистой математики, так и в ее приложениях к эмпирическим наукам.

Н.В. Михайлова

(Минск)

ТЕОРЕТИКО-ЧИСЛОВЫЕ И АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ФИЛОСОФИИ ПОСТГЁДЕЛЕВСКОЙ МАТЕМАТИКИ

Логические рассуждения всегда лежали в основе математического доказательства. В действительности «вычисление» и «рассуждение» неотделимы друг от друга и представляют собой фундаментальную двойственность математического познания. В работе рассматривается, каким образом математические результаты приводят к онтологическому убеждению, что использование математических терминов «не схватывается» аксиомами и нуждается в дополнительном объяснении. Это дополнительное объяснение сводится к различным способам употребления современного языка математики. Сравнительный анализ классической и альтернативной точек зрения на проблемы нечеткости и неоднозначности, возникшие в философии постгёделевской математики, дает возможность оценить сложность и важность этих проблем, а также степень их влияния на дальнейшее развитие философии математики и допустимые границы математического познания.

*   *   *

Математический мир был потрясен не только работами Курта Гёделя и Пола Коэна. В серии работ, начатых шведским логиком Леопольдом Лёвенгеймом в 1915 году, а затем усовершенствованных норвежским математиком Туральфом Сколемом в 1920–1933 годы, была выявлена новая проблема относительности понятия мощности множества. Суть их основного результата, получившего название «теоремы Лёвенгейма-Сколема», сводится к следующему. Если непротиворечивая аксиоматическая система имеет модель, то есть теоретико-множественную интерпретацию этой аксиоматики с помощью совокупностей, являющихся множествами в ней, то она имеет и счетную модель. Отсюда следует поразительный вывод, называемый «парадоксом» Сколема, согласно которому понятие мощности множества, как и понятие множества, не является абсолютным, а зависит от той аксиоматики, в которой рассматривается данное множество. Признав, что для избежания парадоксов теории множеств необходимо рассматривать аксиоматические теории множеств, математики вплоть до «парадокса» Сколема не осознавали того, что таким же образом должно определяться и понятие его мощности.

Внесение в совокупность тех или иных отношений между ее элементами, что и превращает ее во множество какой-то аксиоматической системы, в контексте теоремы Лёвенгейма-Сколема изменяет ее мощность (или, условно говоря, «число» элементов). Отсюда следует далеко не тривиальный вывод о том, что, вообще говоря, не существует абсолютной несчетности, поскольку множество, счетное в одной аксиоматике, может оказаться несчетным в другой. Теорема Лёвенгейма-Сколема столь же поразительна и удивительна, как и теорема Гёделя о неполноте. По существу, теорема Лёвенгейма-Сколема утверждает, что любая непротиворечивая система аксиом не устанавливает пределов для интерпретаций или моделей, в том смысле, что интерпретации любой из таких аксиоматических систем могут быть неизоморфны – отличаться не только терминологией, но и не совпадать по существу. Одна из причин появления подобных «побочных» интерпретаций связана также с существованием «дополнительных» неопределяемых понятий, содержащихся в каждой аксиоматической системе, которые могут трансформироваться заранее непредсказуемым образом. Рассматриваемые аксиоматические системы, разумеется, должны быть неполными, так как в противном случае неизоморфные интерпретации были бы невозможны.

Из теоремы Гёделя о неполноте вытекает, что поскольку непротиворечивая аксиоматическая система неполна, то в ней существуют неразрешимые утверждения. Поэтому, добавляя к ней одно из таких утверждений или его отрицание, получим две более широкие системы аксиом, которые существенно различны, и поэтому их интерпретации не могут быть изоморфны, то есть они «некатегоричны». Можно утверждать, что теорема Лёвенгейма-Сколема содержит даже более сильное отрицание «категоричности», поскольку и без введения какой-либо дополнительной математической аксиомы существуют принципиально различные, то есть неизоморфные, интерпретации системы, или модели. Возможно, это обстоятельство может отчасти свидетельствовать в пользу интуиционизма. В свете результатов Сколема ясно, что проблема континуума имеет смысл только по отношению к какой-либо конкретной аксиоматической теории множеств. Следует заметить, что в важнейшей аксиоматике Цермело-Френкеля результат Коэна получен при дополнительном и весьма существенном предположении о существовании модели для этой аксиоматики. Тем не менее такого рода «решение» проблемы континуума, стоявшей первой в списке гильбертовских проблем, Гёделем и Коэном является одним из значительнейших достижений XX века.

Необычность этого результата в том, что гипотезу континуума в рамках соответствующей аксиоматики теории множеств нельзя ни доказать, ни опровергнуть. Возможность строить равноправные теории континуума отчасти дискредитируют платонистские взгляды в математике, поскольку такая тенденция может, хотя и с малой вероятностью, привести теорию множеств к расщеплению на несколько ветвей в зависимости от принятой мощности континуума. Удивительно и то, что философско-математические трудности континуум-гипотезы не поколебали веру математиков в ценность и «реальность» математических объектов теории множеств. Представление о множестве, состоящем из элементов, может оказаться адекватным только для конечных и счетных множеств, в отличие от «высших бесконечностей» как абстракций другого типа. Поэтому не исключено, что благодаря более глубокому изучению внешнего мира может появиться новая концепция континуума, в которой континуум не имеет никакой «мощности».

Несмотря на то что континуум-гипотеза является, по выражению Пола Коэна, «драматическим примером» абсолютно неразрешимого суждения, важнейшим препятствием для удовлетворительного развития философии математики выступает гёделевская теорема о неполноте. Людвиг Витгенштейн свою задачу, в связи с теоремой Гёделя, видел в том, чтобы выяснить, что означает в математике предложение типа «предположим, что это можно доказать». Основу аппарата и языка любой специальной области математики, согласно Бурбаки, составляют фундаментальные структуры математики, отражающие в наиболее полной форме важнейшие общие черты математизируемой реальности. Несмотря на стилистические различия, имеются определенные аналогии во взглядах Витгенштейна и Бурбаки по поводу тех свойств доказательств, которые выделяются в традиционных основаниях. Скептицизм Витгенштейна распространяется на теоретико-множественные основания, а Бурбаки, подчеркивая важность своих структур, стараются избегать упоминаний об их связи с теорией множеств. Однако понятие структуры не решает, а скорее «рассасывает» эпистемологические проблемы в духе витгенштейновской терапии. Логические «основания» анализируют истинность математических аксиом и правил, опираясь на концепции природы математики, а в дополнительных к ним математических «основаниях» истинность подразумевается и, выбирая подходящий язык, математики пытаются сделать формальные рассуждения доступными пониманию.

Шведский математик Ларс Гординг в философском диалоге математика от имени фон Неймана говорит: «Иногда тот или иной философ возражает против нашего способа понимания, но философы ставят под вопрос все, и можно не обращать внимания на то, что они говорят. У них никогда не бывает упорядоченного набора аксиом. Если бы математика содержала противоречие, оно было бы возможно только на ее философской периферии и могло бы быть устранено за счет небольших изменений»[1]. Парадоксы в обосновании математики никак не отразились на устойчивости ее «продвинутых» теорий, однако люди, которые мало что знают о современной математике, почему-то обеспокоены ее целостностью. В теореме Гёделя о неполноте речь идет не о вечных истинах, а о некотором способе перечисления утверждений в логической системе. Любая полностью формализованная логическая система, согласно Гёделю, должна содержать по крайней мере одну антиномию. Классические исследования Альфреда Тарского показали, что естественный язык плюс обычная двузначная логика уже образуют противоречивую систему, поскольку в двузначной логике из

[1] Гординг Л. Философский диалог. Математика, жизнь и смерть // Алгебра и анализ. – 2000. – Т. 12. – Вып. 5. – С. 216.

противоречия может следовать все что угодно, а в естественном языке есть, например, пользующийся наибольшей известностью из нематематических парадоксов так называемый парадокс лжеца. Тарский отмечал, что парадокс лжеца вместе с некоторыми противоречиями, открытыми на рубеже XX века, все еще анализируется и обсуждается, оказывая существенное влияние на развитие современной логики.

Скептически оценивая затею подвести под математику особо прочный фундамент, Людвиг Витгенштейн считал, что она порождена неверным философским образом математики как особого, исключительно надежного знания, поскольку, если что-то ненадежно в самой математике, то и любое ее обоснование будет столь же ненадежным. Концепции и результаты, будучи парадоксальными и бросающими вызов времени, с точки зрения последующих поколений математиков могут стать банальностями. Нильс Бор говорил, что работа науки – это сведение всех тайн к тривиальностям. Тем не менее парадоксы сыграли важную роль в эволюции математики, поскольку они захватывают, провоцируют, забавляют и, что важнее всего, стимулируют и мотивируют творчество. Парадоксы и антиномии интересны, прежде всего, как проблемы для философских дискуссий и размышлений. То, что математики на протяжении последних ста лет довольно сдержанно относятся к сосуществованию с парадоксами теории множеств, – это уже скорее всего проблема не математики, а психологии всего научного познания. Математики фундаменталистского направления не хотят отказываться от пользования законами аристотелевской логики по причине их простоты, они, несмотря ни на что, образовывают экзистенциальные суждения и продолжают пользоваться законом исключенного третьего. Если же профессиональный математик отказывается от закона исключенного третьего на том основании, что его схема используется в парадоксе лжеца, то возможно, что за таким отказом стоит не столько логическая и философская неудовлетворенность, сколько причины нравственного и психологического «страдания».

Однако основная задача теории познания состоит в онтологическом, а не в психологическом анализе процессов сознания. В таком контексте принято говорить о великом конфликте между объективным и субъективным, но он становится менее острым и драматичным после его конкретизации в математических примерах. Можно указать на столь близкие отношения между объектами и методами в некоторых разделах математики, что рассматриваемые объекты могут быть даже охарактеризованы в терминах методов. Для понимания реальной проблемы этого отношения можно сравнить физические объекты, видимые невооруженным глазом, с теми, которые невидимы, хотя «видимость» не относится к характеристическому свойству большинства физических явлений. Даже в экономических приложениях важное теоретическое значение приобретает концепция двойственности функциональных пространств. В качестве иллюстративного примера можно также привести известный математический принцип проективной двойственности, который, по существу, является метаматематическим, так как представляет собой утверждение о языке проективной геометрии.

Следование с должной научной строгостью законам современного математического языка делает математическую теорию более отчетливой и позволяет, в известном смысле, сформулировать «невыразимое», а также «поймать в сети языка» ускользающую или неясную сущность некоторых объектов математического мира. Дополнительная сторона этой замечательной возможности – чисто психологического толка, поскольку мысль, опередившую свое формальное воплощение в духе совершенной точности современных доказательств, сейчас математики не рассматривают всерьез. Нужен достаточно убедительный набросок доказательства или, на худой конец, конкретные гипотезы. В отличие от словесных тавтологий, укорененных в различных языковых играх, математические процедуры приводят к открытиям. Согласно формалистской точке зрения, разрабатываемой в духе программы Гильберта, математику можно рассматривать как чисто формальную игру с единственным требованием: чтобы она не приводила ни к какому противоречию. Однако для полного описания формальной игры потребовалось уточнить правила математической логики, после чего математики, специализировавшиеся на проблемах обоснования математики, занялись доказательством непротиворечивости различных аксиом.

Когда Гильберта обвиняли в стремлении свести математику к сплошной игре, он указывал, в частности, на то, что введение идеальных элементов для достижения полноты является не только общим методом для всех областей математики. Даже в физике – науке, смежной с математикой, – тоже экспериментально не проверяют отдельные утверждения, поскольку, в соответствии с методологическими выводами концепции дополнительности, только вся система в целом может в принципе сопоставляться с опытом. Когда операционный подход послеканторовского периода распространился на современную физику, привлекательность формальных языковых систем, возможно, увеличилась. Согласно воззрениям Бурбаки, математика в своей аксиоматической форме представляется через математические структуры, и оказывается, что некоторые аспекты экспериментальной действительности в результате лейбницевой «предустановленной гармонии», хотя и непонятно почему, укладываются в некоторые из этих форм. Однако использование математических терминов не схватывается аксиомами или формальными выводами и поэтому нуждается в дополнительном объяснении. Это дополнительное объяснение выявляется в способах употребления математического языка, хотя само по себе это объяснение как «иррациональный» фрагмент математики может не осознаваться. Заметим, что неклассичность физики XX века характеризуется появлением новых соотношений между описываемым явлением и его описанием, а также осознанием разрыва между тем и другим. Этот разрыв анализируется философами-физиками и философствующими математиками, которые исследуют не только идеализированную объективизацию в теории, но также и предпосылки возможности такой объективизации.

Ни в какой реальной деятельности невозможно полностью полагаться на математические дедукции. Небольшое изменение аксиом, в которых мы окончательно не уверены, способно, вообще говоря, привести к другим выводам, даже малое изменение параметров изучаемых явлений может совершенно изменить результат. Но дополнительное объяснение не может быть чем-то инвариантным и общим для всех моделей теории, содержащих объяснение. Это реакция на попытки рациональной интерпретации теории и еще одно подтверждение обоснованности разговора об «иррационализме» математики. В чем же тогда состоит прогрессивный характер развития математики? На интуитивном уровне понятно, что он присущ математике, по крайней мере в Новое время. Иногда прогресс математики трактуют как рост «важного математического знания», которое эффективно служит широким целям математической практики, в том числе и для самих математических теорий. Проблема в том, что определить эффективность использования нового знания можно только спустя какое-то время, иногда довольно значительное; с другой стороны, оценка эффективности, как правило, не легче чем оценка важности. Например, на практике приходится иметь дело и с такими случаями, когда неизвестны законы, позволяющие составить дифференциальное уравнение, и поэтому необходимо прибегать к различным предположениям. Введение новых средств в математике важно, прежде всего, для ее развития, поэтому определение новых понятий это не просто «сокращения».

Вообще говоря, всегда существовало и существует глубокое различие между тем, что можно сделать в математической теории в принципе, и тем, что можно реализовать на практике. Поэтому не только удачные обозначения, как, например, арабские позиционные выражения для цифр, но и принципиально новые подходы к уже известным понятиям могут существенно расширить границы практических возможностей применения математического формализма. Например, квант теории информации – это бинарная единица, или бит, который является посланием, представляющим вариант выбора: да или нет, ноль или единица. В великих открытиях не всегда удается провести грань между теоретическим и практическим. Речь идет о знакомстве Готфрида Лейбница с двоичной системой древнекитайской математики, в понимании важности которой проявилась органичная связь Лейбница-философа и Лейбница-математика. Для подлинного признания этого открытия, в котором он увидел «Образ творения» и указал на применимость двоичного исчисления для счетных машин, необходимо не только понять, но и осознать, что было известно о системе знаков до Лейбница. В новогоднем послании герцогу Рудольфу-Августу он назвал свое открытие «тайной творения», так как одним из основных пунктов христианской веры является творение Всемогущим Господом всех вещей из ничего.

Теологическая аргументация идеи творения из ничего опирается на то, что Бог не был бы столь велик, если бы использовал уже имеющийся материал и был бы похож на «мастерового человека». Величие Бога в том, что он творит из ничего. Возникновение чисел, представленное Лейбницем с помощью нулей и единиц, то есть, как он говорил, ничем, выразит это, как ничто другое на свете, наилучшим образом. Великие мыслители прошлого были озабочены секретами искусства правильного понимания. Современная логика затрагивает наиболее фундаментальные вопросы знания. Поэтому закономерно, что работой последних лет жизни Курта Гёделя было логическое доказательство существования Бога, хотя он и не стал публиковать свое доказательство. Вопрос о соотношении религиозных убеждений ученого и его научного творчества до последнего времени рассматривался, как правило, в негативном плане, хотя от религиозных взглядов могут зависеть моральные принципы ученого и принимаемая им картина мира. Рост абстрактности математики обострил проблему ее содержательности. Язык математики часто оказывается эффективным именно потому, что математика к нему не сводится. Сила математики сосредоточена в мощных методах обработки и преобразований записанной на ее языке информации. Язык математики служит не только для выражения мыслей, но и создает условия для возникновения мысли, и в этом смысле язык, однажды возникнув, приобретает особый вид автономии. Основная задача языка математики состоит в точном и удобном определении математического понятия.

Язык современной теоретико-множественной математики может осуществлять роль «языка-посредника» благодаря его уникальной способности одновременно формировать пространственные и кинематические образы через их математическое содержание в формализме. В теоретической математике начинают с простых предложений, доступных нашему пониманию, а затем, с помощью определенных правил вывода, называемых логическими, строятся все более сложные символические предложения, которые предполагаются истинными, если были истинны исходные положения. Как правило, необходимо обладать определенной математической квалификацией, чтобы понять, что полученные предложения «значат» и как в них выражена математическая мысль. Соответствие выводов теории эксперименту остается в сфере чисто абстрактных математических построений. Возможно, поэтому известный физик-теоретик А.А. Ансельм говорил: «Я уверен, что «классическим философам» сегодня не остается ничего другого, как учить «новые языки», основанные на математике»[2]. За всю многовековую историю математики неоднократно осуществлялись попытки создания идеального, универсального языка. В этом состояла идея немецкого мыслителя Готфрида Лейбница – решать споры с помощью вычислений на универсальном языке в подходящей символической системе.

«Все можно вычислить!» – вот подлинный пафос замысла Лейбница. Всеобщая наука мыслится им как образ «философии истины», объемлющий все науки, мораль и искусство в форме универсальной математики. Трудность создания грандиозного проекта универсального языка, включающего универсальную символику и логическое исчисление, состоит в том, что это должен быть искусный язык, свободный не только от неточностей естественного языка, но и от неизбежных смысловых искажений слов. Одной из причин появления парадоксов теории множеств было то, что математический диалект естественного языка перестал удовлетворять требованиям компактности и удобства при записи формулировок теорем, а также при применении этих формулировок. Напомним, что представители интуиционизма считают, что аксиоматический метод и формализация скрывают за языковой формой сущность математики, состоящую в конструктивном обобщении человеческого опыта. При этом нужно быть готовым к некоторой дополнительности, поскольку более эффективные математические процедуры могут потребовать более мощных принципов доказательства корректности решения. В таком контексте даже конструктивная традиция математики может оказаться под подозрением в том смысле, что любое ограничение, запрещающее неконструктивные методы доказательства, может помешать установлению правильности эффективных процедур.

Важную роль в интуиционистской математике играют вычислимые операции, или алгоритмы, в соответствии с которыми осуществляются математические построения. В математическом обиходе под алгоритмом, по определению знаменитого логика А.А. Маркова, предложившего собственную программу построения математики, названную им «конструктивной», принято понимать точное «предписание», определяющее вычислительный процесс, который ведет варьируемые исходные данные к искомому результату. Уподобление вычислений, в соответствии с некоторым алгоритмом, работе некоторой «машины» не может пониматься буквально, поэтому в математической теории алгоритмов используется некоторая идеализация этого понятия. Теория алгоритмов, то есть процессов вычисления и математического вывода по тем или иным указанным правилам, возникла еще до появления электронных вычислительных машин. Хотя среди математиков нет методологического единства в отношении суще-

[2] Ансельм А.А. Теоретическая физика XX века – новая философия при-роды // Звезда. – 2000. – № 1. – С. 206.

ствования математических объектов, все они согласны с тем, что алгоритмы, или конструктивные процедуры, весьма эффективны и важны. Алгоритмы существуют в математике с момента ее возникновения как правила сложения и умножения чисел, как геометрические решения задач на построение, даже само понятие вещественного числа в реальной вычислительной практике сводится к алгоритму. Например, в качестве типичного примера алгоритма в математической литературе чаще всего приводят хорошо известный алгоритм Евклида для разыскания наибольшего общего делителя двух натуральных чисел.

Когда математика стала оперировать абстрактными теориями, не имеющими прямого прообраза в действительности, в обосновании математики обозначились три основных направления: формализм, интуиционизм и логицизм. Математические понятия, с точки зрения логицизма, следует определять в терминах логики. Первым, кто рассматривал логику как науку, лежащую в основе других наук, был Готфрид Лейбниц. Логические рассуждения, лежащие в основе математического доказательства, – это форма интеллектуальной деятельности человека. На первый взгляд кажется парадоксальным, что именно Лейбниц и призывал вычислять, вместо того чтобы рассуждать. В действительности, «вычисление» и «рассуждение» неотделимы друг от друга и представляют собой фундаментальную двойственность математического познания. Иммануил Кант тоже защищал интуитивный и конструктивный подход к определению математических понятий, одновременно настаивая на универсальной значимости основных логических принципов. Верность или неверность теорем не только напрямую зависит от возможностей форм деятельности человека, но и определяется через эти возможности.

Дедуктивная составляющая, включающая рассуждения и доказательства, и алгоритмическая составляющая, связанная с вычислениями и методами решения задач, как дополнительные понятия всегда присутствовали в математической теории на всех этапах ее развития. Хотя в истории математики можно выделить периоды, когда предпочтение отдавалось то методам вычисления, то проблемам обоснования. Сущность такого подхода выяснилась только в первой половине XX века. Логические рассуждения, представлявшиеся вначале совершенно строгими и неограниченными в возможностях и средствах, стали приводить в некоторых крайних случаях к парадоксам и противоречиям теории множеств. С другой стороны, понятие алгоритма в интуиционизме используется в «неуточненном» виде, поскольку адекватность произведенного уточнения математически не может быть доказана в принципе. После формализации понятия доказательства, в контексте методологической программы Гильберта, следовало установить полноту рассматриваемой формальной теории. Однако, согласно теореме Курта Гёделя, никакая достаточно сильная непротиворечивая аксиоматическая теория не может быть полной.

Одной из целей программы Гильберта было построение «вычислительного устройства», которое определяло бы, является ли теорема, записанная в некотором формальном языке доказуемой. «Мы сегодня занимаемся вычислениями, – отмечает известный специалист по теории сложности вычислений А.А. Разборов, – поэтому для нас более интересна теорема Чёрча (1936)»[3]. Американский математик и логик Алонзо Чёрч доказал, что не существует никакого алгоритма, который по утверждению автоматически проверял бы, является ли это утверждение доказуемым или нет. Одна из тавтологических версий «тезиса Чёрча» состоит в том, что математические задачи можно решать только математическими методами. Это, безусловно, одно из важнейших положений в философии математики. Пока речь шла о построении конкретных алгоритмов для решения каких-то конкретных задач, математики могли пользоваться несколько расплывчатой формулировкой этого понятия. Но как только появились предположения о возможной неразрешимости какой-либо алгоритмической проблемы, математики столкнулись с необходимостью уточнения общего понятия алгоритма как математического эквивалента понятия компьютерной программы.

Произведенное уточнение в 30-х годах прошлого века дало немедленный эффект: были опубликованы доказательства невозможности алгоритмов для различных алгоритмических проблем и в математической логике. Так, например, в 1936 году Алонзо Чёрчем и английским математиком и инженером Аланом Тьюрингом была доказана «неразрешимость» проблемы разрешимости для классического исчисления предикатов, которую в то время Давид Гильберт считал главной проблемой математической логики. Вполне естественно возникал вопрос: а не являются ли трудные и неразрешимые алгоритмические проблемы специфическими исключительно для самой теории алгоритмов? На этот принципиальный вопрос дали ответ в 1947 году советский математик А.А. Марков и американский математик Эмиль Пост. Они, независимо друг от друга, доказали неразрешимость проблемы равенства для полугрупп, показав, что не существует алгоритма для решения вопроса об эквивалентности двух данных слов при произвольно заданных алфавите и словаре, поставленной в 1914 году норвежским математиком Алексом Туэ. Это был первый пример неразрешимой алгоритмической проблемы собственно математического, а не логико-математического характера. Кроме того, в 1952 году академик П.С. Новиков доказал алгоритмическую неразрешимость в общем случае одной из классических проблем алгебры – проблемы тождества слов в конечно определенных группах, поставленной в 1912 году немецким математиком Максом Дэном задолго до появления в науке различных уточнений понятия алгоритма.

[3] Разборов А.А. О сложности вычислений // Математическое просвещение. Третья серия. – 1999. – Вып. 3. – С. 128.

Этот результат специалиста по математической логике в области алгебры и полученные затем многочисленные следствия из него показали, что неразрешимые алгоритмические проблемы широко распространены в математике. А существует ли универсальный алгоритм, решающий разные задачи из элементарной геометрии? С точки зрения результатов Курта Гёделя если в теории выразимы натуральные числа, то она может оказаться неразрешимой, то есть некоторые математические описания всегда будут неполными, поскольку какие-то аспекты познания всегда будут сопротивляться формальному описанию. Но если теория «работает» с действительными числами, которых значительно больше, чем натуральных, то интуиция подсказывает, что у такой теории ещё больше шансов оказаться неразрешимой. Тем не менее польский математик Альфред Тарский в 1948 году обосновал существование алгоритма, проверяющего доказуемость утверждений элементарной геометрии. В связи с этим можно заключить, что, подобно тому как теоремы Гёделя не закрывают других путей внутреннего обоснования непротиворечивости отдельных частей математики, отсутствие общего алгоритма для целого класса задач не означает отсутствия частных алгоритмов и, тем самым, принципиальной разрешимости этих задач.

Тарский доказал теорему о существовании алгоритма, но как долго будет запрограммированный алгоритм решать задачу из школьного учебника и что при этом произойдет, уже не имеет прямого отношения к математике и логике. Это как раз то место, с которого начинается теория сложности вычислений, которая интересуется не просто существованием алгоритмов для конкретной задачи, а тем, насколько они эффективны. Все определения сложности имеют недостатки, поскольку само понятие сложности несколько туманно и каждый представляет ее по-своему. Кроме того, по теореме Тьюринга, доказанной в 30-е годы, проблема остановки неразрешима, то есть не существует алгоритма, с помощью которого можно было бы определить, остановится когда-нибудь данная программа или нет. «Вопрос “как сосчитать?”, – говорит известный российский специалист в области теории чисел Ю.В. Нестеренко, – всегда сопутствовал теоретико-числовым исследованиям»[4]. Благодаря широкому применению электронных вычислительных машин и запросам криптографии, исследования по алгоритмическим вопросам теории чисел в последние десятилетия переживают период бурного и плодотворного развития. Именно в 60-е годы XX столетия, когда появились «настоящие» компьютеры, было осознано, что одни алгоритмы могут быть лучше других, и была понята необходимость построения некоторой математической теории сложности вычислений.

---

[4] Нестеренко Ю.В. Алгоритмические проблемы теории чисел // Математическое просвещение. Третья серия. – 1998. – Вып. 2. – С. 87.

Вопрос практической проверки утверждения сводился бы к оптимизации данного алгоритма, и, хотя бы в принципе, таким образом для математики была бы осуществима мечта Лейбница: «вместо того, чтобы спорить, – вычислять». Еще Готфрид Лейбниц хорошо понимал, что никакой научный прогресс не сможет сделать человеческое познание совершенным. В силу самой природы человека оно ограничено, и поэтому не может охватить все бесконечное многообразие терминов и дефиниций. Однако из-за своей «ограниченности» человеческие знания, как истинные, так и ложные, поддаются исчислению, поэтому Лейбниц мечтал об универсальном синтезе всей науки. Именно этому и должны были способствовать его максимы искусства открытия. Максима – это правило или принцип. Принципами Лейбниц называл все фундаментальные истины, достаточные для того, чтобы в случае необходимости получить из них все заключения, после того как с ними «поупражнялись» и достаточное время их применяли. Образно говоря, познаваемый мир предстает перед нами как закодированный текст, который надлежит осмыслить и открыть.

Возможно, что из такого понимания мира идут известные метафоры: «Книга Природы», «Книга Жизни», «Книга Бытия». Со временем точка зрения Лейбница изменилась, и он, отходя от «финитных иллюзий молодости», уже говорит о роли бесконечности в познании. Вот его слова: «И как в иррациональных отношениях разложение идет в бесконечность, хотя и приближается так или иначе к общей мере, давая при этом некие ряды, хотя и бесконечные, – точно так же, в силу того же самого процесса, случайные истины требуют бесконечного анализа, который один только Бог способен доводить до конца»[5]. В рукописном наброске «О мудрости» Готфрид Лейбниц среди своих максим познания формулирует признак совершенного знания, когда не остается ничего, чему нельзя было бы дать объяснения и чего нельзя было бы предугадать заранее. Говоря об анализе вещей или разделении трудностей на части, он откровенно замечает, что еще никто не научил искусству того, как это можно сделать. Когда физики пытались объяснить реальный мир с помощью всеобъемлющей формальной теории, Лейбниц утверждал, что если бы были известны положение и скорость любой элементарной частицы, то тогда можно было бы предсказать будущее развитие мира.

Доказав, что принципиально невозможно одновременно точно определить положение и скорость даже одной частицы, Вернер Гейзенберг тем самым не опроверг допущение Лейбница, а показал, что его основное условие неосуществимо. Немного позднее Курт Гёдель доказал, что любая представляющая интерес содержательная формальная система содержит утверждения, истинность или ложность которых нельзя установить средствами соответствующей системы. В максиме, вставленной Лейбницем позднее, поясняется, что не так уж трудно завершить анализ истин в отли-

[5] Лейбниц Г.В. Сочинения: В 4 т. Т. 3. – М.: Мысль, 1984. – С. 496.

чие от окончательного анализа вещей, поскольку анализ истины, вообще говоря, завершен, когда найдено ее удовлетворительное доказательство. Блез Паскаль утверждал, что долг математика – определять все мало-мальски сомнительные истины. Лейбниц по этому поводу заметил, что он бы хотел, чтобы Паскаль указал также, как определить границы, за которыми понятия и высказывания перестают быть темными или сомнительными. Эпохальные открытия в развитии фундаментальной науки практически всегда были связаны со снятием некоторых запретов на границы познания или отказом от определенных общепринятых убеждений. На всех периодах своего развития математика предъявляла убедительные примеры того, что познавательная способность человека может выходить за пределы его «предназначения».

В методологическом плане развития математики нет жесткой границы между объектами математики и миром естествознания, даже при непрерывном возрастании уровня ее собственной абстрактности. Наиболее характерный пример такого рода можно найти в истории математического анализа, точнее, у одного из основоположников этой науки – Готфрида Лейбница. Один из принципиальных моментов современного нестандартного анализа, в который наиболее существенный вклад внес математик и логик Абрахам Робинсон, состоит в том, что бесконечно малые рассматриваются не как переменные величины, то есть как функции, стремящиеся к нулю, а как величины постоянные. Готфрид Лейбниц яснее других ощущал бесконечно малые величины постоянными, хотя и воображаемыми или идеальными, величинами особого рода. Именно он сформулировал правила оперирования с бесконечно малыми величинами в виде исчисления. Такой подход хорошо согласуется с интуицией естествоиспытателя, поскольку бесконечно малые приращения, бесконечно малые объемы и тому подобные величины мыслятся не как переменные, а просто как очень малые, почти что равные нулю. Но строгое логическое обоснование интуитивные рассуждения Лейбница получили лишь спустя триста лет.

Одно из основных практических занятий философов-рационалистов, придерживающихся картезианских традиций, состояло в последовательном поиске совершенного языка, а также ясных и четких понятий. Готфрид Лейбниц жил во времена великих открытий. Это было время, когда математические триады древних греков: «аксиома – теорема – доказательство», а затем «определение – теорема – доказательство» вновь стали оказывать влияние не только на естествознание, но и на новые области философии. Математической философией Евклида была хорошо организованная система, в которой, отталкиваясь от принятых априори элементарных истин, можно с помощью логических операций прийти к строгому доказательству всех истинных утверждений. Пользуясь языком формальной логики, позволяющим изучать саму математику, Гильберт объявил, что пора довести эту древнюю мечту до ее окончательного воплощения, все еще надеясь, что в математике любое истинное утверждение доказуемо. Таким образом, методологическая троица «аксиома – теорема – доказательство» стала применяться не только к математическим сущностям, но и к самим теориям.

Против немотивированных определений в такой схеме уже в наше время активно выступает академик В.И. Арнольд. Например, распространение дедуктивно-аксиоматической математики привело к отказу от обычной в физике схемы, когда исследуемая модель опиралась на результаты наблюдений, а выводы – на проверку наблюдениями, и замене ее схемой: определение – теорема – доказательство. Поэтому попытки обойтись без вмешательства физики и реальности в математику могут разрушить образ математики как полезной человеческой деятельности. Высшим искусством во всем, что относится к мышлению, Лейбниц считал экономичное употребление человеческого разума с помощью символов и знаков. Взлет современной математики существенно опирался на освобождение от философских размышлений о содержательном значении математических знаков и на возможность производить вычисления с этими содержательными значениями. Совокупность правил вывода и логических операций вычислений на символическом языке Лейбниц называл универсальным исчислением. Для этого надо было создать искусство легко и безошибочно рассуждать, то есть такое исчисление, в котором естественные доказательства можно было бы заменить формальными вычислениями. Такому исчислению нужна была хорошая символика, прежде всего новых определений и понятий математики, чтобы избежать, как говорил Лейбниц, наиболее ощутимого злоупотребления, состоящего в том, что со словами не связывают никакой ясной идеи.

Готфрид Лейбниц стремился создать такой символической язык, с помощью которого можно было бы избежать подобных трудностей, а также двусмысленного или неточного толкования. Даже свое дифференциальное исчисление он рассматривал как шаг к некоему универсальному методу в математике. Он был убежден в том, что люди, мало касавшиеся труднейшего «математического поприща», имеют недостаточное представление о том, что есть истина и что есть доказательство. Важнейшей функцией языка математики является сжатие информации с помощью формул. Готфрид Лейбниц предполагал, что человеческое рассуждение совершенствуется применением «некоторого рода знаков», или характеров. С помощью характеров, то есть оптимальных обозначений или знаков, полезных тем, насколько адекватно они выражают свойства обозначаемого предмета, моделируются определенные процессы и ситуации. Идеалом искусства «характеризации» Лейбниц считал математику, поскольку в ней реализована функциональная простота обозначений, во многом благодаря однозначности понимания математических характеров. Идея универсальной характеристики Лейбница состоит в сопоставлении понятиям, то есть терминам, числовых значений, то есть характеров.

Составным терминам сопоставляется произведение числовых значений, входящих в него терминов. Проверка истинности утверждений сводилась к условию делимости соответствующих чисел. Его знаменитое – «давайте посчитаем» – опиралось на идею универсального средства для ответа на все вопросы. На эту тему у Лейбница имеется большое количество разрозненных текстов. Универсальная характеристика Лейбница является в определенном смысле предвосхищением нумерации Гёделя, использованной в знаменитой теореме Гёделя о неполноте, но в содержательном плане, рассматривая ее как некое «универсальное вместилище» для языка всех его высказываний, можно обнаружить также некоторую параллель и с координатным пространством Декарта. Формальный язык, в котором все вопросы можно было бы, по Лейбницу, решать вычислением, остался лишь мечтой, а после логических достижений XX века математический язык сам стал частью математики. У всякого человека, владеющего естественным языком, имеется некоторое представление о потенциальной бесконечности, чего нельзя сказать об актуальной бесконечности.

Начиная со времен Пифагора, в математике нет прямых доказательств утверждений о бесконечности любых множеств, как об актуальной, так и потенциальной. Более того, в математике от канторовского понимания бесконечности, например, множеств мощности больше, чем мощность континуума, почти ничего не используется, хотя диагональная процедура и позволяет, на первый взгляд, «увеличивать» множества. Проблема бесконечности впервые была поставлена эллинскими мыслителями и является общефилософской, поэтому один лишь ее математический анализ не может привести к постижению сущности бесконечного. Напомним, что утверждение Аристотеля «Infinitum Actu Non Datur», которое означает, что понятие актуальной бесконечности внутренне противоречиво, активно поддерживали представители интуиционизма и конструктивизма. Алгоритмическую суть своего тезиса Аристотель формулирует так: «Бесконечное существует через полагание одной вещи после другой; то, что полагается, всегда остается конечным, но всегда другим и другим». В переводе на язык современной математики утверждение Аристотеля означает, что все бесконечные множества являются потенциально-бесконечными. Оно не доказано и основано на интуиции, но вместе с аристотелевским определением понятия потенциальной бесконечности из него следует, что бесконечное множество не содержит всех своих элементов. Невзирая на профессиональные возражения против актуализации бесконечности, Георг Кантор сформулировал дополнительный тезис: «Существует актуальная бесконечность», то есть все бесконечные множества современной математики, включая любую аксиоматическую теорию множеств, являются актуально-бесконечными множествами.

Хотя, с другой стороны, квантовая физика – это мир абстракций, вообще говоря, другого типа. Полагая, что потенциальная бесконечность в действительности зависит от логически предшествующей ей актуальной бесконечности, Георг Кантор не только стал изучать бесконечные множества как «готовые», но и занялся задачей классификации бесконечных множеств. Актуальная бесконечность, по определению Кантора, есть «вещь-для-себя», и она никогда не становится «вещью-для-нас». Концепция Кантора понятия бесконечности основывалась на двух дополнительных потоках идей, один из которых был чисто математического содержания, а другой – философского. Полемизируя с философами, он использовал свои новые математические конструкции, пытаясь обосновать ограниченность прежних представлений, а говоря с математиками, был вынужден использовать философскую терминологию в оправдание своих нетрадиционных подходов. Основная идея проекта Кантора сводилась к установлению взаимнооднозначного соответствия между множествами. В соответствии с этим, он определил бесконечное множество как такое множество, которое можно поставить во взаимнооднозначное соответствие со своим собственным подмножеством, отличным от всего множества.

Критика концепции Кантора способствовала созданию новых направлений в обосновании математики, связанных с отрицанием фундаментальной идеи теоретико-множественной математики – идеи актуальной бесконечности, например, интуиционизма и конструктивизма. Положительный вклад интуиционистов выразился в том, что они, проведя тщательный анализ многих трудностей, с которыми столкнулась математика в своем развитии, указали на различие между конструктивным и неконструктивным в математике. Одно из самых уязвимых мест канторовской концепции – это понимание экзистенциальных математических высказываний, то есть высказываний о существовании математических объектов. Такой объект в современной математике представляет собой некоторое множество, но в теории Кантора нет определения понятия множества, которое обычно разъясняется лишь на примерах. Теория, как самая развитая систематическая организация научных знаний, дает целостное отображение закономерностей некоторой сферы действительности, а также представляет собой абстрактную модель этой сферы. С точки зрения общей методологии науки теория Кантора, вообще говоря, не соответствует этому определению.

Давид Гильберт предложил довольно искусный выход из такого положения, который легче всего понять на примере «чистой» теории чисел, или арифметики Пеано. Даже в начальной школе учащиеся понимают, что такое натуральные числа, и принимают как естественный факт, что последовательность натуральных чисел может быть продолжена бесконечно. Натуральный ряд, по Кантору, определяется как множество, описываемое аксиомами Пеано, поэтому Давид Гильберт предложил существование натурального ряда понимать как непротиворечивость описывающих его аксиом. Условие непротиворечивости поддается не только философской, но и арифметической трактовке. Напомним, что одно из первых доказательств непротиворечивости «чистой» арифметики было дано Герхардом Генценом, и то лишь средствами, не укладывающимися в финитную установку Гильберта. В рассматриваемом примере формальная система арифметики представляется как соединение на специальном «логико-арифметическом» языке некоторой версии неформальной теоретико-множественной аксиоматики натурального ряда с аристотелевской логикой в виде классического исчисления предикатов. Существенной чертой этой логики является принятие ею закона исключенного третьего, влекущего допустимость доказательств методом «от противного», что обуславливает как неконструктивность некоторых понятий самой арифметики, так и базирующихся на ней математических теорий.

Современная математика достигла строгости путем принятия таких идеализаций, которым действительное, вообще говоря, строго не соответствует. Поэтому проблема соотношения формализуемой теории с ее формализацией оказалась не столь простой, как это представлялось в период становления теории доказательств. После опубликования теоремы Гёделя о неполноте, логики искали такой математический пример неполноты в арифметике Пеано, который был бы математически прост и интересен, не требуя при этом числового кодирования понятий из логики. Первые примеры верных, но недоказуемых в арифметике Пеано строго математических утверждений о натуральных числах были получены Джефом Парисом. В этот «драматический» финал для математиков исключительно формалистского направления внес свой вклад и Лео Харрингтон, показавший, что доказательство Париса проходит для простого обобщения конечной теоремы Рамсея, порожденной старой задачей о светском приеме. Соответствующие формулировки приведены в главе «Теорема Рамсея» книги «Вычислимость и логика» американских математиков и логиков Джорджа Булоса и Ричарда Джеффри. В частности, отмечают они, удивительным является то обстоятельство, что «конечная версия теоремы Рамсея, соответствующим образом закодированная, может быть доказана в Z», то есть в элементарной арифметике Пеано[6]. Возможно, что именно расхождение в языках формализма Гильберта и аксиоматики Пеано о натуральных числах обусловило, в соответствии с результатом Гёделя, неполноту формальной арифметики.

С точки зрения интуиционизма натуральные числа – объекты чистого мышления, порожденные изначальной интуицией, тогда как в духе формализма принято говорить не о «натуральных числах», а о множестве или системе натуральных чисел. Определяя бесконечное множество, Георг Кантор опирался в качестве исходного представления о бесконечности на

[6] Булос Дж., Джеффри Р. Вычислимость и логика. – М.: Мир, 1994. – С. 348.

последовательность натуральных чисел, однако понятие «натурального ряда» столь же неопределимо, как и понятие натурального числа. Даже аксиомы итальянского математика Джузеппе Пеано, разработанные в конце XIX века, не дают возможности отличить натуральный ряд как единственную совокупность некоторых однозначно понимаемых сущностей, называемых натуральными числами, от совокупности всех простых чисел. Хотя эти аксиомы на это и не претендуют. Они претендуют на то, чтобы определить натуральный ряд с точностью до изоморфизма. Следует отметить, что никакая система математических аксиом не определяет какую-либо структуру однозначным образом, в лучшем случае – с точностью до изоморфизма. Понятие натурального ряда выступает в современной математике в разных качествах и применениях, поэтому одна из актуальных философских проблем математики состоит в выявлении свойств, явно или неявно приписываемых натуральному ряду.

Пока логика была бессильна классифицировать рассуждения со многими натуральными рядами, математика была вынуждена рассматривать во всех случаях один и тот же натуральный ряд. То, что конечное число аксиом Пеано содержит в себе много неожиданного, объясняется возможностями повторных применений этих правил, по существу, в неограниченном числе комбинаций. В знаменитой философской работе Пола Бенацеррафа «Чем не могут быть числа» выясняется, могут ли числа быть объектами, обладающими некоторой реальностью. Проблему эпистемологического статуса математических объектов можно сформулировать в виде следующей дилеммы: либо математика не говорит о числах, либо математики обладают неестественными способностями познания. Обе они не слишком привлекательны с точки зрения традиционной математики. Может быть, наряду с существованием множеств надо признать существование чисел? Последовательность объектов, сводящаяся к последовательности натуральных чисел, обладает дополнительными свойствами, которые не связаны со свойствами чисел, поэтому трудно решить, что выражает сущность натуральных чисел.

Ситуация с натуральным рядом, отвлекаясь от реальности, похожа на ситуацию с евклидовым пространством, в котором – предположительно – мы живем. С одной стороны, его нельзя однозначно определить никакими аксиомами, а с другой стороны, известная система аксиом Гильберта определяет это пространство с точностью до изоморфизма, то есть реальное евклидово пространство одно из целого класса изоморфных между собой пространств. Поэтому проблема с натуральным рядом имеет, вообще говоря, универсальный характер. Физический натуральный ряд, скорее всего, отличается от своей математической модели – математического натурального ряда. Ситуация с натуральным рядом в настоящее время сравнивается с положением евклидовой геометрии в XVIII веке, когда она считалась абсолютной истиной, поскольку была единственной геометрической теорией, обязательной и для математиков, и для физиков.

Можно говорить об интуиции натурального ряда, которая без использования аксиом проявляется в рассуждениях о натуральных числах, или о «евклидовой интуиции», которая делает вполне определенной и наглядной геометрию. Теория натурального ряда берет за основу в идеализированном виде процесс реального счета физических предметов, который в достаточно простых случаях можно довести до конца, распространяя эту ситуацию до бесконечности. «Духу физики, – писал известный геометр П.К. Рашевский, – более соответствовала бы такая математическая теория целого числа, в которой числа, когда они становятся очень большими, приобрели бы в каком-то смысле «размытый вид», а не являлись строго определенными членами натурального ряда»[7]. Такого рода реформа числового ряда должна будет сопровождаться реформой числовой прямой, которая будет отличаться от обычной некоторой размытостью своих элементов, поскольку последняя будет передаваться и дробям с большими знаменателями.

В свете этих результатов можно сказать, что различные попытки нового обоснования математики в существенной степени зависят от подхода к проблеме натурального ряда и к решению проблемы бесконечности вообще. В заключение отметим, что алгоритмическую неразрешимость некоторых арифметических высказываний, для которых не существует, например, программы для машины Тьюринга, можно рассматривать как дополнение к результату Гёделя. Поэтому остается открытым вопрос: «Могут ли математики узнать то, что они не могут знать?» Это проблема не только математического мышления, но и, по существу, проблема расплывчатости онтологической границы между теоретико-множественным языком и естественным языком общения.

[7] Рашевский П.К. О догмате натурального ряда // Успехи математических наук. – 1973. – Т. 28, Вып. 4. – С. 244.

В.В. Мороз
(Курск)

СООТНОШЕНИЕ МАТЕМАТИКИ, ЛОГИКИ И ФИЛОСОФИИ ВО ВЗГЛЯДАХ ПРЕДСТАВИТЕЛЕЙ МОСКОВСКОЙ ФИЛОСОФСКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ШКОЛЫ*

На анализе произведений Н.Д. Брашмана, В.Я. Цингера, Н.В.Бугаева в статье реконструируется позиция представителей Московской философско-математической школы[1] по проблеме соотношения математики, логики и философии. Автор выявляет общую тенденцию понимания математики либо как части философии, либо как области, находящейся с ней в близком родстве, и точку зрения, согласно которой сама специфика математического предмета подводит математика к философским размышлениям. Выявляется общее убеждение московских математиков во «вторичности» логики по отношению к математике: специфика математических объектов «диктует» логику их исследования, именно математика дает образец правильного строгого мышления, логика заимствует дедуктивный вывод у математики и т.д. Проводится анализ взглядов П.А. Флоренского, сформировавшихся под влиянием МФМШ, на соотношение математики, логики и философии через выявление позиции мыслителя относительно различных направлений, сложившихся в основаниях математики в первой трети XX века: логицизма, формализма и интуиционизма.

* * *

Собственно математическая школа в Москве возникла на базе факультета физико-математических наук, который был организован в составе Императорского Московского университета в 1804 году. С тех пор, как в 1834 году на кафедру чистой математики пришел Николай Ефремович Зернов (1804–1862), а на кафедру прикладной математики Николай Дмитриевич Брашман (1796-1866), уровень преподавания математических дисциплин значительно повысился и стал сравним с европейским. В 1864 году Н.Д. Брашман оставил службу, и ученики профессора стали собираться у него на квартире. На одной из таких встреч в 1865 году было решено просить официально учредить «Московское математическое общество» и его периодическое издание «Математический сборник» – эту дату можно условно считать моментом возникновения Московской математической школы.

Н.Д. Брашман проявлял устойчивый интерес к методологическим и философским вопросам, связанным с математикой и механикой. В его речи «О влиянии математических наук на развитие умственных способностей» он цитирует Платона, Цицерона, Декарта, Паскаля, Локка, упоминает Пифагора, Анаксагора, Демокрита, Сократа, Аристотеля, Эпикура, Пиррона и других. Федор Алексеевич Слудский (1841–1897), его ученик, занимался методологическими проблемами механики, связанными с понятием «силы», полемизировал с Кирхгофом и Секки. Василий Яковлевич Цингер

---

* Работа выполнена при поддержке РГНФ. Проект № 08-03-00049а.

[1] Далее МФМШ.

(1836–1907) критиковал позитивизм Конта, рассматривал кантовскую философию математики в связи с открытием неевклидовой геометрии. Его речь «Ньютон как математик» посвящена методологии геометрии, где автор сравнивает достоинства аналитических и синтетических методов. Цингеру принадлежит перевод классического труда М. Шаля «Исторический обзор происхождения и развития геометрических методов».

Николай Васильевич Бугаев явился организатором (вместе с Брашманом) Московского математического общества. В ряде работ он выдвигал целый комплекс философских и методологических идей, которые могут быть названы «аритмологическими», и философскую концепцию «эволюционной монадологии». Резонанс аритмологии наблюдается в сочинениях Виссариона Григорьевича Алексеева (1866–1944?), Павла Алексеевича Некрасова и Николая Ивановича Шишкина. В.Г. Алексеев находил применение комбинаторики и теории инвариантов алгебраических форм в химии; его работы в этом направлении были оценены современниками и занимают достойное место в истории науки; также он намечал пути аритмологической антропологии. П.А. Некрасов активно использовал аритмологические идеи в социологии. В работе Н.И. Шишкина «О психофизических явлениях с точки зрения механической теории» выражена попытка применить идеи аритмологии в психологии, а «Пространство Лобачевского» демонстрирует его интерес к философским и методологическим проблемам, связанным с неевклидовой геометрией.

Общая тенденция, просматриваемая за предложенным перечнем, позволила П.А. Некрасову говорить не просто о Московской математической школе, а о Московской философско-математической школе. В поле тяготения этой математической традиции улавливается стремление помнить, что науки математические «находятся в весьма близком отношении к философии»[2].

Всех представителей МФМШ объединяла твердая убежденность в общемировоззренческой и философской значимости математических конструкций и теорий. Так, речь Брашмана «О влиянии математических наук на развитие умственных способностей» была призвана «доказать, что надлежащие занятия математическими науками развивают способность верного и связного суждения, сосредотачивают внимание, увеличивают объем ума, приучают его к глубокомыслию и изобретательности»[3]. В своем выступлении Брашман стремился показать, что математические занятия ведут также к точности, ясности и краткости выражения и глубочайший

---

[2] Среди основателей этой школы П.А. Некрасов называл как раз Н.В. Бугаева, Н.Д. Брашмана, В.Я. Цингера, Ф.А. Слудского, а среди ее основных представителей – В.Г. Алексеева и Н.И. Шишкина. См.: Некрасов П.А. Московская философско-математическая школа и ее основатели. – М., 1904.

[3] Брашман Н.Д. О влиянии математических наук на развитие умственных способностей. Речь, произнесенная в торжественном собрании Императорского Московского университета июня 17 дня 1841 года. – М., 1841, отд. отт. – С.17.

взгляд на природу посредством математики «возвышает воображение»[4], «возвышает нравственность»[5]. «Все философы, своей ученостью и нравственностью приобретшие уважение, оказывали особую привязанность к математике», «если бы нужно было убеждать примером в том, что математика не только не вредит, но даже необходима философии и что без нее нельзя понимать важнейших философских сочинений, то я мог бы указать, между прочим, на логику Гегеля, требующую даже понятия о дифференциальном исчислении; но здравый смысл англичан избавляет меня от излишнего труда именовать всех знаменитых математиков-философов: они называют философом каждого, занимающегося приложением математики к природе»[6].

Н.В. Бугаев в речи «Математика как орудие философское и педагогическое» высказывает мысль, что математика призвана «обнять все разнообразные точки зрения, примирить противоречия, внести единство и гармонию в научное миропонимание», объединяющее «всю совокупность человеческих знаний», как «каждый факт внешней природы», так и «каждое проявление человеческого духа»; «математика есть то звено, которое, по нашему мнению, связывает науки внешнего и внутреннего мира»; неудивительно, что многие математики «делаются часто и естествоиспытателями и философами», стремясь применить «к другой сфере любимые и хорошо им знакомые приемы дедуктивного мышления»[7].

Речь В.Я. Цингера «Точные науки и позитивизм» также призвана обратить внимание на тесную связь математики и философии: «Высшие научные вопросы – вопросы об основаниях, способах и пределах познания, о приведении всего познания в единую систему и т.п. – составляют область философии», «Науки математические, несмотря на свою более скромную задачу, находятся в весьма близком отношении к философии. В их основе лежат и в них развиваются простейшие и наиболее общие понятия, каковы понятия о величине, о пространстве и времени, о материи и силе, о причине и действии; в науках о духе человеческом понятия эти имеют также основное значение. Умозрительный и вместе с тем стройный характер исследований в точных науках еще более сближает их с философией, математика является как бы одной из глав философии – главой, простейшей по содержанию, но особенно способной к счастливому и успешному развитию, превосходящей в этом отношении все другие науки. Отрицать близкое родство математики и философии нет никаких основ, и это не представило бы выгоды ни той, ни другой стороне. Науки эти необходимо и по-

---

[4] Там же.

[5] Там же. – С. 4.

[6] Брашман Н.Д. О влиянии математических наук на развитие умственных способностей. Речь, произнесенная в торжественном собрании Императорского Московского университета июня 17 дня 1841 год. – М., 1841, отд. отт. – С. 7, 15.

[7] Бугаев Н.В. Математика как орудие философское и педагогическое. Речь, произн. в торжеств. собрании Имп. Моск. ун-та 12.01.1869. – 2-е изд. – М., 1875. – С. 3, 19, 20.

мимо наших намерений и предубеждений пополняют друг друга; и если математика, отвергая философское значение, погрешает тем, что впадает в явное противоречие, т.к. все содержание и все приемы ее исследований входят в область философии, то философия, пренебрегая математикой, грешит еще более, устраняя из области мысли те познания, в которых точная и строгая мысль проявляется с наибольшей силой, в самых убедительных формах и самыми очевидными результатами»[8].

Таким образом, намечается общая тенденция московской школы понимать математику либо как часть философии, либо как область, находящуюся с ней в близком родстве; вырабатывается точка зрения, согласно которой сама специфика математического предмета подводит математика к философским размышлениям.

Показательно отношение Н.Д. Брашмана к традиционной логике: «Эта наука полезнее в риторике, для обнаружения софизмов, скрытых под метафорами и гармоничными выражениями, которые часто увлекают ум; она полезнее там, где нужно поразить и запутать противника в диспуте, нежели где истинно желаемо доказать или открыть истину». Логика «совершенно бесполезна для изобретения или для доказательства известных истин. Вообще размышление, как практическое действие ума, приобретается вернее и основательнее практическим способом, нежели изучением правил, как всякое искусство». И лучший такой практический способ – занятия математикой[9].

Мысль Н.Д. Брашмана находит свое отражение в высказывании В.Я. Цингера: математические науки должны служить «образцом и типом строгого мышления»[10]. Преимущества математики над логикой подчеркивается Н.В. Бугаевым: «Строгий логический процесс, при помощи которого создается здание, великое здание математики, служит самым лучшим средством для воспитания логики, рассудочной стороны мышления»; «В самом деле, нигде последовательность доказательства не доходит до такой строгости, нигде софизмы и неверности силлогизма не обнаруживаются с такой очевидностью. В этом отношении математика имеет громадное преимущество перед другими науками»; «Только математические науки, по своей очевидности и красоте, способны во всей чистоте обнаружить все особенности строгой и последовательной мысли»[11].

Убеждение, что именно математика дает образец правильного строгого мышления, логика заимствует дедуктивный вывод у математики, математика шире логики, становится общим местом у московских математиков. Преимущества математики, по их мнению, связаны со специфично-

---

[8] Цингер В.Я. Точные науки и позитивизм // Отчет и речи произнесенные в торжественном собрании Императорского Московского Университета 12 января 1874 г. – М., 1874, Отд. отт. – С. 2-3.
[9] Брашман Н.Д. Указ соч. – С. 18-20.
[10] Цингер В.Я. Указ соч. – С. 4.
[11] Бугаев Н.В. Указ. соч. – С. 18, 22-23.

стью характера опоры ее понятийных конструкций на созерцание, с ролью воображения в их разворачивании.

Так, рассуждая «о духе и умственной деятельности в математических доказательствах», Н.Д. Брашман пишет: «Математика приучает не только переходить постепенно от одного суждения к другому, но и, почти без помощи понятий, обнимать все в едином созерцании»; «точность основных понятий», «непреложность начал», «необходимая связь между понятиями и суждениями» основываются в математике на «сознании яснейшего созерцания»; именно эта особенность математики делает ее «орудием ума», благодаря опоре на «яснейшее созерцание» математические понятия обладают столь высокой определенностью; математика также приучает нас «к строгому употреблению языка»[12].

Н.В. Бугаев указывает на тесную связь занятий геометрией со способностью «воображения в области пространственных форм» и содействует развитию этой способности. Внешняя сторона воображения «заключается в количестве понятий, идей, образов, внесенных в сознание путем наблюдения и опыта»; внутренняя сторона «заключается в процессе сопоставления этих идей, фактов, наблюдений по известным законам ассоциаций»; математические науки приучают рассудок «сближать идеи и факты в области тождества, сходства и контраста по величине, изощряют ум замечать малейшие оттенки в этом направлении»[13].

Ссылаясь на И. Канта, В.Я. Цингер отмечает, что «причина особенной простоты и убедительности в математике заключается, главным образом, в источнике ее основных понятий, именно в способности чистого наглядного представления. В этой способности ум находит опору и поверяет себя как при установке начальных математических понятий, так и во все продолжение исследования»[14].

Осознание близости математики и философии, преимущества математики перед традиционной логикой в «открытии новых истин», подчеркивание творческой роли образного аспекта математических понятий нашли свое отражение во взглядах П.А. Флоренского. Творчество великого русского мыслителя выходит далеко за рамки МФМШ, однако он всегда с почтением относился к своим учителям и внес вклад в развитие их идей.

Проведем анализ взглядов П.А. Флоренского на соотношение математики, логики и философии через выявление позиции мыслителя относительно различных направлений, сложившихся в основаниях математики в первой трети XX века: логицизма, формализма и интуиционизма.

Многие замечания Флоренского свидетельствуют о том, что к программе логицистов он относился без энтузиазма, так как считал, что свести математику к чистой логике, по существу, означает «очистить» математику

---

[12] Брашман Н.Д. Указ соч. – С. 12-13, 20-21.
[13] Бугаев Н.В. Указ. соч. – С. 23-24.
[14] Цингер В.Я. Указ соч. – С. 50-51.

от интуиций. «При ближайшем рассмотрении подобных попыток, – пишет он, – всегда оказывается, что сами они изобилуют интуициями (с одним лишь отличием – бледностью и расплывчатостью их), проводимыми украдкою и выдаваемыми за чистую логику. Но если бы и в самом деле математика сводилась к чистой логике, то еще – большой вопрос, как должна быть понимаема самая логика и что лежит в основе ее законов»[15].

В примечаниях к «Столпу» имеется одно замечательное место, из которого совершенно ясным становится тот культурный контекст, в котором Флоренский рассматривал попытки логицистов. Рационализм, говорит он, есть выражение стремления «диалектически породить доказываемое». Это относится как к рационализму Фихте, Шеллинга, Гегеля, марбуржцев, так и к рационализму логицистов. «В сущности, все они заняты одною задачею, изгнать из области мысли все то, что не построено чисто логически, т.е. рационализировать все мышление. Но все же наиболее последовательно и строго эта «логизация» науки, чрез посредствующее звено «арифметизации», проводится в области основ математики. Однако нельзя не видеть, что интуиция, изгоняемая за дверь, у всех их, в том числе и у математиков, неизбежно влетает в окна. Но, как мужественная попытка, как опыт наглядного приведения к абсурду самого принципа рационалистического, все эти течения в высокой степени интересны и поучительны»[16]. Логицисты, как и все последовательные рационалисты, стремятся свести человеческое мышление к его рассудочной составляющей, но сохранить при этом действенность познания. Очевидно, им это не удается – они подменяют, сами того подчас не замечая, чисто рассудочное познание, рассудочно-образным, символическим познанием.

Конечно, о. Павел ни в коем случае не отрицает важность логического аспекта математических рассуждений, однако сведение всего богатства математики только к этой составляющей он справедливо считает неприемлемым. Математика, согласно Флоренскому, есть символическое описание и относится не к рассудочному, а к рассудочно-образному, т.е. более высокому, уровню познания. Тем не менее, понимание науки как языка, внимание к вопросу отношения языка к реальности, сближают позицию Флоренского с логицизмом и сложившимся под его влиянием лингвистическим направлением в обосновании математики.

Тот характер, который имеют у о. Павла критика логицизма, рассуждения о роли интуиции в математике и логике, сближают его позицию с интуиционистско-конструктивистским направлением в основаниях математики. Подтверждением являются следующие слова Флоренского: «Чтобы придумать математический механизм, необходима ясность математиче-

---

[15] Флоренский П.А. Физика на службе математики // Социалистическая реконструкция и наука. – М., 1932. – Вып. 4. – С. 43.

[16] Флоренский П.А. Столп и утверждение Истины. Опыт православной теодицеи в двенадцати письмах. // Флоренский П.А. Сочинения: В 2 т. – М., 1990. – Т.I (1-2). – С. 625-626.

ских рассуждений; но и придумать математическую формулу – это значит уметь конструировать. Формула есть воплощение отвлеченных понятий в некотором конкретном материале – в слове, в буквах, в знаках; она есть конструкция, она необходимо содержит в себе деятельность инженера, как, в свой черед, инженерные сооружения непременно воплощают в себе некоторую математическую мысль»[17]. Естественно, вспоминается сравнение математика со столяром у Г. Вейля.

Однако полное отсутствие подчеркиваемого Брауэром субъективизма во взглядах Флоренского на математику, убежденность в возможности адекватного словесного воплощения математического образа, принятие актуальной бесконечности как важнейшего понятия математики свидетельствуют о том, что позиция о. Павла не вписывается в рамки интуиционистско-конструктивистских взглядов и далеко не во всем согласуется с ними.

Понимание математики как символического описания на первый взгляд роднит позиции Флоренского и Гильберта. Более того, проблему формы о. Павел считал одной из важнейших в понимании реальности. Однако форма для Флоренского неотделима от содержания, и математические формы благодаря своей «отвлеченности» и емкости являются благодатным полем для разнообразных интерпретаций, позволяющих продуцировать новые смыслы. У Гильберта же символы вырождаются в знаки, лишенные всякого смысла, что делает метаматематику автономной дисциплиной и закрывает ее от взаимодействия с другими областями культуры.

Что касается проблемы непротиворечивости математики, то прямых высказываний Флоренского по этому вопросу нет, однако общий контекст его взглядов, а также ряд косвенных высказываний позволяют представить его позицию достаточно отчетливо. Так, в «Автореферате» о. Павел писал, что он «считает всякую систему связною не логически, а лишь телеологически и видит в этой логической обрывочности (фрагментарности) и противоречивости неизбежное следствие самого процесса познавания»[18]. Для о. Павла непротиворечива лишь безжизненная схема; всякое же живое познание неизбежно противоречиво, неизбежно антиномично: будь то религиозный догмат или теория множеств. Антиномичность для Флоренского скорее аргумент не «против», а «за» некоторую теорию – она сигнализирует о реальном соприкосновении с жизнью, о реальном взаимопроникновении познающего и познаваемого.

Наконец, кардинальное различие философско-математического синтеза, в наиболее полной форме представленного в творчестве Флоренского, и программ обоснования математики заключается в целевых установках. Так, главной задачей логицизма, формализма, интуиционизма является обоснование математического знания, и для ее решения представители

---

[17] Флоренский П.А. Физика на службе математики // Социалистическая реконструкция и наука. – М., 1932. – Вып. 4. – С. 46.

[18] Флоренский Автореферат // Флоренский П.А Сочинения: В 4 т. – М., 1994. – Т.1. – С.40.

указанных направлений вынуждены обращаться к философии. Философско-математический синтез нацелен на раскрытие вопросов философского порядка, для чего элементы математики вписываются в философский дискурс, а также (в более широком контексте) способствует формированию цельного мировоззрения.

Учитывая, что современная ситуация в духовной культуре по отношению к математическому знанию характеризуется распадом единого поля теоретизирования на три относительно самостоятельные, хотя и тесно взаимосвязанные между собой области: (1) собственно математика; (2) философия математики и (3) собственно философия[19], философско-математический синтез, несомненно, относится к области (3) и поэтому позволяет рассматривать конфликтующие между собой направления не как исключающие друг друга, а как взаимосвязанные и взаимодополнительные точки зрения, вскрывающие различные аспекты феномена математики, обогащающие ее образ и раскрывающие новые грани для соприкосновения математики с другими областями культуры, взаимосвязи с философией и расширения границ нашего мировосприятия.

[19] См. Мануйлов В.Т. Аналитическая и конструктивная философия математики // Наука и философия на рубеже тысячелетий: перспективы и горизонты: Тезисы докладов Всероссийской научной конференции. – Курск, 1995. – С.57.

А. А. Побережный
(Курск)

ОНТОЛОГИЧЕСКИЕ И ГНОСЕОЛОГИЧЕСКИЕ УСТАНОВКИ В НЕКОТОРЫХ КОНСТРУКТИВИСТСКИХ ИНТЕРПРЕТАЦИЯХ ЛОГИЧЕСКИХ ОСНОВАНИЙ МАТЕМАТИКИ*

В статье рассматриваются онтологические и гносеологические установки логических оснований математики в трех разновидностях математического конструктивизма: в интуиционизме Брауэра – Вейля, в конструктивизме школы А.А. Маркова и в немецком конструктивизме эрлангенской школы.

* * *

Математический конструктивизм – это теория, интерпретирующая математические утверждения как истинные, если и только если они доказаны, и как ложные, только если они опровергнуты. Данная теория основана на генетическом, конструктивном мышлении. Ей соответствует генетический метод построения научной теории. Конструктивизм противостоит платоновской интерпретации, которая рассматривает математические положения в их отношении к сфере вневременных математических объектов.

По определению А.А. Маркова, конструктивная математика – «… абстрактная, умозрительная наука о конструктивных процессах, о нашей способности осуществлять такие процессы и их результатах – конструктивных объектах»[1].

Из достаточно широкого многообразия видов метатеоретической конструктивности[2] в статье будут рассмотрены интуиционизм Л. Брауэра, конструктивизм А.А. Маркова и эрлангенский конструктивизм. Под онтологическими установками будем понимать ответ на вопрос, какие типы математических объектов допустимы в математических рассуждениях, а под гносеологическими — на вопрос о том, какие гносеологические операции и процедуры допустимы с подобными объектами.

а) Интуиционизм

Определение интуиционизма можно найти в книге А. Гейтинга «Обзор исследований по основаниям математики. Интуиционизм. Теория доказательства». Согласно определению А. Гейтинга, к «интуиционистам» принадлежат математики, которые принимают два следующих принципа: «… 1) Математика обладает не только чисто формальным, но и

* Работа выполнена при поддержке РГНФ. Проект № 08-03-00049а.

[1] Марков А.А. О логике конструктивной математики. – М.: Знание, 1972. – С.4.

[2] См., напр.: Мануйлов В. Т. Гносеологические основания конструктивности математического знания // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск девятый // Предисловие В.Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск, гос. ун-та, 2007. – С. 43 – 62.

содержательным значением; 2) Математические предметы непосредственно постигаются мыслящим духом; следовательно, математическое познание не зависит от опыта» [3].

Математическое содержание этого определения смешано с философским. Первое положение направлено против «логицизма», надеявшегося построить все здание математики из одних формальных логических элементов. Второе положение сочетает логическую характеристику математического познания – как базирующегося на непосредственном интеллектуальном усмотрении основных истин математики – с философским выводом, согласно которому математическое познание выступает как познание непосредственное, интуитивное.

Математика интуиционистской школы обычно рассматривается в контексте кризиса оснований математики, вызванного обнаружением известных парадоксов и антиномий. Однако в ряде работ Брауэра обнаруживается, что автор озабочен не обоснованием корректности математических процедур, а исследованием когнитивной деятельности мысли как таковой. При этом он имеет явное намерение основать принцип существования в математике на исходных структурах мысли. Им предпринимается попытка трансцендентального анализа, призванного обосновать основные математические понятия как производные от форм интеллектуальной деятельности.

Брауэр представляет когнитивную активность человека в виде последовательности ясно отличимых друг от друга восприятий. В работе «Об основаниях математики» он писал так: «Человек наблюдает в мире последовательности событий, причинные цепи, разворачиваемые во времени. Основным феноменом этого наблюдения является сама интуиция времени, в которой происходит повторение восприятий или действий. Эта интуиция обнаруживается как последовательность моментов, разбивающих жизнь на последовательность вещей, качественно отличимых друг от друга»[4]. Не само по себе восприятие определяет структуру мысли. Брауэр выделяет нечто, называемое «элементарный акт мысли», который описывает как разделение моментов жизни на качественно различные части, которые, будучи разделены лишь временем, могут быть снова объединены.

Интуиционистская математика, в отличие от гильбертовской метаматематики, своим предметом имеет абстрактные математические объекты. Однако, в отличие от классической математики, она принимает менее сильные идеализации осуществимости. Подобного рода идеализации составляют гносеологические основания интуиционистской математики и

[3] А. Гейтинг. Обзор исследований по основаниям математики. Интуиционизм. Теория доказательства. (Русское издание). – М.— Л., 1936. – С. 9.
[4] Brouwer L.E.J. On the foundations of Mathematics // Collected Works. V.1. Philosophy and Foundations of Mathematics. Amsterdam – Oxford – New York. – P.99.

служат критерием для оценки математических суждений. Правда, сами интуиционисты связывали эти идеализации с идеалистическими толкованиями интуитивной ясности оценок математических суждений. На самом деле принятие тех или иных идеализаций диктуется научно-практическими задачами, а не условиями некой «праинтуиции», к которой прибегали интуиционисты[5].

Гносеологические основания интуиционистской математики состояли в принятии принципов, допускающих построение математических объектов в рамках абстракции потенциальной осуществимости и наличия эффективных методов оценки истинности математических суждений. С этими гносеологическими основаниями не согласовывалась классическая логика обычной математики, основанная на традиционном понимании истинности суждений. Поэтому интуиционистская математика, в силу допускаемых ею идеализаций, должна была выработать новую логику, которая была бы адекватной этим идеализациям. Интуиция математического «интуиционизма» не есть интуиция ставшего, данного, завершенного, замкнутого, наличного в своей завершенности. Понятие о математическом объекте есть, согласно взглядам «интуиционистов», понятие об объекте становящемся, появляющемся не как целиком или вполне данное, а как данное лишь посредством построения. Под обоснованием математики интуиционисты понимали удаление из предмета математики всех тех объектов, существование которых предполагает более сильные идеализации, чем идеализации, допускаемые интуиционистами. Тогда из предмета математики устраняются актуально бесконечные множества. Но потенциально бесконечные последовательности остаются, так как их существование укладывается в рамки интуиционистских идеализаций. Уверенность интуиционистов в непротиворечивости построенной на интуиционистских принципах математики основана на том, что эффективные процессы построения никогда не приведут к противоречию. Критики интуиционизма главный недостаток интуиционистского обоснования видят в том, что в интуиционистски обоснованной математике сильно сужается предмет обычной математики, а интуиционистски приемлемая часть обычной математики после переосмысления в терминах интуиционистской математики становится зачастую более сложной. Конструктивность математических объектов не появляется в математике интуиционистской школы как нечто само собой разумеющееся. Для Брауэра она оказывается необходимым следствием анализа когнитивной деятельности человека. Структура математического рассуждения (как его представляет Брауэр) отражает прежде всего эту деятельность, более того, является наиболее чистым ее выражением. Из методов математики интуиционисты считали интуитивно ясными и допустимыми лишь методы, основанные на указа-

---

[5] Петров Ю.А. Математическая логика и материалистическая диалектика (проблемы логико-философских оснований и обоснований теорий). – М.: МГУ, 1974. – С. 186 – 187.

нии способов построения математических объектов и доказательств. Поэтому истинность суждений о существовании понималась ими отлично от классического понимания и для интуиционистской математики потребовалась специальная логика. Такая логика была создана учеником Л.Брауэра А. Гейтингом[6].

Основная идея интуиционистской логики состоит в запрещении переносить на бесконечные множества принципы, верные для конечных множеств (положение о том, что целое больше части, исключенного третьего закон и др.). Различны точки зрения классической и интуиционистской логики на понятие бесконечности: первая рассматривает бесконечность как актуальную, завершенную, вторая – как потенциальную, становящуюся (актуальная и потенциальная бесконечность). Для интуиционистской логики характерно индуктивное построение (конструирование) объектов и логико-математических теорий в целом. Основные отличия между классической и интуиционистской логикой касаются свойств отрицания, однако во многих случаях и без отрицания формулы классической логики не могут быть утверждаемы в интуиционистской логике.

Интуиционистское исчисление предложений было развито в виде формальной системы на основе следующих аксиом:

I $\vdash p \to (p \wedge p)$.

II $\vdash (p \wedge q) \to (q \wedge p)$.

III $\vdash (p \to q) \to [(p \wedge r) \to (q \wedge r)]$.

IV $\vdash ((p \to q) \wedge (q \to r)) \to (p \to r)$.

V $\vdash q \to (p \to q)$.

VI $\vdash (p \wedge (p \to q)) \to q$.

VII $\vdash p \to (p \vee q)$.

VIII $\vdash (p \vee q) \to (q \vee p)$.

IX $\vdash ((p \to r) \wedge (q \to r)) \to ((p \vee q) \to r)$.

X $\vdash \neg p \to (p \to q)$.

XI $\vdash ((p \to q) \wedge (p \to \neg q)) \to \neg p$.

Правилами вывода являются обычные правила вывода классического исчисления предложений. В основе брауэровского подхода к интуиционистской логике лежит систематическое использование понятия доказуемости как конструктивного метода установления истинности логико-математических утверждений. Например, в рамках этого подхода классический логический принцип исключённого третьего «А или не А»

[6] Гейтинг А. Интуиционизм. М., 1965, гл. 7.

становится неверным, так как его конструктивное прочтение утверждает наличие общего метода доказательства A или установления того, что A недоказуемо.

Интуиционисты построили целую новую математику, включая теорию континуума и теорию множеств[7]. В этой математике встречаются понятия и различия, которых нет в классической математике. В отличие от классической математики, «интуиционистская математика оказалась менее мощной и во многих случаях более сложной»[8].

б) Марковский конструктивизм

В отечественной математике несколько позже возникло аналогичное направление, которое развивал А.А. Марков и его ученики, известное под названием конструктивной математики (марковский конструктивизм). Идеи интуиционизма были восприняты и переработаны на новой методологической и философской основе. Прежде всего, свободно становящаяся последовательность была заменена уточненным понятием алгоритма. Алгоритм вносит: а) точность предписания, не оставляя места произволу; б) возможность решения по одной и той же программе любой из некоторого класса задач, отличающихся значениями каких-либо параметров (массовость алгоритма); в) направленность, организуя на достижение известной цели и гарантируя искомый результат. В 30-х г. прошлого века А.А. Марковым развито понятие нормального алгорифма, серьезно повлиявшего на развитие конструктивных методов. Нормальный алгорифм есть стандартное предписание, определяемое его схемой. Благодаря предписанию любое слово алфавита (последовательность символов или букв, образуемая из символов, принятых в данном алфавите) может быть преобразовано в некоторое другое слово. Алгорифм определяет и окончание процесса, хотя последнее может и не наступить. Несколько позже были выработаны уточнения общего понятия алгоритма и была создана теория алгоритмов (алгорифмов), давшая эффективный способ построения математических объектов и истолкования истинности математических суждений. А.А. Марков на основе введенного им понятия «нормального алгорифма» разрабатывает «теорию алгорифмов», на основе которой создается конструктивная логика и конструктивная математика. По определению А. А. Маркова, «алгорифм есть предписание, однозначно определяющее ход некоторых конструктивных процессов». Формально конструктивисты восприняли интуиционистскую логику, однако были отброшены некоторые абстракции последней, а введение новых понятий и истолкование логических связок и истинности суждений были проведены на базе теории алгорифмов.

---

[7] См.: А. Гейтинг. Обзор исследований по основаниям математики. Интуиционизм. Теория доказательства.

[8] Клини С. Введение в метаматематику. М., 1957. – С.53.

Вместе с тем уточняются логические основания конструктивной математики. В ее фундаменте лежат те же логические установки, что и принятые интуиционизмом: ограничение области действия закона исключенного третьего, иное понимание операций отрицания, уточнение импликации.

Интуиционистские принципы конструктивности и интуитивной ясности исходных объектов, конструктивного построения математических объектов были полностью поддержаны конструктивным направлением, однако цель обоснования математики понималась здесь иначе. Как следует из работ А.А Маркова, конструктивное направление выделяет в «чистом» виде конструктивную часть математики и специально исследует именно эту часть в отвлечении от неконструктивных разделов математики. При такой постановке вопроса речь не идет об обосновании всей математики, разделении ее на обоснованную и необоснованную с тем, чтобы последнюю не считать приемлемой[9].

А.А. Марков охарактеризовал конструктивное направление в математике следующими словами: «Его суть состоит в том, что исследование ограничивается конструктивными объектами и проводится в рамках абстракции потенциальной осуществимости без привлечения абстракции актуальной бесконечности; при этом отвергаются так называемые чистые теоремы существования, поскольку существование объекта с данными свойствами лишь тогда считается доказанным, когда указывается способ потенциально осуществимого построения объекта с этими свойствами...»[10].

Конструктивным математическим объектом считается математический объект, исходные объекты в построении которого либо представлены для непосредственного чувственного восприятия, либо интуитивно ясно представимы, а процесс построения из исходных объектов данного объекта осуществляется с помощью алгоритмов. Конструктивная истинность математических суждений должна распознаваться также с помощью алгоритмов. Конструктивисты явно формулировали предпосылки построения конструктивной математики, к ним относятся: абстракция потенциальной осуществимости, абстракция отождествления и различения и абстракция алгоритма. В отличие от классической математики конструктивная математика не принимает абстракции актуальной осуществимости и актуальной бесконечности; при этом отвергаются так называемые чистые теоремы существования, поскольку существование объекта с данными свойствами лишь тогда считается доказанным, когда указывается способ потенциально осуществимого построения объекта с этими свойствами. Различия в осно-

[9] См.: Петров Ю.А. Роль философии в обосновании математики // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сб. статей. – Курск, 2003. – Вып.2. – С. 94 -133.

[10] Марков А. А. О непрерывности конструктивных функций // Успехи матем. наук. – М., 1954. Т. 9. – С. 226.

ваниях классической и конструктивной математики и обусловливают различия в понимании сути, целей и методов их обоснования.

От интуиционистского направления конструктивизм отличается, прежде всего, постановкой проблемы обоснования математических теорий. Как неоднократно подчеркивал представитель советской школы конструктивизма известный математик А. А. Марков, конструктивизм ставит своей задачей выделение конструктивной части обычной математики и изучение ее, так сказать, в чистом виде. Это имело большое значение, особенно в связи с развитием вычислительной математики[11]. Обоснование конструктивной математики предполагает конструктивное построение самих математических теорий. Разумеется, с точки зрения конструктивных критериев обоснования далеко не вся классическая математика будет обоснованной. Но вопрос не ставится так, что неконструктивные части математики должны быть удалены из математики. Они просто не входят в предмет конструктивной математики, а потому задача их обоснования или отбрасывания не входит в задачу конструктивизма. Принципы идеализации конструктивистов, так же как и интуиционистов, ограничены рамками потенциальной осуществимости как средства образования математических объектов. Однако эффективность процессов построения этих объектов и эффективность процессов истинностной оценки суждений об этих объектах понимается на основе уточненного определения алгоритма. Кроме того, интуитивная ясность утверждений о математических объектах не связывается ни с какой «праинтуицией». Она объясняется спецификой принимаемых конструктивизмом идеализаций.

Конструктивная математическая логика во многом следует за интуиционизмом. В частности, понимание дизъюнкций и теорем существования в марковском конструктивизме очень близко к интуиционистскому. Конструктивистская точка зрения на закон исключенного третьего очень близка к точке зрения Брауэра. Вместе с тем имеются и существенные расхождения между «конструктивизмом» и «интуиционизмом». А.А. Марков пишет об этом следующее: «Прежде всего, мы не считаем наши построения чисто умственным занятием. Умственный, умозрительный характер имеют не сами построения, а наши рассуждения о них, в особенности, когда на сцену выходит абстракция потенциальной осуществимости. Другой важный пункт расхождения связан с тем, что интуиционисты рассуждают о «свободно становящихся последовательностях» и рассматривают «континуум» как «среду свободного становления». Судя по описаниям интуиционистов, свободно становящиеся последовательности не являются конструктивными объектами и их нельзя «рассматривать», не привлекая абстракцию актуальной бесконечности. Таким образом, ин-

[11] Яновская С. А. Методологические проблемы науки. – М.: Мысль, 1972. – С. 196-197.

туиционизм выходит за рамки конструктивной математики, которая, тем не менее, может считаться его ответвлением»[12].

в) Эрлангенский конструктивизм

Конструктивная теория науки (эрлангенский конструктивизм) возникает в 60-х годах XX столетия. Немецкие учёные П. Лоренцен и В. Камла основали так называемую эрлангенскую школу философии науки (Wissenschaftstheorie. Конструктивизм Лоренцена представляет собой философское обобщение построенной им концепции оперативной (конструктивной) логики и математики. При исследовании проблем конструктивного обоснования геометрии Лоренцен опирался на идеи Г. Динглера.

Логика рассматривалась не как аксиоматическая или формальная, а, используя идеи интуиционистов, как логика диалога с определенной системой правил; диалога между двумя партнерами, пропонентом и оппонентом, и пошаговой проверки логической приемлемости их утверждений и доводов. Созданная П. Лоренценом и его учеником К. Лоренцем, конструктивная логика глубоко укоренилась в Германии. Оперативная точка зрения нашла важное применение в исследованиях оснований логики. Лоренцен пытался обосновать аксиомы логики посредством находящегося в распоряжении опыта, для доказательства утверждений, т.е. «посредством рефлексии условий возможности доказательства высказываний». Таким образом, в конструктивной или диалогической логике имеется методическое априори[13].

На основе этой логики П. Лоренцен разработал конструктивную философию математики, основным принципом которой явилось пошаговое построение математических объектов, причем каждый шаг должен быть проверяем. Тогда арифметика целых чисел образуется не как основанная на рекурсивных дефинициях, путем привязки к аксиомам Пеано, а путем логического абстрагирования, следующего за построением, схематическим проведением счета символов. В дальнейшем таким же образом можно прийти к точным определениям понятий множества, дифференциала, интеграла.

Формулируя программу эрлангенской школы и разрабатывая принципы философского конструктивизма, или конструктивного метода, Лоренцен подчеркивает роль языка при построении специальных научных дисциплин и человеческой практики в целом. Наука, как высшая форма обобщения повседневной практики, должна, по его мнению, быть сведена к «жизненному миру», к множеству человеческих и ценностных ориентиров. В этом контексте практику предваряет логическая пропедевтика, которая дает конструктивное обоснование практической философии на осно-

[12] Марков А.А. О логике конструктивной математики. – С.44 – 45.

[13] О конструктивной логике см. Lorenzen P.Lehrbuch der konstruktiven Wissenschaftstheorie. – Mannheim, Wien, Zürich: BI - Wissenschaftsverlag, 1987. – S. 65 – 88.

ве исследования типов моральных поступков, форм аргументации и человеческих норм. К середине 80-х годов в немецком конструктивизме сложилась концепция метатеоретического конструктивного обоснования математики, и в настоящее время она является реальной альтернативой аналитической философии науки, широко распространённой и общепризнанной в англоязычной философии[14]. В немецком конструктивизме обнаруживается философская традиция, связанная с анализом деятельности субъекта. Смысловую сторону идеи конструктивности образует диалог в мышлении, техническую – алгоритм.

[14] Мануйлов В. Т. Конструктивность как принцип обоснования научного знания // «Философские науки». – 2003. – №10. – С. 104–121.

Я.С. Яскевич

(Минск)

ИННОВАЦИОННО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ И ГНОСЕОЛОГИЧЕСКИЕ ПАРАДИГМЫ В РАЗВИТИИ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ И ТЕХНИКИ

В статье рассматриваются инновационно-методологические приоритеты классической и современной науки. Показывается, что современная философия и методология науки выявляет фундаментальные жизненные смыслы универсалий культуры, осуществляет междисциплинарный синтез различных подходов, синтез гуманитарного, естественнонаучного и технического знания. Выявляется проблемное поле и задачи современной методологии науки. На материале современной науки обосновываются стратегические задачи по формированию новых мировоззренческих ориентаций.

The paper displays the innovation and methodological priorities of classical and modern science. It's shown that the modern philosophy and methodology of science displays the fundamental living senses of culture categories, implements the interdisciplinary synthesis of different approaches and the synthesis of humanitarian, natural and technical knowledge as well. The problem fields and tasks of modern methodology of science. The modern science creates the basis for forming new world outlook orientations.

* * *

Современная наука как социальный институт не только обеспечивает условия формирования и трансляции научных знаний и ценностей, но и выполняет стратегические задачи по формированию новых мировоззренческих ориентаций современного человечества, обеспечивая органическое соединение идеалов истины и системы нравственных ценностей посредством диалога науки, искусства, морали и философии.

Формы рефлексивного осмысления научного познания: гносеология, методология и логика науки, философия науки

К основным формам рефлексивного осмысления научного познания с точки зрения его специфики и закономерностей относятся: теория познания; методология и логика науки; философия науки.

*Теория познания, гносеология, эпистемология (*от греч, gnosis – знание, logos – учение, episteme – знание) – раздел философии, в котором изучаются проблемы природы познания, отношения знания и реальности, исследуются всеобщие предпосылки познания, вопросы обоснования и достоверности знания, условия его истинности, возможности и границы познания, его формы и уровни. Обычно термин «эпистемология» употребляется как синоним термину «теория познания». Некоторые же философы (например, К. Поппер) относят к эпистемологии только изучение научного познания.

Логика науки – одно из направлений (или разделов) философской науки, которое занимается исследованием логических закономерностей научного познания, способов построения научных теорий, анализа специальных понятий, описания строения и структуры науки, функций научного знания, используемых в различных научных дисциплинах – математике, естествознании, социальных, гуманитарных и технических науках, логических процедур получения и обоснования знания, методов доказательства и опровержения.

Логика науки теснейшим образом связана с философией науки, социологией науки и психологией научного творчества. В отличие от *философии науки*, *логика науки* преимущественное внимание уделяет использованию средств формальной логики для анализа научного знания, а не историко-научным, *эпистемологическим и методологическим* средствам. Основные проблемы логики науки концентрируются вокруг построения теоретико-формальных, в идеале – формализованных моделей научного знания по сравнению с *социологией науки*, ориентированной на эмпирические исследования структуры, функций и форм деятельности научного сообщества, или по сравнению с *психологией научного исследования*, выявляющей психологические механизмы создания нового научного знания.

Истоки логики науки формируются в период становления экспериментальной науки в XVI – XVII вв. благодаря трудам классиков философии Нового времени (Галилея, Ф. Бэкона, Декарта, Лейбница и др.). Дальнейшей разработке логики науки способствовали *позитивизм* (Кант, Спенсер, Мах), *прагматизм* (Тирс, Джемс), *конвенциализм* (Пуанкаре), *операционализм* (Бриджмен), *индуктивное обоснование научного знания в XIX в.* (Дж. Гершель, У. Уэвелл, Дж. С. Милль, С. Джевонсон, П. Дюгем и др.).

Использование для анализа научного знания *средств математической логики* в XX в. (Дж. Буль, Г. Фреге, Б. Рассел и др.), фундаментальные работы *Рассела* по логическому атомизму и *Витгенштейна, логических позитивистов* (М. Шлика, Р. Карнапа, Г. Рейхенбаха, Ф. Франка), представителей *критического рационализма* (Поппер и др.) и *постпозитивизма* (Т. Куна, И. Лакатоса, П. Фейерабенда, Ст. Тулмина, Д. Агасси и др.), *логические исследования математического, естественнонаучного и гуманитарного знания* в России и Советском Союзе (Н. Лосский, А. Лосев, В. Асмус, Б. Седров, П. Копнин, В. Смирнов, А. Зиновьев, Д. Горский, М. Попович, В. Степин, В. Берков и др.) способствовали получению существенных результатов в развитии логики науки: различение научного и ненаучного знания; дедуктивно-номологическая модель научного объяснения; логический анализ методов эмпирического и теоретического уровней научного исследования; разработка логических методов оценки истинности научных теорий; структура и динамика научных проблем и т.д.

Первоначально *методология* рассматривалась как учение о методах мышления, которое входило в качестве составной части в логику (логика Пор-Рояля, учение о методах мышления Лейбница, Х. Вольфа, Д.С. Милля). У Канта, хотя методология и входит в состав логики, однако ее цель и структура расширяются, становясь частью наукоучения с анализом методов постижения системы теоретического знания. Учение о методе у Гегеля рассматривается как часть метафизики, совпадающей с логикой и с наукоучением. В состав логики как науки он включает рассмотрение не только научного метода, но и самого понятия науки.

В последующем, в интерпретации методологии науки наблюдаются различные трактовки – от рассмотрения ее как учения о способах совершенствования нашего мышления (Зигварт) до понимания ее как учения о методах отдельных наук – математики, физики, химии, биологии, психологии, истории, экономики и др. (В. Вундт, В. Виндельбанд).

В первой четверти XX в. наблюдается процесс отделения методологии от логики и превращения ее в исследовательскую область философии. В специальных науках разворачивается методологическая рефлексия, формируются альтернативные методологические программы, усиливается интерес к теоретико-вероятностным методам, критическому анализу опыта, языка науки. С середины 60-х годов наблюдаются интенсивные логико-методологические исследования в отечественной философии – от методологии истории до методологии физики, биологии, системных исследований, семиотики (В.С. Библер, А.Я. Гуревич, Н.В. Овчинников, И.С. Алексеев, Э.М. Чудинов, В.С. Степин, И.Т. Фролов, Р.С. Карпинская, Ю.М. Лотман, Э.Г. Юдин, В.Н. Садовский и др.).

Методологию науки можно охарактеризовать как *учение о методе научно-познавательной деятельности.* Научный метод – это система регулятивных принципов и приемов, с помощью которых достигается объективное познание действительности. Успех научного поиска во многом определяется правильностью выбранного пути, точностью самого метода исследования. Известный русский физиолог И. П. Павлов отмечал, что «метод держит в руках судьбу исследования», «от метода, от способа действия зависит вся серьезность исследования».

Однако методологию нельзя сводить только к исследованию операций, методов научного познания, хотя знание о таких методах и операциях является одной из целей методологического анализа. Методология изучает все компоненты научной познавательной деятельности в их взаимосвязи. Она выявляет способы формирования нового знания в их зависимости от исследуемого объекта, исторически сложившихся познавательных средств, целей и установок познающего субъекта, исследует механизмы взаимоотношений норм и нравственности, науки и культуры, истины и ценности. Таким образом, методология представляет собой своего рода *самосознание науки, осознание путей и методов эффективного решения познавательных задач.*

В методологии науки по степени общности можно выделить три основных уровня исследования науки. Первый уровень составляет анализ *специальных методов,* обеспечивающих решение некоторого класса конкретных задач в рамках той или иной науки (физики, химии, истории, психологии и т.д.).

Второй уровень образует анализ методологических принципов и идей, которые, хотя и принадлежат к сфере конкретно-научного знания, но имеют более широкую сферу применения, чем специальные методы. Эти идеи и принципы целенаправляют разработку специальных методов определенной науки и предстают в качестве своего рода методологических регулятивов данной науки. Они часто приобретают статус *общенаучный.* В качестве примеров можно указать на такие принципы современной физики, как принципы дополнительности, соответствия, инвариантности, наблюдаемости; на идеи системного подхода и системные методы, имеющие общенаучный статус; на аксиоматический метод, приведший к прогрессу математики и успешно применяемый в других областях научного знания. В современной культуре это синергетические модели мира.

Третий уровень — *философско-методологический анализ механизмов порождения нового научного знания*, выступающий в роли наиболее общих методологических регулятивов научного исследования, на котором осмысливаются общие особенности объектов, исследуемых наукой, эксплицируются идеалы и нормы познания, принятые в науке на некотором этапе ее исторического развития, а также осуществляется перестройка таких идеалов и норм, с тем чтобы обеспечить освоение новых объектов. *Философские принципы* служат методологическим основанием для перестройки и развития фундаментальных идей и принципов конкретных научных дисциплин, для разработки новых приемов и методов исследования, применяемых в этих дисциплинах. Исследовательская деятельность, связанная с движением от философского метода к идеям и принципам, лежащим в основании конкретных наук, составляет сердцевину *философской методологии исследования науки*.

Прежде всего, в силу интенсификации исследований и ускорения темпов научного прогресса, в науке все более часто осуществляются трансформации фундаментальных понятий и принципов конкретных наук, а в результате научных революций происходит радикальная ломка ее оснований. Так, развитие естествознания XX столетия дает картину по существу непрерывной цепи научных революций, которые поочередно охватывают то одну, то другую отрасль науки.

Во-вторых, возрастание роли методологии науки на современном этапе обусловливается усложнением структуры современной науки, усилением коммуникативных связей, появлением «стыковых» наук, возникающих на базе их междисциплинарного синтеза.

В-третьих, в современной методологии происходит трансляция методов конкретных наук – естественнонаучных и гуманитарных – из одной сферы в другую, осуществляется взаимодействие их методологических дискурсов, что обусловливает необходимость критической парадигмы методологического дискурса.

В-четвертых, явно просматривается необходимость поиска и становления новых мировоззренческих ориентиров в контексте радикальной трансформации современного общества. Учитывая же высокий статус науки в рамках техногенной цивилизации, на нее возлагаются серьезные задачи по предъявлению человечеству обновленных ценностно-мировоззренческих приоритетов.

Философия науки – философское направление, исследующее науку как социокультурный и эпистемологический феномен, структуру и развитие научного знания, взаимосвязь науки и морали, науки и искусства, идеалы и нормы науки, ценностные ориентации ученых, этос науки, ее философские основания, природу научных революций и т.д.

Термин «философские науки» введен Е. Дюрингом («Логика и философия науки», Лейпциг, 1878). Истоки проблематики философии науки, структуры и развития научного знания восходят к Платону и Аристотелю. В эпоху Нового времени и позже философия науки вместе с теорией познания становится одной из центральных проблем философии (Ф. Бэкон, Декарт, Лейбниц, Кант, Гегель и др.). Как *особое направление философия науки* формируется в XIX в. в трудах У. Уэвелла, Дж. С. Милля, О. Конта, Г. Спенсера. Этот период актуализации интереса к науке был связан с ростом социальной значимости научного труда, становлением дисциплинарно организованной науки, дифференциацией «наук о природе» и «наук о духе», исследованием психологических и индуктивно-логических процедур эмпирического познания.

Второй этап динамики философии науки (1900-1920) связан с осмыслением революционных открытий на рубеже XIX – XX вв., формированием теории относительности и квантовой механики, радикальным пересмотром оснований науки со стороны как философов, так и ученых (Э. Мах, М. Планк, А. Пуанкаре, А. Эйнштейн, В. Гейзенберг и др.).

Третий этап (1920 –1940) – «аналитический», был инициирован идеями раннего Л. Витгенштейна и программой анализа языка науки, разработанной классическим неопозитивизмом (Венский кружок и Берлинская группа – М. Шлик, Р. Карнап, Ф. Франк, Г. Рейхенбах и др.). Ставится задача создания унифицированной науки по образу математического естествознания, с помощью логических методов проясняется отношение между эмпирическим и теоретическим уровнями знания и т.п.

Четвертый этап (1940–1950) позднего неопозитивизма связан с критикой догм эмпиризации, тщательным изучением логики научного объяснения, исследованием вопроса редукции теорий и построения моделей структуры научных теорий (У. Куайн, Э. Нагель, Г. Гемпель, П. Бриджмен и др.). Расширяется проблемное поле философии науки, предметом исследования становится история, исторический закон и т.д. Оформляется концепция логики научного исследования К. Поппера с разграничением контекста открытия и контекста обоснования, демаркацией науки и метафизики, методом фальсификации и теорией объективного знания. Усиливается тенденция по критике основных догм неопозитивизма, особенно с выходом работы У. Куайна «Две формы эмпиризма», переводом книги К. Поппера «Логика научного исследования», работ Т. Куна, М. Полани.

Следующий, *поспозитивистский этап* в развитии философии науки, примечателен дискуссией между представителями «исторической школы» и «критического реализма». Философия науки превращается на этом этапе в междисциплинарное исследование. Обсуждаются проблемы реконструкции исторической динамики научного знания, эвристической роли метафизики в развитии науки, неустранимости социокультурных детерминант научного познания (М. Полани, С. Тулмин, Т. Кун, И. Лакатос, Дж. Агасси, П. Фейерабенд и др.). Возникает взаимовлияние философии, ряда естественнонаучных дисциплин, социальной психологии и когнитивной социологии науки.

Начиная с 1960-х г. проблематика философии науки существенно обновляется, возрождается интерес к философским измерениям науки, смещается акцент от проблем структуры научного знания к проблемам его роста, социокультурной детерминации, истории научных открытий, соотношению научной и других типов рациональности, выявлению мировоззренческих и социальных проблем науки (В.С. Степин, В.С. Швырев, В.Н. Порус и т.д.).

В 1970-1980 г. намечается тенденция к распространению наработанных в рамках естествознания моделей на анализ социальных и гуманитарных наук. Наряду с активно развивающимися философско-методологическими исследованиями исторической науки, целенаправленно развиваются методология экономической науки, психологии, социологии, социальной антропологии, юридической и политической наук.

Специфика методологии естественнонаучного знания: от классики к современной науке

Методология естественнонаучного познания – тип рационально-рефлексивного знания, направленный на изучение, совершенствование и конструирование методов познания мира в естествознании, выявление механизмов становления и функционирования нового научного знания, его философской и социокультурной детерминации, обоснование этикогуманистических приоритетов, междисциплинарных стратегий и прогнозов развития[1].

Как особая отрасль методология естествознания начинает оформляться в XVII в. благодаря исследованиям Ф. Бэкона и Р. Декарта, специально изучавшим методы научного познания и являющимся основоположниками соответственно эмпиризма и рационализма. Значительный вклад внесли в разработку методологических проблем Т. Гоббс, И. Ньютон, Г.В. Лейбниц, И. Кант. В этот период методология научного познания, как и само научное познание, еще не выделились из философии.

В первой половине XIX в. происходит становление дисциплинарного естествознания, оно полностью отделяется от философии, становясь самостоятельной областью познавательной деятельности. К середине XIX в. начинают формироваться основы специализированной методологии естественных наук (Дж.Ст. Милль, У. Уэвелл, У. Джевонсон и др.).

В конце XIX – начале XX в. важную роль в становлении методологии естественных наук сыграл позитивизм (второй его этап – эмпириокритицизм, связанный с осмыслением новых открытий в науке).

Создание специальной и общей теории относительности, квантовой механики инициировало в 1920-х годах глубинный методологический анализ естественных наук, закономерностей их развития, специальных методов познания (А. Эйнштейн, Н. Бор, М. Борн, В. Гейзенберг и др.), привело к формированию аналитической философии и «третьему позитивизму» – неопозитивизму.

В 1960 гг. большой интерес возникает к концепциям социальной детерминации естественнонаучного знания, для которых характерна антиметодологическая направленность (Т. Кун, П. Фейерабенд).

В рамках так называемой познавательной методологии науки вместе с тем возникли концепции, оказавшие существенное влияние на современную методологию науки (концепция «парадигм» Т. Куна, методология научно-исследовательских триграмм И. Лакатоса и др).

В рамках методологии естественных наук выявляются такие проблемы, как специфика естественнонаучного познания, объекта и субъекта познания, методов познания, анализ фундаментальных методологических принципов научного познания.

Методологические принципы, будучи ядром научного метода, представляют собой общие требования, предъявляемые к содержанию, структуре и способу аргументации научного знания, регулирующие, направляющие и ориентирующие научную деятельность. К числу методологических принципов естественнонаучного познания относятся:

- принцип подтверждаемости (принцип верификации);
- принцип фальсифицируемости (опровергаемости);
- принцип наблюдаемости;

---

[1] Берков В.Ф. Философия и методология науки. – Минск, 2004. – С. 5, 15-18, 57-78.

- принцип простоты (направлен против произвольного размножения гипотетических сущностей – «бритва Оккама);
- принцип инвариантности (симметрии);
- принцип системности (согласованности);
- принцип дополнительности (предложен Н. Бором при интерпретации квантовой механики: для полного описания квантово-механических объектов нужны два взаимоисключающих («дополнительных») класса понятий классической и неклассической механики; применим не только в физике, но имеет более широкую методологическую значимость – в психологии при использовании интроспективного наблюдения, в культурологии при интерпретации диалога культур и т.д.).

В зависимости от специфики научного познания, исторического развития науки, ее возможностей проникать в тайны мира, выделяют следующие типы исследуемых систем:

- малые (простые) системы;
- большие (сложные) саморегулирующиеся системы;
- сложные саморазвивающиеся системы[2].

Образцами малых (простых) систем выступают механические системы. *В технике* – это машины и механизмы эпохи первой промышленной революции и последующей индустриализации: паровая машина, двигатель внутреннего сгорания, автомобиль, различные станки и т.д.; *в науке* – объекты, исследуемые механикой. Образ часов как простой механической системы был доминирующим в науке XVII – XVIII вв. и первой половины XIX в. (мир устроен как часы, которые однажды завел Бог, а дальше они идут по законам механики).

Для *описания* простых систем достаточно исходить из того, что совокупность свойств их отдельных частей исчерпывающе определяет свойства целого, т.е. часть внутри целого и вне целого обладает одними и теми же свойствами, связи между элементами подчиняются лапласовской причинности. Пространство и время предстает как нечто внешнее по отношению к таким системам, состояния их движения никак не влияют на характеристики пространства и времени. Все эти категориальные смыслы составляют своеобразную матрицу описания механических систем, которые выступали образцами малых (простых) систем. В науке – это объекты, исследуемые механикой. Не случайно, что образ часов как простой механической системы был доминирующим в науке XVII – XVIII вв. и первой половине XIX в.

Большие системы обладают новыми характерными признаками. Они дифференцированы на относительно автономные подсистемы, в которых происходит массовое, стохастическое взаимодействие элементов. В системе существует особый блок управления, прямые и обратные связи между

---

[2] См. подробнее: Степин В.С. Саморазвивающиеся системы: новые стратегии деятельности // Вестник Российского философского общества. – 2003, №2. – С. 14-29; Он же: Теоретическое знание. – М., 2000.

ними и подсистемами, что обеспечивает целостность системы. *В технике* – это станки с программным управлением, заводы-автоматы, системы управления космическими кораблями, автоматические системы регуляции грузовых потоков с применением компьютерных программ и т.п. В *живой природе и обществе* – это организмы, популяции, биогеоценозы, социальные объекты и т.д.

Специфические характеристики в больших саморазвивающихся системах приобретают категории целого и части, причинности и др. Целое уже не исчерпывается свойствами частей, возникает системное качество целого. Часть внутри целого и вне его обладает разными свойствами.

Причинность здесь не может быть сведена к лапласовскому детерминизму (имеет ограниченную сферу применения) и дополняется идеями «вероятностной» (с учетом стохастического характера взаимодействий в подсистемах) и «целевой причинности» (действие программы саморегуляции как цели). Новые цели возникают и в пространственно-временных описаниях. Например, в ряде ситуаций вместе с представлениями о внешнем времени вводится понятие «внутреннего времени» (биологические часы и биологическое время, социальное время).

Сложные саморегулирующиеся системы – это тип системных объектов, характеризующийся развитием, в ходе которого происходит переход от одного типа саморегуляции к другому. Здесь существует иерархия уровневой организации элементов, способность порождать в процессе развития новые уровни, которые оказывают воздействие на ранее сложившиеся, перестраивая их. В результате система обретает новую целостность, формирует новые подсистемы. Перестраивается блок управления, возникают новые параметры порядка, новые типы прямых и обратных связей. К саморазвивающимся системам (в терминологии В.С. Степина – «человекоразмерным» объектам, в которые включен сам человек) относятся современные компьютерные сети, «глобальная паутина» Internet, все социальные объекты, рассмотренные с учетом их исторического развития и статуса и роли человека в них.

При формировании новых уровней организации происходит перестройка прежней целостности, появление новых параметров порядка, что требует для описания таких систем включения новых смыслов в категории части и целого, причинности. Категория причинности связывается с представлением о превращении возможности в действительность. Целевая причинность, понятая как характеристика саморегуляции и воспроизводства системы, дополняется идеей направленности развития, которую не следует толковать как фатальную предопределенность. Случайные флуктуации в точках бифуркации формируют структуры, которые ведут систему к некоторому новому состоянию и изменяют вероятности возникновения других ее состояний.

Новые характеристики в саморазвивающихся системах приобретают категории пространства и времени. Появление новых уровней организации сопровождается изменением ее внутреннего пространства-времени.

Магистральной линией *науки Нового времени*, специфицирующей сущность происходящей в ней научной революции, становится наметившийся еще в античности (у Аристотеля) процесс преодоления дихотомии мира идеализированных конструкций и эмпирического материала и проявившийся в поздней схоластической логике в виде отдельных разработок индуктивной методологии, а также в эпоху Возрождения в ориентации на опытное изучение природы. Причиной тому были не только когнитивные процессы, происходящие в это время в науке, покидавшей «башню из слоновой кости» и нацеленной на предметно-преобразующую деятельность, но и социокультурные предпосылки. *Наука, обретая собственную независимость, вместе с этим, а может быть, и в силу этого выходила за рамки абстрактно-теоретических построений, расширяла возможности дедуктивной аргументации, обогащалась прагматическими параметрами и измерениями.*

В исследованиях Галилея, рассматривающего опыт, наблюдение, эксперимент с природными явлениями как самое надежное средство отыскания истины, четко выступает *новая ценностно-мировоззренческая установка экспериментально-математического естествознания, обусловившая пересмотр идеалов обоснования научного знания.*

Для научной аргументации Галилея характерен *органический синтез точного целенаправленного эксперимента с количественно-математической обработкой данных опытного исследования, что становится эталоном естествознания конца XVI – начала XVII века.* Природа, с его точки зрения, написана математическим языком и чтобы понять ее необходимо сначала изучить ее язык и знаки – треугольники, круги, шары, конусы, окружности и другие математические фигуры.

Внутренний синтез эмпирического и рационального, исследование эмпирически постижимых явлений с точки зрения бесконечности произошел в индуктивистской «физике принципов» И. Ньютона в его «Математических началах натуральной философии». Ньютон, по словам А. Эйнштейна, *не только создал гениальные методы, он в совершенстве владел всем известным в его время эмпирическим материалом и был исключительно изобретателен в нахождении математических и физических доказательств.* С помощью математического мышления Ньютону удалось логически подойти к количественному, согласующемуся с опытом описанию закономерностей природы. Природа выступила как единая стройная система, в которой все взаимосвязано и эта зависимость описана математическими выражениями.

Идеал классической науки, который воплощен в концепции Ньютона в наиболее «чистом» виде, Ампер выразил следующим образом: *Начать с* *наблюдения фактов, изменять, по возможности, сопутствующие им условия, сопровождая эту первоначальную работу точными измерениями, чтобы вывести общие законы, основанные всецело на опыте, и, в свою очередь, вывести из этих законов, независимо от каких-либо предположений о природе сил, вызывающих эти явления, математическое выражение этих сил*.

Однако, несмотря на высокий уровень теоретичности, на строгую логико-математическую аргументацию, в которой содержались и элементы наглядности, аналогии, примеры, рассчитанные на восприятие научных положений широкой публикой, а также на наличие отвечающих духу времени теологических аргументов, согласно которым бог «присутствует всегда в самих вещах» и мир не мог возникнуть из хаоса только по законам природы, но создан по «замыслу разумного агента», а также на согласие ньютоновских вычислений с астрономическими наблюдениями, т.е. *несмотря на то, что теория тяготения была доказана, она у многих вызывала сомнения и была принята научным сообществом далеко не сразу. Причиной этому были инертность мировоззренческих убеждений и когнитивных идеалов «внешнего оправдания» и «внутреннего совершенства»,* ибо строго математический анализ астрономических опытных фактов не признавался еще научным сообществом гарантией надежности логического хода рассуждений.

Потребовалось более полстолетия, чтобы «приручить» научные академии, в том числе и Парижскую академию наук, к «притяжению», к признанию того, что Ньютон своим законом тяготения создал научную астрономию, разложением света – научную оптику, теоремой о биноме – научную математику и познанием природы сил – научную механику.

Сформированные классической наукой приоритеты научного знания определили его развитие вплоть до научной революции конца XIX – начала XX века. Однако уже во второй половине XIX столетия возникает необходимость пересмотра ряда методологических принципов и установок классической науки в связи с открытием закона сохранения и превращения энергии, разработкой термодинамики и электродинамики.

Синтез динамики и термодинамики требовал перехода от микроскопического уровня к макроскопическому, к формированию такого типа обоснования, который бы позволил обобщить физику движения и траекторий, распространив ее на системы, описываемые термодинамикой. *Впервые такой подход осуществил Больцман, который использует в своем исследовании теорию вероятности поведения сложных систем, состоящих из определенного количества частиц.* Не удивительно, что статистическое обоснование Больцманом второго начала термодинамики как одного из самых общих законов физики, толкование его с точки зрения вероятности и случайности *абсолютно не вписывалось в традиционную парадигму со строго заданными параметрами, казалось неприемлемым, непонятным* *для большинства ученых*. Статистическую механику Больцмана воспринимали не более как измышления «математического террориста», и только в конце XIX века работы Больцмана в этом направлении привлекли внимание и вызвали научную дискуссию.

Характерно, что впервые существование объективных статистических законов было выявлено не в естественнонаучной области, а в экономической науке. К. Маркс, оценивая заслугу бельгийского ученого, астронома, физика и статистика Кетле, который в своих трудах по статистике подвергал статистическому исследованию различные стороны общественной жизни, писал о том, что он доказал, что даже кажущиеся случайности общественной жизни, вследствие их периодической возобновляемости и периодических средних цифр, обладают внутренней необходимостью. Открытие Марксом и Энгельсом объективных экономических законов, отличающихся от известных физических законов, не могло, конечно, изменить отношение физиков к статусу законов механики, где не было места случайности. Гармония, безраздельно царящая в мире звезд и земли, образцовый порядок и определенность, строгая заданность и предсказуемость распространялись и на понимание закономерностей развития человеческого общества

С необходимостью пересмотра методологических принципов и установок классической науки, критического отношения к традиционным представлениям о методах и средствах познания, гипотез, роли математики и фактов науки *Максвелл столкнулся при формировании теории электромагнитного поля*. Хотя он до конца жизни надеялся «привести электрические явления к области динамики» и стремился найти «механический образ» для описания изучаемых явлений, все же в своем творчестве *Максвелл выходил за рамки классической парадигмы, не считал, что с механикой Ньютона раз и навсегда установлен правильный путь познания и постоянно обнаруживал эвристический новаторский подход*. Физические исследования, писал он, постоянно обнаруживают перед нами новые особенности процессов природы, и мы вынуждены находить новые формы мышления, соответствующие этим особенностям. По сравнению со своими предшественниками, которые утверждали, что естественные науки, опираясь на опыт, продвигаются своим собственным путем, Максвелл *переоценивает и отношения физической науки с философией*, подчеркивая, что «в нашей повседневной работе мы приходим к вопросам того же рода, что и метафизики». В основе своей теория электромагнитного поля, созданная Максвеллом, не вписывалась в механическую картину мира и в значительной мере способствовала ее пересмотру.

Таким образом, с разработкой теории поля происходит постепенное размывание классических идеалов научного знания. Трансформируются различные ее виды, демонстрируя недостаточность ранее доминирующих механического объяснения, непосредственной проверки и подтверждения теоретических положений, особое значение приобретает интерпретация в результате использования гипотетических моделей и математической гипотезы.

Становление дисциплинарного естествознания в конце XVIII – первой половине XIX века сопровождалось перестройкой механической картины мира, наработкой новых способов аргументации в различных отдельных областях науки, что приводило затем к интеграции этих методов и обогащению науки в целом. Идеалы эволюционного объяснения, формирующиеся в биологии и геологии, механизмы химических превращений, раскрывающие «внутреннюю механику» атомов, свидетельствовали о сложности материального мира, который нельзя уже было объяснить, опираясь лишь на законы механики. Если на первых порах редукция к механическим представлениям всех других областей естество- и обществознания была оправданной и необходимой, то уже в первой половине XIX века, вследствие становления дисциплинарного естествознания, происходит обратный процесс, характеризующийся трансляцией наработанных в отдельных областях способов обоснования научного знания и их интеграцией.

Такой сложный процесс взаимообогащения и интеграции научного знания прослеживается на примере развития *экспериментальной, а позже – физической химии*. Для того чтобы химические концепции этого времени были приняты научным сообществом и вписаны в культуру, они с необходимостью должны были первоначально опираться на *господствующее механистическое мировоззрение. Именно в его рамках строились объяснения, давались определения используемых понятий, осуществлялась интерпретация химических явлений.* Только в этом случае они понимались и принимались научным сообществом.

Постепенно становилось ясно, что «внутренняя механика» атомов содержит в себе такие предпосылки, которые в состоянии привести к разрыву классической механики с многообразным и сложным миром химических процессов, демонстрируя тем самым, что «аксиомы механики» не столь всесильны в «рассуждениях химических». С помощью механистических аргументов «интимная сторона» внутреннего распределения вещества не раскрывалась.

По мере раскрытия механизма химических превращений все очевиднее становилось, что во внутренней структуре атомов содержался тот «камень преткновения», который разрушал мост, соединяющий классическую механику со сложным миром химических явлений. Свет небесной механики и молекулярно-кинетической теории не способен был проникать в «кладовую» атома.

Таким образом, «величественный период» классической науки, завершившийся становлением дисциплинарного естествознания, формированием термодинамики и электродинамики, развитием химии, биологии, геологии, физической химии, экономической статистики и других областей, приводил к пересмотру традиционных идеалов научного знания. Прежде всего, происходит явный отход от безусловной необходимости классической схемы обоснования «если..., то...», значимой для механистических процессов, где начальные условия задают строго детерминированный, предсказуемый, однозначный результат. Высказанная еще Эпикуром мысль об отклонении атома от прямой линии, его «свободе», необратимом характере развития получает естественнонаучное обоснование благодаря развитию термодинамики, статистической физики, становлению обществознания.

Для понимания и принятия научных положений приходилось прибегать к философскому анализу статуса различных познавательных процедур и методов научно-познавательной деятельности, а также к прагматически-технологическим, «производственным» средствам и аргументам для обоснования отстаиваемых концепций. Высоко развитая классическая наука подводила ученых к изучению тайн микромира, к революционной ломке общих представлений, понятий, способов обоснования. Этому способствовали великие открытия на рубеже XIX – XX веков.

Радикальные изменения, происходящие на рубеже XIX – XX вв. в науке, сопровождались изменениями в духовной культуре, философских основаниях научного познания, революционными открытиями в различных областях, что приводило к сильнейшей ломке классического рационализма. *Переход к неклассической науке был подготовлен всем ее предшествующим развитием, где в процессе становления дисциплинарного естествознания зарождались нетрадиционные идеалы научного знания, включались идеи развития, необратимости, случайности, непредсказуемости.*

Важнейшую роль в развитии теоретической науки играет, согласно Эйнштейну, работа по обоснованию научных понятий. Для создания такой системы необходимы *философский и естественнонаучный анализ оснований классической механики* и «большой авторитет» ее понятий, что и отличает подход Эйнштейна к формированию научного знания. По сути дела, теория относительности родилась в недрах теории электромагнитного поля Максвелла, представляющей собой как бы переходный мостик от классической к релятивистской науке. Сам Эйнштейн отмечал, что своими истоками специальная теория относительности обязана главным образом максвелловской теории электромагнитного поля. Он отмечал, что теория относительности является «не более чем следующим этапом развития теории поля», а свою работу, где излагалась специальная теория относительности, исходя из уравнений Максвелла, Эйнштейн назвал «К электродинамике движущихся тел». Самым увлекательным предметом во времена его учения, вспоминал Эйнштейн, была теория Максвелла. Переход сил дальнодействия к полям как основным величинам делал эту теорию революционной.

Поиск операционального статуса понятий пространства и времени, их экспериментальное обоснование и эмпирическая интерпретация явились для Эйнштейна определяющими при создании теории относительности. В классической физике, считает Эйнштейн, недостаточная обоснованность понятий пространства и времени была не только исторически неизбежна в силу низкого уровня экспериментальной деятельности, но и в некотором смысле необходимой, поскольку, не обнаружив неадекватность этих понятий природным явлениям, дала возможность создать классическую механику.

Операциональные приемы установления физического смысла понятий пространства и времени классической механики и оптики с помощью линейки, циркуля, маятника, оптических процедур и т.д. оказались неприемлемыми и неприменимыми к процессам, протекающим со скоростями, близкими к скорости света.

Специфический подход Эйнштейна при формировании специальной теории относительности, выразившейся *в синтезе философской и естественнонаучной аргументации, в поиске операционального статуса научных понятий, их философского обоснования, методологического и логического анализа, ибо теория относительности «сделала неизбежным методологический анализ основных понятий», во включении субъекта («наблюдателя») в структуру познавательной деятельности, проявился и в процессе построения общей теории относительности.*

Механизмы формирования общей теории относительности демонстрировали собой, что *теоретическое знание вступает в качественно новый этап, означающий, что опыт и наблюдение не являются единственным пунктом в создании фундаментальной теории.* Принцип эквивалентности, который лег в основу ОТО, не был выведен из опыта, да, по сути дела, и не был «навеян» им. Неотразимая аргументация Эйнштейна при обосновании принципа эквивалентности показывала, что *логического пути вывода фундаментальных понятий теории из наблюдения не существует.*

Традиционный путь построения фундаментальных теорий, соответствующий классической модели Милля, когда посредством индуктивных обобщений множества отдельных наблюдений и факторов создается логическая конструкция, не срабатывал при описании новой области. Как отмечал Эйнштейн в «Автобиографических заметках», он вынужден был прибегнуть к «акту отчаяния», означавшему иной путь построения «теорий-принципов», – как бы *«сверху», по отношению к опыту, через «открытие всеобщего формального принципа».*

Несмотря на то что индуктивного метода, ведущего от опыта к фундаментальным понятиям, не существует, в соответствии с чем в определениях понятий неизбежен момент изобретательности, конвенции и некоторой логической произвольности, *все же дефиниции связаны с наблюдаемыми величинами посредством операциональных определений.*

Наряду с теорией относительности, эпохальным открытием, решительно изменившим наши *представления о науке, культуре, о способах познания объективного мира, явилось создание квантовой теории.* Уже *первый этап квантовой теории*, «доборовский», связанный с открытием в 1900 г. Планком гипотезы квантов, определил специфику научного поиска в этой области. Постоянная Планка требовала пересмотра классических представлений о координатах и импульсах, обнаруживала недостаточность сферы влияния классической механики и, как и в случае формирования теории относительности, обусловила необходимость *философского обоснования возникающей теории, ее оснований, «обнажая» проблему статуса научных понятий классической механики в новой области.*

Попытки обосновать основную гипотезу о представлении энергии конечными порциями на основе классических представлений не приводили к положительным результатам. Неслучайно *гипотезу о квантах первоначально называли эвристической, рабочей гипотезой, математическим приемом.*

Второй период в развитии квантовой теории, связанной с обнаружением непреодолимых противоречий с электромагнитной картиной мира, с исследованием фотоэлектрического эффекта и открытием «квантов света», способствовал более адекватному восприятию, пониманию и принятию «квантов действия». Введя представление о квантах света, Эйнштейн придал новое содержание гипотезе Планка, показывая, что в неявном виде он использует гипотезу световых квантов.

Именно с этим периодом развития квантовой механики связано формирование *новых приоритетов методологического сознания, без которых невозможно представить современную науку*, перестройку физической картины мира, философское переосмысление проблемы корпускулярно-волнового дуализма, причинности, субъект-субъектных отношений, наглядности, формирование принципа дополнительности, направленного на обеспечение понимания и вписывания нового знания в культуру. *Проблема обоснования квантовой механики обнаруживала и формировала механизмы связи научного знания с контекстом культуры.* Через семантическую и эмпирическую интерпретацию, через поиск соответствующего наглядного образца частицы в физической картине мира, который и сейчас нельзя считать законченным, и развитие механизмов связи уравнений с опытом происходило развитие квантовой теории.

Первой последовательной теорией атома, объяснившей его устойчивость, демонстрирующей отказ от классической схемы обоснования научного знания со строго заданными параметрами и однозначностью, от модельных представлений происходящих в атоме процессов, от понятия динамической траектории и, вместе с ним, от детерминистского описания траектории, была *матричная механика Гейзенберга*. В дальнейшем *Борн и Иордан развили основные принципы Гейзенберга и показали, что с мате-*

матической точки зрения переход от классической к квантовой механике заключается в замене обычных чисел и действий над ними матрицами, представляющими собой таблицы дискретных величин, для которых определены свои операции сложения и умножения, непохожие на правила действий с обыкновенными числами.

Всего полгода спустя, *Э. Шредингер создал еще одну, волновую механику,* которая также убедительно объясняла строение атома. Необычайно быстро созданный математический аппарат квантовой механики, благодаря работам В. Гейзенберга, М. Борна, Луи де Бройля, Иордана Эрвина, Э. Шредингера, прямое экспериментальное подтверждение квантовой механики, а также широкое применение новой теории для объяснения основных спектральных закономерностей и построения с ее помощью более совершенных теорий электропроводимости, твердого тела, магнетизма и др., не снимали, а, наоборот, заостряли проблему *поиска физической интерпретации квантовой механики*. Она оставалась неполной, ибо смысл используемых величин и символов, операций и соотношений между ними оставался неясным. Необходим был период, как говорил Гейзенберг, «прояснения формальных основ».

К таким физикам, которых не устраивала ни формальная интерпретация квантовой механики, предложенная Гейзенбергом, ни «модельная» интерпретация Шредингера, в которой функция наглядно представлялась как электронное облако, принадлежал *Макс Борн*. Он предложил *вероятностную интерпретацию квантовой механики.* Подобно тому как в свое время статистическая механика Больцмана не встретила понимания и принятия со стороны его современников, вероятностная интерпретация квантовой механики не была принята многими физиками, среди которых были Эйнштейн, Шредингер, Планк из-за приверженности к «полному» детерминистическому описанию.

Неклассическая наука получила еще один пример того, *что логически и математически четко обоснованная теория не приводит к «немедленному» ее восприятию научным сообществом из-за приверженности к традиционным представлениям и стереотипам. Немаловажную роль в таком «неприятии» играют и этические аргументы.* Вероятностный язык «правильной» теории квантовой механики был во многом неприемлем из-за господствующих в обществе, восходящих к спинозовским идеалам представлений об абсолютном детерминизме природы и теории, внутренней гармонии и определенности, декартовским критериям ясности и отчетливости, непротиворечивости и полноты научного знания.

Сформулированный в 1927 г. В. Гейзенбергом принцип неопределенности фактически объяснял вероятностный характер квантово-механических расчетов, выражал невозможность получения точной однозначной информации о положении и скорости микрообъекта: нельзя одновременно и в то же время точно определить положение атомного объекта и длину его волны (т.е. уточнение при измерении координаты электрона ведет к уменьшению точности в определении его амплитуды).

Существенное углубление и уточнение предпринятого Гейзенбергом анализа квантово-механических связей было осуществлено *Н. Бором в его интерпретации квантовой механики, в результате чего был сформулирован принцип дополнительности.* Эту идею, принесшую обновление квантовой механики, «ставшую поворотной точкой человеческого познания и необратимо изменившую наши интеллектуальные перспективы как в науке, так и в других областях культуры», Н. Бор сформулировал в сентябре 1927 г. во время Международного физического конгресса в итальянском городке Комо.

Через принцип дополнительности Н. Бор проводит фундаментальную идею о том, что постклассическое развитие физики предполагает неизбежное обращение к понятиям классической физики. Без использования классических понятий в квантовой механике обойтись невозможно, ибо полученные результаты исследования должны быть поняты и сообщены другим людям.

Принцип дополнительности четко задавал условия квантово-механического измерения, при соблюдении которых невозможно было отвлекаться от экспериментальных средств, в которых эти явления наблюдаются. *Если в рамках классической схемы измеряемый объект жестко отделялся от прибора в процессе измерения, так как всегда можно было учесть условия его воздействия на прибор, то описание квантовых объектов включало существенное взаимодействие их с приборами*, «относительности к средствам наблюдения» (В.А. Фок).

Таким образом, неклассическая наука наработала такие приоритеты методологического сознания, которые основывались на включении субъекта в структуры социальной и познавательной деятельности, невозможности элиминации самой деятельности из основных понятий и выводов, учете средств наблюдения изучаемых явлений и объектов, операциональной определимости теоретических понятий, единства «определенности» и «измеримости», доказательности и конструктивности изучаемых теоретических объектов, привлечении вероятностных, статистических методов, категорий многомерности, альтернативности, поливариантности и гибкости. С особой силой они заявляют о себе в современной науке в связи с постижением сложных и сверхсложных систем.

Механизмы, трансформирующие идеалы современного научного знания, особенно интенсивно входят в науку во второй половине XX столетия через разработку *концепции ноосферы, идей нелинейной, «сильно неравновесной» термодинамики (школа И. Пригожина), синергетики, современной космологии, развитие системных и кибернетических подходов, идей глобального эволюционализма, так называемого «антропного космологического принципа».* Рассмотрим некоторые из этих концепций, чтобы выявить гуманитарно-ценностные ориентации и границы современной науки.

Вхождение «человекоцентристских» аргументов четко наблюдается прежде всего в *концепции ноосферы В.И. Вернадского, основанной на идее целостности человека и космоса,* а также целостности современной науки, в которой стираются грани между ее отдельными областями и происходит специализация скорее по проблемам, чем по специальным наукам. В 1926 г. в «Мыслях о современном значении истории знаний» Вернадский писал о том, что «XX век вносит со все увеличивающейся интенсивностью уже коренные изменения в миропонимание нового времени», что это время интенсивной перестройки нашего научного миропонимания, нас самих и окружающего, в искании смысла бытия. Эти процессы, связанные с революционными изменениями и открытиями в физике, химии, астрономии изменяют не только наши представления о материи, энергии, пространстве и времени, но означают и особый перелом, и скачок научного творчества и в другой области – «понимании положения человека в научно создаваемом строе мира»[3].

В соответствии с этим *идея господства над природой, рассмотрение ее как независимого от человека объекта с необходимостью сменяется идеей гармонизации человека и природы, человека и космоса, возрастанием ответственности человечества перед последующей эволюцией Земли во имя выживания и быстрейшего достижения ноосферы на всей планете и во всех областях*.

Во многом учение Вернадского о ноосфере обязано *наследию «русского космизма», в котором ярко и убедительно выражались гуманистические ценности, лежащие в самих истоках европейской цивилизации.* Уже во второй половине XIX в. многие представители русской мысли улавливали разрыв между рациональным «холодным» видением мира и бытием человеческого «Я», который силой возрождения гуманистических традиций пытались преодолеть и в области художественной литературы (Н. Гоголь, Ф. Достоевский, Л. Толстой), и в рамках естественнонаучного поиска, посредством построения целостных системных моделей (периодическая система Д.И. Менделеева; учение И. Сеченова, в котором человек выступает в единстве психического, физического и окружающей среды; научно-технические проекты Циолковского о выходе человека в космос и регуляции природных стихий; учение о единстве Земли и Космоса А.Л. Чижевского и др.), и в философской традиции (альтернативный рационализму, возрождающий гуманистические европейские традиции призыв к построению общей картины мира И. Киреевского, идеи о «регуляции природы» и земно-космической взаимосвязи Н.Ф. Федорова).

Современная наука обогащает учение о ноосфере новыми данными астрофизики и космологии, что позволяет рассматривать представления

---

[3] См.: Вернадский В.А. Размышления натуралиста. – М., 1977. – С.24.

Вернадского о возникновении жизни и разума на Земле как результат самоорганизации материи во всей Вселенной, т.е. космического процесса, в котором человеческий разум становится основным фактором его развития, детерминируя возможность наступления эпохи ноосферы.

Доминирующие в науке длительное время представления о принадлежности самоорганизации лишь живым системам постепенно утрачивали свои позиции под напором накопленных фактов, свидетельствующих о возникновении порядка из хаоса, новых структур и самоорганизации при определенных условиях и в неорганических системах. В настоящее время рассматриваются различные сценарии самоорганизации в широком классе неравновесных физических, химических, биологических и социальных систем: в физике (гидродинамика, лазеры, нелинейные колебания); в электротехнике и электронике; в химии (реакция Белоусова-Жаботинского); в биологии (морфогенез, динамика популяций, эволюция новых видов, иммунная система); в общей теории вычислительных систем, в экономике, экологии, социологии.

Новую дисциплину, исследующую совместное действие многих подсистем самой различной природы, в результате которого возникает структура и соответствующее функционирование, Г. Хакен (1978 г.) предложил назвать синергетикой.

Важнейшими характеристиками самоорганизующихся систем является их *нелинейность, стохастичность (непредсказуемость), наличие большого числа подсистем, открытость, необратимость (неповторимость)*.

При исследовании поведения сложноорганизованных саморазвивающихся систем необходимо учитывать следующее:

1. Переход от прошлого к будущему (проявление «стрелы времени» и необратимости), процесс самоорганизации материи осуществляется через достаточное проявление случайности и переход от неустойчивости к устойчивости, «порядку».
2. В состояниях, когда прежний порядок и основанная на них структура достаточно «расшатана» и система далека от равновесия, даже очень слабые флуктуации или возмущения способны усиливаться от сильной и мощной волны, способной разрушить старую сложившуюся структуру. Флуктуации определяют глобальный исход эволюции системы.
3. Детерминизм в таких неравновесных системах проявляется лишь в отдельных случаях в противовес рациональной модели динамики, где детерминизм представляется неизбежным следствием. Совместное действие стохастических и детерминированных «сил» («случайность» и «необходимость») переводит системы из исходных состояний в новые, определяя при этом, какие именно новые конфигурации реализуются.
4. В рамках данного подхода, несомненно, возникает потребность в *пересмотре сложившихся идеалов научного знания*. Это связано не только

с признанием неотъемлемости таких понятий, как вероятность, неопределенность, плюрализм, многовариантность, непредсказуемость и т.д. при формулировке доказываемых в науке положений и привлекаемых для этих целей аргументов, но и изменением формы отношений между доказываемой мыслью и мыслями, с помощью которых обосновывается истинность и приемлемость аргументируемого тезиса, т.е. *меняется само понятие логического следования.* Эта форма связи становится более гибкой, многоплановой, «релевантной», исключающей строго однозначный подход, поскольку появляется *«веер возможностей» развития системы в точках бифуркации,* когда система теряет стабильность и способна развиваться в сторону многовариантных режимов функционирования.

5. Несмотря на то что в такие моменты, когда система теряет стабильность, нельзя обосновать и предсказать характер развития системы с «желаемой» точностью, тем не менее *анализ причин усиления слабых флуктуаций до огромных, воздействующих на дальнейшее развитие системы, а также обоснование возможных вариантов развития «расшатанной» системы, далекой от равновесия, – вполне рациональный и необходимый акт.*

6. Предполагается также *оценочный анализ возникающих вопросов и возможных вариантов ответов на них*. Что произойдет, если ..., какой ценой будет установлен порядок из хаоса, какие последствия вызовет такое слабое «воздействие» на систему как..., какова значимость того, что погибнет и что возникает, если ... – такого рода вопросы свидетельствуют *о необходимости отказа от позиции беспрекословной «манипуляции» и жесткого контроля над изучаемыми системами.*

«Свобода выбора», случайность являются неотъемлемыми спутниками сложных объектов, как бы скрепляющими их структуру.

Глубинные мировоззренческие переориентации в способах описания и аргументации научного знания, связанные с развитием учения о биологической эволюции и ноосфере, неравновесной термодинамики и синергетики, способствовали возрождению в 60 – 70-е годы XX столетия *принципа глобального или универсального эволюционизма,* посредством которого описываются закономерности эволюционного процесса – в неживой природе, живом веществе и обществе. Язык глобального эволюционизма позволяет на современном этапе нарисовать некоторую целостную, непротиворечивую картину мира. Но самое главное, *через разработку принципа глобального эволюционизма, являющегося стержневой, фундаментальной, общей «конструкцией», происходит включение человека в эволюцию мирового процесса, что детерминирует глубокую мировоззренческую переоценку роли, места и сути современной науки,* идеалов ее аргументации[4].

Дальнейшее развитие человеческой цивилизации представляется с этих позиций как *коэволюция человека и биосферы, не подчинение одного*

[4] См. Яскевич Я.С. Философия и методология науки. Вопросы и ответы. – Мн., 2007. – С. 465.

другому, а гармоничный процесс совместного развития. Раскрывая суть принципа коэволюции, Н.И. Моисеев отмечает, что на определенной стадии развития общество уже нельзя понимать и изучать независимо, вне его связи с эволюцией природных процессов, так же как и человека – вне общества. Во имя выживания и благополучия человечества возникает необходимость в согласованности характера эволюции общества, производительных сил и природы. И если коэволюция, как характерная черта глобальной эволюции, реализуется на других уровнях механизмами естественной самоорганизации (приведя к образованию макротел она «продолжается» как космическая эволюция, возникнув в рамках предбиологической стадии развития материи, макропроцессы и микроэволюция «разворачиваются» в рамках биологической формы движения, дополняя эволюцию окружающей среды), то согласованность параметров развития природы и общества может осуществляться только благодаря человеческому разуму.

Концептуальные подходы о взаимосвязи и взаимообусловленности человека и Вселенной, синтез данных физики элементарных частиц, молекулярной биологии и космологии «молодой» Вселенной привели к появлению «антропной аргументации» и «антропных аргументов», выявляя тем самым «параллель между историей Вселенной и ее логической структурой».

Сформулированный в 1973 г. В. Картером «*антропный космологический принцип»* предметом анализа делает условия реализации реальной истории, событий (которые в принципе могли бы и не осуществиться), если бы не было чрезвычайно «тонкой подгонки», «подстройки» численных значений универсальных физических параметров и в результате не существовало бы физиков, способных размышлять над этими проблемами, т.е. речь идет *о происхождении и обусловленности системы законов Вселенной (номической ее структуры), определяющих ее строение и эволюцию.*

«Антропная аргументация» и «антропные аргументы» по-своему «вдыхают» историю в процесс глобальной эволюции Вселенной, ибо любая история, как подчеркивает И. Пригожин, должна отвечать условиям необратимости, вероятности, возможности появления новых связей.

Отказ от жестких средств обоснования научного знания, учет различных, действующих на систему параметров и обращение к концепциям случайных, вероятностных процессов демонстрируют на современном этапе и многие медицинские дисциплины. Кризис советской клинической психиатрии, как отмечают некоторые исследователи, во многом объясняется «пристрастием» к линейному принципу, согласно которому каждая (психическая) болезнь должна включать единые причины, проявления, течение, исход и анатомические изменения (т.е. одна причина дает одинаковый эффект). Такая «жесткость» в формулировке тезиса (постановке клинического диагноза), как свидетельствует современная медицина, ничем не оправдана, ибо нельзя не учитывать тот факт, что как неповторимы физические и духовные свойства отдельных индивидов, так индивидуальны проявления и течение болезни у отдельных больных.

Аргументация на основе «непогрешимого», «объективного», «непредвзятого» клинического метода, изложения «без личного толкования» является несостоятельной не только с логической точки зрения, демонстрируя неадекватность претензий клинического метода на индуктивное выведение законов, ибо в данном случае, как справедливо указывает Н.А. Зорин, система постановки клинического диагноза представляет собой не что иное, как суждение по аналогии, или индуктивное доказательство, когда на основе повторяемости симптомов и синдромов конструируется представление о законе, (нозологической форме), но и в морально-психологическом плане, поскольку лечение адресуется не к личности, как декларируется клинической психиатрией, а к болезни, т.е. лечится «болезнь, а не больной».

Отход от однолинейности и жесткости, обращение к теориям случайных процессов, диссипативных структур приведет, как считают некоторые специалисты, к обновлению психиатрии, ибо понятие болезни будет вероятностным, а ее возникновение в ряде случаев – принципиально непредсказуемым. В психиатрии появится свобода воли в ее термодинамическом выражении, что повлечет за собой и изменение суждения о «норме» и болезни, к размыванию «границы» между нормой и болезнью широким спектром адаптационных реакций, а суждение о «нормальном» будет изменяться вместе с обществом и в зависимости от модели медицины.

Осознание чрезвычайной сложности и целостности объекта исследования ставит современную психиатрию перед необходимостью включения в ее аргументационную систему описаний различного уровня (биохимического, поведенческого, социального), подобно принципу дополнительности Н. Бора, гибкости и многовариантности в постановке диагноза болезни, ориентации на конкретного человека, во имя фундаментального принципа медицины – «лечить не болезнь, а больного» и избежания этических «перекосов» (гипердиагностики и наоборот – презумпции болезни и т.п.).

В современной науке появились отчетливо выраженные реальные основания междисциплинарного синтеза знания. К ним можно отнести онтологические, методологические и аксиологические основания. Анализ человекоразмерных объектов невозможно осуществить в рамках одной научной дисциплины, только ее методами, поскольку любая отдельно взятая дисциплинарная онтология может задать лишь один срез объекта, но не в состоянии дать его целостное видение. Поэтому необходимо их анализировать не изолированно, а как часть более широкой, целостной системы, учитывая, что от манипулирования с этой частью зависит сохранение целостной системы. При изучении «человекоразмерных» объектов, которые становятся доминирующими в современном естествознании, поиск истины связан с гуманистическими ценностями и ориентирами.

В современной науке происходит трансформация идеала ценностно-нейтрального исследования. Объективное описание «человекоразмерных» объектов уже не только допускает, но имманентно предполагает включение аксиологических факторов в состав объясняющих положений. Возникает необходимость установления связей между внутренними ценностями науки и ценностями общесоциального характера. Если раньше аксиологические ориентации были имманентны лишь гуманитарному знанию, то в современной науке, в том числе и в естествознании, они приобретают универсальный характер. И эта общность ценностных параметров тоже может служить основанием междисциплинарного синтеза.

В 20 веке достаточно отчетливо обнаружилась новая тенденция взаимосвязи наук – интеграция естественнонаучного и социогуманитарного знания. Речь сегодня идет о взаимодействии биологического и социогуманитарного знания; взаимодействия, которое может повлиять на изменение в целом стратегии научного исследования и становление новых научных направлений[5].

Взаимодействие биологического и социогуманитарного знания обнаруживает себя в становлении новых междисциплинарных направлений. Это касается, прежде всего, такого междисциплинарного направления, как *биофилософия*. Термин «биофилософия» стал использоваться приблизительно с 70-х годов нашего столетия для обозначения самостоятельного научно-философского подхода, фиксирующего новый синтез биологического и философского знания. С точки зрения содержательного анализа *«биофилософия» рассматривается как комплексная, междисциплинарная отрасль знания, вскрывающая проблемы Универсума через призму феномена жизни.* В структуре биофилософского знания выделяют два основных уровня:

1) *фундаментальный уровень*, представленный философской рефлексией над жизнью, исследованием ее возникновения, места и роли в универсуме и позволяющий с достаточной отчетливостью проследить теоретическую связь биофилософии с естествознанием, философией науки, науковедением;

2) *прикладной уровень*, представленный материально-практическим отношением к живой природе, выходом биофилософии в сферу объективирования содержания ее идей в этологии, биотехнологии, биоэнергетике и т. п.

Биофилософия в современном социокультурном пространстве выполняет *ряд функций*: гносеологическую, прогностическую, проектно-

---

[5] Яскевич Я.С., Кузнецова Л.Ф., Барковская А.В. Современная наука: ценностные ориентиры. – Мн., 2003. – С.112

методологическую[6]. *Гносеологическая функция* биофилософии сопряжена с анализом структуры биофилософского знания и механизмов его получения, выявлением специфики субъект-объектных и субъект-субъектных отношений в развитии знаний о живом веществе и самой жизни. *Прогностическая функция* связывается с решением вопроса о будущем жизни, построением различных моделей развития будущей цивилизации. *Проектно-методологическая функция* биофилософии связана с социально-практическими, и прежде всего с экологическими, потребностями человека, т.е. с решением вопроса о том, как с помощью биофилософских программ выйти из кризисной экологический ситуации.

Биофилософия, как фундаментальное междисциплинарное направление, обеспечивает сегодня базу для оформления различных направлений, имеющих прикладной характер. Одним из таких направлений является *биополитика*. Этот термин используется с 60–70-х годов группой политологов из США и ФРГ (Г. Шуберт, П. Корнинг Х. Флор и др.) в различных значениях. *Первое значение*: термин «биополитика» используется для характеристики «биологических подходов, методов и данных в политологических исследованиях». Опираясь на результаты, полученные в этологии и социобиологии, биополитика преследует несколько определяющих целей: она ставит задачу *выяснения эволюционно-биологических корней человеческого общества и государственности*. При таком подходе полагается, что политическая система национального государства также является продуктом процесса эволюции, и это справедливо в той мере, в какой человек является эволюционирующим видом; биополитика выдвигает также задачу *исследования биологических основ и ограничения поведения индивидов и групп в политически важных ситуациях* (бунт, уличные шествия, избирательные кампании и др.); не менее актуальным с позиций биополитики является изучение влияния соматических факторов на политическое поведение людей (голод, пол, алкоголь, наркотики, невербальная коммуникация и др.), выявление психофизиологических, биохимических, биофизических коррелятов политического поведения.

Считается, что решение всех этих задач позволит на основе биополитических исследований разработать политические предсказания, экспертные оценки и рекомендации. Биополитика опирается на факты наличия в биосоциальных системах аналогов человеческих властных отношений (иерархий доминирования-подчинения), управляющих структур (подсистем принятия решения) и даже таких сложных квазиполитических форм поведения, как «молодежные бунты» в группе приматов.

Второе значение термина «биополитика» связано с ее интерпретацией как теории биоса. В этом значении биополитика исходит из того, что биоокружение выступает как среда и имеет утилитарное значение. Она яв-

---

[6] См.: Шаталов А.Т., Олейников Ю.В. К проблеме становления биофилософии // Биофилософия. – М.,1997. – С.22.

ляется необходимым условием выживания и дальнейшего развития человечества. Специфической особенностью теории биоса является рассмотрение жизни в этической, эстетической и культурной перспективах. Такая интерпретация биоса вносит в социум систему этических принципов, основанных на признании абсолютной ценности всех уникальных форм жизни на земле. Нетрудно заметить, что эти идеи коррелируют с идеями, развиваемыми в рамках так называемой экологической этики. Как отмечал Э. Ласло, «мы нуждаемся в новой морали, в новой этике, которая основывалась бы не столько на индивидуальных ценностях, сколько на необходимых требованиях адаптации человечества как глобальной системы к окружающей природной среде. Такая этика может быть создана на основе почтения к естественным системам».

В процессе взаимодействия таких наук, как биология, медицина и этика, формируется и *биоэтика*. Биоэтика как междисциплинарное научное направление, академическая дисциплина и социальный институт опредмечивается в контексте общей стилистики, характерной для постнеклассической науки последней трети XX века. В это время в ткань науки входят непривычные для классической науки идеалы блага человека и человечества, морали и добра, долга и ответственности за результаты, полученные в процессе научного изучения человекоразмерных объектов.

Внедрение в практику новых медицинских технологий (методов искусственного оплодотворения, суррогатного материнства, пренатальной диагностики), актуализация проблем трансплантации, эвтаназии, биомедицинских экспериментов, проводимых на людях и животных, необходимость морально-этического и правового регулирования возникающих в процессе биомедицинских исследований коллизий послужили своеобразным социальным заказом по отношению к становлению биоэтики.

Термин «биоэтика» предложил в 1970 г. американский онколог Ван Ренсселер Поттер. Он призвал объединить усилия представителей гуманитарных наук и естествоиспытателей (прежде всего, биологов и врачей), для того чтобы обеспечить достойные условия жизни людей. По Поттеру, «наука выживания должна быть не просто наукой, а новой мудростью, которая объединила бы два наиболее важных и крайне необходимых элемента – биологическое знание и общечеловеческие ценности.

Основная задача биоэтики – способствовать выявлению различных позиций по сложнейшим моральным проблемам, которые лавинообразно порождает прогресс биомедицинской науки и практики. Можно ли клонировать человека? Допустимы ли попытки создания генетическими методами новой «породы» людей, которые будут обладать высокими физическими и интеллектуальными качествами? Нужно ли спрашивать разрешения у родственников умершего при заборе его органов для пересадки другим людям? Можно и нужно ли говорить пациенту правду о неизлечимом заболевании? Является ли эвтаназия преступлением или актом милосердия?

Биоэтика призвана способствовать поиску морально обоснованных и социально приемлемых решений этих и подобных им вопросов, которые встают перед человечеством практически ежедневно.

Традиционные ценности милосердия, благотворительность, ненанесение вреда пациенту, нравственная ответственность медиков нисколько не отменяются. Просто в нынешней социальной и культурной ситуации они получают новое значение и новое звучание. Гораздо больше внимания уделяется моральной ценности индивида как уникальной и неповторимой личности.

Биоэтику развивают представители целого ряда дисциплин: врачи, биологи, философы, богословы, психологи, социологи, юристы, политики и многие другие. В этом смысле биоэтика представляет собой междисциплинарный феномен. Проблемы, порождаемые прогрессом биологии и медицины, столь трудны и многообразны, что для их решения необходимы совместные усилия людей, обладающих разными видами знания и опыта[7].

Современная парадигма биоэтики характеризуется радикальным поворотом от способов эмпирического описания врачебной морали к обостренной философской рефлексии над основаниями нравственности в биомедицинских исследованиях, своих собственных положений о моральных ценностях, расширением проблемного поля биоэтики с включением в нее не только нравственных, философских, но и правовых компонентов.

Процесс междисциплинарного синтеза научного знания, характерный для дисциплинарной организации науки, в новых условиях обретает новые формы. На предыдущем этапе можно было обнаружить синтетические тенденции, касающиеся в большей степени взаимоотношений между естественными и техническими науками, результатом чего явилось становление «стыковых» наук, таких как биофизика, биокибернетика, физическая химия и т.д. В настоящее время постепенно утрачивается традиционное противопоставление естественных и гуманитарных наук и устанавливается более тесное взаимоотношение между ними, основанное не на редукции социально-гуманитарного знания к установкам естественнонаучных дисциплин, а на продуктивном обмене идеями, принципами, понятиями, возникающем между ними.

Становление новых направлений происходит в 60–70-х годах, когда в методологических исследованиях все отчетливее осознается некорректность элиминации аксиологических факторов из состава научных положений, когда подвергается критике установка о ценностной нейтральности научного знания, длительное время господствующая в культурном пространстве науки. Эти процессы инициировали и разработку различных направлений в рамках экологической науки.

Понятие экологии ввел в 1858 г. представитель философии американского трансцендентализма Г. Торо, но в биоэкологическом контексте

---

[7] Биоэтика: Вопросы и ответы / Под ред. Б.Г. Юдина, П.Д. Тищенко. – М.: Прогресс-Традиция, 2005.

впервые оно было использовано в 1866 г. немецким биологом Э. Геккелем в работе «Всеобщая морфология организмов» для обозначения раздела биологии, в котором изучалось воздействие на организм неорганической и биотической среды. Полагается, что с этого времени экология приобрела статус самостоятельной биологической дисциплины. В данном качестве предпосылками ее оформления являются экологические идеи, которые развивались в русле геологических, географических и биологических наук. При определении ее предмета Э. Геккель исходил из установки, что «экология – наука, изучающая все сложные взаимосвязи и взаимоотношения в природе». В своей работе он сделал акцент на изучении, главным образом, физиологических механизмов взаимоотношения живых организмов с окружающей средой и тем самым редуцировал предмет экологии к физиологии[8].

Постепенно границы предмета экологии расширялись: понятием экологии начинают обозначать взаимосвязи в мире живого, а также между этим миром и косной средой. В результате данное понятие выходит за рамки физиологии, а в I четверти XX в. – биологии, проникает в сферу социологии, антропологии, антропогеографии, биогеографии и т.д. В это время наблюдается процесс формирования частных экологических дисциплин: организмоцентрическая биоэкология (животных и растений) разделяется на аутоэкологию (видов) и синэкологию (сообществ).

Современная экология как научная дисциплина структурно включает в себя общую (биоэкология), геоэкологию и прикладную экологию (экология человека, городов и т.д.).

Важное значение для формирования современного социально-экологического знания имеет концепция *«культурной экологии»* (А. Кардинер, Дж. Стюард и др.), изучающей процессы адаптации обществ к окружающей среде. Основной проблемой становится поиск ответа на вопрос – дают ли эти процессы начало внутренним социальным изменениям, т.к. культурная адаптация представляет собой единый процесс приспособления социума и его членов к условиям среды и ее преобразования в процессе деятельности. При этом измененная среда сама становится фактором эволюции культуры, что приводит к возникновению в ней качественно новых явлений.

Современная экологическая ситуация породила и массу разнообразных социоэкологических проектов: «социальная экология» (Р. Аттфилд, П. Зингер, Ф. Капра, Л. Уайт, Б. Скиннер, Ф. Сен-Марк, О. Леопольд, А. Печчеи, Дж. Пассмор и др.), «культурная экология» (Дж. Беннет, А.Кардинер, Дж. Стюард и др.),), «глубокая экология» (Ю. Дивалл, А. Дренгсон, А. Несс и др.), «экология человека» (Э. Берджес, Р. Маккензи, Р. Парк и др.), «новая этика выживания» (Р. Хардин), «экофилософия» (Х. Сколимовски), «новое сознание» (Г. Леонард, Дж. Робертсон), «экологиче-

[8] Барковская А.В. Антропологическая парадигма в философии природы. – Мн., 2000. – С.85.

ская безопасность», «устойчивое развитие» (Л. Браун, А.Д. Урсул) и многие другие. Все эти проекты ориентируют современного человека на сотрудничество с природой, исключая любые агрессивные формы социоприродного взаимодействия.

Философия техники, технической науки и виртуальной реальности

Научно-технические революции, создавшие в XX веке единое представление о научно-техническом прогрессе, актуализировали исследование в философии такого явления, как техника.

Философия техники – одно из значимых направлений в составе философского знания, нацеленное на осмысление многоаспектного *феномена техники*, требующего междисциплинарного подхода при системном исследовании техники в *историко-цивилизационном, культурологическом, методологическом, антропологическом, нравственно-эстетическом и аксиологическом контекстах*.

Имея глубокие корни еще в XVIII в. (связанные с появлением книги И. Бекмана «Руководство по технологии, или Познание ремесел, фабрик и мануфактур» – 1777 г.) и в XIX в. (в связи с выходом труда Э. Каппа «Основные черты философии техники» – 1877г.), современная проблематика философии техники оформляется в 60–70-е годы XX в. и включает в себя *сложный спектр мировоззренческих вопросов:* что такое техника как феномен культуры; какова ее роль и функции в цивилизационном развитии; каковы ее формы и границы воздействия на человеческое бытие; является ли техника благом для человечества и каковы сценарии перспектив дальнейшего цивилизационного развития современного общества на технической основе.

В терминологическом смысле речь идет о греческом слове *«tehne»,* имеющем несколько значений, а именно; 1) искусство, навык исполнения чего-либо, 2) артефакт (изготовленный человеком предмет инструментального назначения), 3) машина (хитроумное устройство, предназначенное для замещения рабочей силы человека, ее умножения, имеющее собственную двигательную основу).

В историческом плане принято говорить о технике как орудиях труда, машинах, механизированных и автоматизированных комплексах различного функционального назначения, информационных системах, совокупности коммуникаций (транспортных, промышленных, медицинских, образовательных, сервисных и др.).

Первым к проблеме оценки социокультурного статуса техники обратился Аристотель. Он сравнивал техническое творчество с научной деятельностью и самой природой. В конечном итоге он пришел к выводу, что конструирование техники входит в задачу ремесленников. А эти люди не имеют высокого социального положения: их труд напоминает скорее копирование аналогов из природы. В этом смысле ни техника, ни ремесленники не могут влиять на прогресс. Их статус определяется как нейтральный.

В новоевропейской философии отношение к технике и ее творцам начало изменяться. Во многом это было связано с тем, что начал меняться статус субъекта технического творчества. Эти изменения были отражены в работах Ф. Бэкона, Т. Гоббса, Р. Декарта, Б. Паскаля и заключались в том, что техника, переходящая из ремесленного занятия в профессиональную инженерную культуру, становится мощным фактором общественного развития, является разновидностью научной практики и должна входить в структуру научного исследования. Становилось ясно, что технических специалистов необходимо готовить по научным методикам как особого рода элиту, что рациональная техника требует свободного рынка инженерного труда и что техногенное развитие должно соотноситься с возможностями существующей природной системы.

Под влиянием этих идей в Британии началась промышленная революция, охватившая в последующем континентальную Европу. Начала формироваться система высшего политехнического образования. В XIX веке появились первые профессиональные сообщества инженеров. Некоторые из их членов активно занялись философскими проблемами техники (И. Бекманн, Г.М. Поппе, Э.Капп, Ф. Рело, А.А. Павловский, А. Ридлер, П.К. Энгельмейер и др.).

Инженеры пытались осмыслить ценностный статус техники в культуре и цивилизационном процессе. Так, в 1877 году Э. Капп издал книгу «Основные черты философии техники». В ней он обосновал органопроективную концепцию техники, согласно которой артефакты являются естественным продолжением органов человека. В конце XX – начале XXI веков эта идея получила практическую реализацию в развитии информационных систем (искусственный интеллект) и генной инженерии (создание искусственных органов и внедрение их в организм человека).

В 1896 г. работавший в Витебске инженер-железнодорожник А.А. Павловский издал книгу «Успехи техники и влияние их на цивилизацию». В ней он уделил внимание осмыслению феномена техники, инженерной деятельности, влиянию техники на домашний быт человека и положение женщины в технизированном обществе.

Предметом осмысления стал и статус самих инженеров в культуре. Эту задачу решил Т. Веблен, отметив, что общество исторически приобрело новую основу развития в лице техники на индустриальной стадии, после промышленной революции; что индустриальная система механизирована и регулируема; что логика чисто частнособственнических капиталистических интересов ведет человечество к катастрофе и многочисленным антигуманным последствиям.

Дж. Гэлбрейт еще больше абсолютизировал интересы инженеров и выдвинул лозунг развития техники ради самого научно-технического прогресса. Он утверждал, что задача техноструктуры заключается не в повышении благосостояния населения, а в создании условий для самой техники и производства.

Абсолютизация роли техники при очевидном игнорировании роли природы в системе культуры привела к тому, что технократизм, как определенная социокультурное течение, вылился в цивилизационную стратегию, практически полностью игнорирующую экологию и гуманитарные аспекты деятельности.

Первым тревожно начал писать об этом О. Шпенглер. В русле своей социал-дарвинистской модели культуры он отводил технике завершающую миссию погребения социальной системы, дошедшей в своем развитии до стадии цивилизации. Весьма похожими терминами в оценке техники оперировал и Н. Бердяев. Культура, по его мнению, духовна, глубоко индивидуальна и специфична и поэтому открыта переживанию. Цивилизация технична, в ней техника торжествует над духом, над организмом. Формируется бездуховная машинная система, уничтожающая индивидуальность, своеобразие, оригинальность. Этот процесс стал возможен по вине самого человека. И поэтому только он сам может его скорректировать и придать ему конструктивный смысл.

Много внимания уделял проблемам техники в своем творчестве Н.А. Бердяев. Он считал, что вопрос о технике стал вопросом о судьбе человека и судьбе культуры, что техника – это последняя любовь человека и он готов изменить свой образ под влиянием предмета своей любви. Технику следует понимать, по Бердяеву*, в более широком и более узком смысле*. «Техно» значит *и индустрия и искусство*. Мы говорим не только о технике экономической, промышленной, военной, технике, связанной с передвижением и комфортом жизни, но и о технике мышления, живописи, танца, стихосложения, духовной жизни. Повсюду *техника учит достигать наибольшего результата при наименьшей затрате сил.* В работе «Человек и машина. Проблема социологии и метафизики» Н.А. Бердяев анализирует характерный парадокс: без техники невозможна культура, с нею связано само возникновение культуры. В то же время окончательная победа техники в культуре, вступление в техническую эпоху влечет культуру к гибели, перерождению ее в нечто иное, уже не похожее на культуру.

В истории человечества Бердяев выделяет три стадии: *природно-органическую, культурную в собственном смысле слова и технически-машинную*, которым соответствует различное отношение духа к природе – погруженность духа в природу; выделение духа из природы и образование особой сферы духовности; активное овладение духом природы. Самый дух, создавший технику и машину, не может быть технизирован и машинизирован без остатка, в нем всегда останется иррациональное начало. Но техника хочет овладеть духом и рационализировать его. *Технизация духа, технизация разума может легко представляться гибелью духа и разума*. Человеку, как писал Бердяев, удалось вызвать к жизни, реализовать новую действительность, что свидетельствует о страшной мощи человека, его творческом и царственном призвании в мире. Но это показатель и его слабости, его склонности к рабству. *Машина имеет не только социологическое, но и космологическое значение. Она ставит с необычайной силой проблему судьбы человека в обществе и космосе.*

Философский анализ статуса и предназначения техники приводит Бердяева к выводу, что техника давно уже не нейтральна, не безразлична для духа и вопросов духа; *техника делает человека космиургом. От напряжения духа зависит, избежит ли человек гибели*. Исключительная власть техники и машинизации, технизация духа влекут именно к этому пределу.

К. Ясперс исследовал природу техники, с тем чтобы понять причины усилившегося бездушия в обществе. Он пришел к выводу, что в конечном итоге все зависит от человека. Сама же техника ни хороша, ни плоха. Л. Мэмфорд более настойчив в утверждении тезиса о том, что за техникой скрывается хорошо отлаженная технология, в рамках которой человек становится винтиком огромной Мегамашины, функционирующей по законам эффективности и точности операций и функций. В таких условиях участие индивида в процессах деятельности возможно лишь при максимальном подчинении Технологии. Жизнь обесценивается фактом адекватной замены из искусственного мира (роботы, компьютеры и т.д.).

М. Хайдеггер подводит итог критическому анализу техники и технократизма. Он считает, что человечество само себя перевело на новую основу – по-став, за которой скрывается целый мир человеческого сознания, в рамках которого нет осмысляющего раздумья, вопросов о сути бытия и времени. Техника – это уже не просто орудие труда или прибор. Она является воплощением бездумности на фоне невероятных достижений.

Синергетическая философия Г. Хакена, И. Пригожина и других ученых наконец-то дала конструктивное решение вопросу о сущности техники. Последняя видится с точки зрения нелинейной динамики, теории катастроф, процессов самоорганизации и коэволюции. Утверждается новая практика параллельного (не во вред друг другу) сосуществования природных и социокультурных систем.

Техника начинает интегрировать две реальности через биотехнологии, безотходные, наукоемкие производства. Тем самым произошел окончательный отказ от тезиса о нейтральном статусе техники в культуре и началось активное формирование оптимальной стратегии научно-технического прогресса.

Существующая технико-технологическая инфраструктура деятельности человечества модернизируется в направлении приобретения ею определившихся ценностных приоритетов, совокупно представляемых как техноаксиологическая программа деятельности. Нормативный характер новых установок проявляется в законодательстве и конкретных мерах воздействия на тех, кто игнорирует качественно новый аспект взаимодействия техники и природы. Аналогичные регулятивные мероприятия разрабатываются и в отношении техники как коммуникации, поскольку нелинейная синергетическая методология актуализирует проблемы, связанные с искусственным интеллектом (существует угроза самоорганизации компьютерных комплексов и выхода их из-под контроля человека).

Философы в осмыслении техники прошли этап негативной критики и предложили достаточно продуктивную и интересную методологию коэволюционной трансформации всей существующей инженерной практики и технократического мировоззрения. *Философско-культурологический и методологический анализ* феномена техники задает *критический вектор исследования техники*, необходимость обоснования проектов социального переустройства и преодоления тупиковых стратегий технико-технологического развития, отказа от приоритетов экономической выгоды, власти и могущества, удовлетворения утилитарных потребностей, возвышения духовных ценностей, вопросов технического образования и воспитания, формирования условий социального консенсуса, противостоящих техническому хаосу.

Вопрос о демаркационной линии между техническим и научным знанием в современной философии науки и философии техники еще не получил достаточно четкого освещения. Некоторые исследователи (например, немецкий исследователь феномена техники Ф. Рапп) считают, что техническое знание имеет более сложную системную организацию; объекты технического знания, в отличие от «естественности» объектов научного знания, имеют искусственную природу; техническое знание ориентируется на достижение планируемого практического результата, в то время как целью научного знания является поиск истины и построение концептуальных моделей исследуемых систем. В то же время названные отличия не носят абсолютного характера. *Общие черты и установки человеческого знания в целом и научного* в частности выражаются в более выраженной форме в *техническом знании*: единство объективного содержания и ценностно-целевых оснований и мотиваций субъектов познания; взаимодополнительность истинностных и нравственных параметров научно-технического поиска; единство познавательного и практического; необходимость моделирования глобальных технико-экономических систем; обоснование пределов технического развития и критериев оценки современных технологий.

Развитие техники, начиная с эпохи Возрождения, тесно связано со становлением науки. Слившись воедино, две интеллектуальные и творческие силы образовали достаточно устойчивый социальный процесс, который характеризуется качественными скачками в виде научно-технических революций. Если коперниканская научная революция и промышленная технико-технологическая революции еще были разделены во времени, то последующие революции имели синхронный характер (электротехническая, ядерная, психологическая, биологическая, компьютерная, генная).

Становление технических наук, вслед за естественными, было связано с эпохой индустриализма, с усиливающимся внедрением науки в производство. Наука поистине становится производительной силой. Формируется социальный заказ на изобретение и воспроизводство все новых инженерных устройств в связи с интенсивным развитием промышленного производства. Таким образом, складываются социокультурные и материальные условия и предпосылки для формирования технических наук. Индустриальное развитие потребовало не просто время от времени использовать отдельные результаты научных исследований в практике, производстве, а *создать научные основы технологических инноваций и механизмы включения их в систему производства*.

В этом процессе с необходимостью осуществляется интенсивное взаимодействие науки и техники, формируется особый тип научного и социального развития – *научно-технический прогресс*. Формирующиеся технические науки начинают выполнять функции своего рода *посредника между естественнонаучными дисциплинами и производством*, обеспечивая приложение фундаментальных естественнонаучных теорий в области техники и технологии. Однако важно иметь в виду, что технические науки не выступают обычным приложением и продолжением естествознания. По мере становления и развития технических наук формируется их собственный базис как фундаментальных, так и прикладных знаний, кристаллизуется и становится самодостаточным специфический предмет исследования – техника и технология как особая форма искусственного, создаваемого человеком и существующего только благодаря его деятельности (В.С. Степин). Одновременно появляется потребность методологического анализа технического знания.

Методология технических наук – особая область теоретико-рефлексивного сознания, нацеленная на раскрытие предпосылок и динамики развития технических наук, выявление их специфики, используемых методов и взаимодействия с естественнонаучными и социально-гуманитарными науками, обоснование гуманистических перспектив и приоритетов, социокультурных и социальных последствий развития техники.

В рамках *методологической рефлексии* исследуются такие проблемы философии техники, как: *специфика технического знания*, *детерминирующих факторов технического прогресса*, *пределов технического развития*, *поиска гармонической соразмерности технических систем* и *среды обитания человека*, *обоснование проектов* *«альтернативной» техники*, ориентирующейся на «подлинные», а не на искусственные потребности человека, *анализ антропо-аксиологических принципов в области технической эстетики* и т.д.

Специфической особенностью технического знания является их *нацеленность на проектирование технических и социальных систем*. Используемые при этом знания также специфичны, ибо они возникают на границе проектирования и исследования, включая в себя элементы того и другого. В техническом знании находят отражение социально-технические характеристики объектов. Как конечный продукт познавательной деятельности техническое знание определяет характер познавательного процесса, выступая в качестве средства социально-технического проектирования. Техническое знание задает характер деятельности по созданию новых объектов, их структурно-функциональные характеристики.

Технический объект имеет двойственную природу, синтезируя в себе «естественное» и «искусственное». Границы «искусственного» всегда определяются «естественным», т.е. свойствами тел, поставленных субъектом в те или иные взаимоотношения и взаимодействия. Сама сфера «естественного», вовлеченного в человеческую практику, всегда выражается в том, что они, как продукты созидательной деятельности, приспособлены к ее целям, выполняя определенные функции.

Учитывая двойственную природу технического объекта, можно выявить следующие его характеристики. Он выступает как естественное явление, как частный случай проявления закона природы, устанавливаемого естественными науками. В то же время ряд свойств технического объекта могут быть названы техническими, поскольку они функциональны по своей природе, отражают внешнее действие объекта, его функционирование.

Научно-техническое знание синтезирует данные, получаемые в результате инженерно-практического опыта и естественнонаучного исследования. Без фиксации отличительных особенностей функционирования технических объектов техническое знание немыслимо. В то же время техническое функционирование выступает как проявление естественных характеристик объекта. Так осуществляется синтез естественнонаучных знаний и открытий и их технического воплощения, изобретения.

Учитывая относительную самостоятельность технического знания, с одной стороны, и его обусловленность прогрессом естествознания и техники, с другой стороны, выделяют четыре основных этапа в развитии технических знаний[9].

Первый этап – донаучный (начиная с первобытнообщинного строя и кончая эпохой Возрождения). Естественнонаучные и технические знания в этот период развивались параллельно, взаимодействуя от случая к случаю. В технике этот период соответствует этапу орудийной техники.

---

[9] Иванов Б.И., Чешев В.В. Становление и развитие технических наук. – Л., 1977.

Второй этап – зарождение технического знания, технических наук (со второй половины XV в. до 70-х гг. XIX в.). Для практических задач начинает привлекаться научное знание. Техническое знание формируется на стыке производства и естествознания и призвано обслуживать производство. Одновременно осуществляется становление естествознания, формируются особенности классической науки. В технике это период возникновения машинной техники, связанный со становлением капиталистических отношений. Причем если в начале данного этапа, когда происходит становление экспериментального метода на основе соединения науки и практики, техническое знание еще не приобретает статуса научной теории, поскольку еще не сформировались окончательно теоретические построения естественных наук, то с начала XVIII в. до 70 гг. XIX в. технические науки начинают приобретать теоретический характер в силу того, что появились новые теории в естествознании, особенно в механике.

Третий этап (70-е гг. XIX в. - до середины XX в.) может быть назван классическим этапом развития технических наук. О зрелости технических наук свидетельствует применение научного знания при создании новой техники. Так, в электротехнике, как одной из технических дисциплин этого периода, эта тенденция проявила себя в ходе развития конструкций электродвигателей, электромашинных генераторов, электрического телеграфа, электрического освещения и т.п. Развитие квантовой физики обусловило создание таких новых областей, как электроника, радиотехника, рентгенотехника и т.п. Наука стала не только обеспечивать потребности развивающейся техники, но и опережать ее развитие, заглядывая «за горизонт» и формируя модели возможных будущих технологий и технических систем. *Технические науки этого периода представляют собой сформировавшуюся область научного знания со своими специфическими характеристиками, предметом, теоретическими принципами, идеальными объектами, развитым математическим аппаратом.* Происходит дифференциация технического знания, отделение одних технических наук от других.

Если естествознание периода от начала XX в. – до середины 50-х годов XX в. перешло к своему неклассическому этапу, со свойственными ему специфическими характеристиками, то технические науки продолжали преимущественно находиться на этапе «классического» периода своего развития.

Именно в этот период развитие естествознания и автоматизация производства подготовили *переход с середины XX в. технических наук к четвертому, неклассическому и постнеклассическому этапам* их развития, что проявилось в зарождении таких наук, как электроника, радиотехника и др. Начался *процесс единения науки, техники, производства*. В результате усложнения объектов инженерно-технической деятельности, усложнения проектирования технических объектов формируются комплексные научно-технические дисциплины – технические науки неклассического типа (эргономика, системотехника, дизайн систем, теоретическая геотехнология и т.п.). В то же время вектор развития технических наук в их взаимодействии с естествознанием в современных условиях нуждается в привлечении к диалогу и социально-гуманитарных наук во имя «гуманизации техники».

Развитие техники и технического знания зависит от социокультурных предпосылок и социального заказа, который формируется на том или ином этапе развития науки и культуры. Будучи продуктом интеллектуального творчества и трудовой деятельности человека, она постоянно сопровождает жизнедеятельность людей и, в силу социально-практической востребованности, активно развивается, обеспечивая эффективность деятельности человека, его жизненного комфорта, мобильности. Как искусственно созданное устройство, техника подвержена моральному и физическому старению (износу). Поэтому исторически на человека оказалась возложенной задача своевременного обновления технических систем с учетом их безопасности и надежности. Огромная индустриальная техносфера требует вследствие этого ответственности и оперативности в решении насущных задач, улучшении ее дизайна (эстетики), модернизации, этической экспертизе технических объектов. При выполнении социального заказа и принятии управленческих решений по реализации технических проектов необходимо ориентироваться на гуманистические ценности и рассматривать современную технику как сложную саморазвивающуюся, «человекоразмерную» систему, в которой тесно взаимосвязаны такие ее элементы, как информационные технологии, производственные комплексы, транспорт, медицинские технологии, военная техника, вычислительная техника и др.

В разряд многоаспектных проблем, связанных с социальными последствиями научно-технического развития, *актуализируются сегодня проблемы глобальных результатов техногенного развития, затрагивающих интересы всего человечества* (в плане угрозы миру в связи с развитием военной техники; последствий экологического кризиса и т.п.); *проблемы рационального обуздания техники*, ограничения ее количественного роста разумными пределами; *проблемы построения системы ценностей*, адекватных «технотронной эре» и сочетающих интеллектуальные и нравственно-этические начала в человеке, учитывающих необходимость диалога научно-технической и философско-гуманитарной культуры.

В современной философии, особенно в последние 10–15 лет XX в., актуализируется проблема виртуальной реальности как социокультурного феномена информационного общества. Виртуальная реальность рассматривается а) как концептуализация революционного уровня развития техники и технологии, позволяющая открывать и создавать новые измерения культуры и общества, одновременно порождая новые острые проблемы, требующие критического осмысления; б) как развитие идеи множественности миров (возможных миров) и относительности «реального» мира.

Философско-методологический подход, основанный на признании множественности реальности и осуществляющий в таком контексте реконструкцию природы виртуальной реальности, получил наименование «виртуалистика» (Н.А.Носов, С.С. Хоружий). Здесь важны следующие *теоретические предпосылки*: 1) понятие объекта научного исследования необходимо дополнить понятием реальности как среды существования множества разнородных и разнокачественных объектов; 2) виртуальная реальность составляет отношения разнородных объектов, расположенных на разных иерархических уровнях взаимодействия и порождения объектов: виртуальная реальность всегда порождена некоторой исходной (константной) реальностью; виртуальная реальность относится к реальности константной как самостоятельная и автономная реальность, существуя лишь во временных рамках процесса ее порождения и поддержания ее существования. Объект виртуальной реальности всегда актуален и реален, виртуальная реальность способна порождать иную виртуальную реальность следующего уровня.

Для работы с понятием виртуальной реальности необходим отказ от моноонтического мышления (постулирующего существование только одной реальности) и введение полионтической парадигмы (признание множественности миров и промежуточных реальностей), которая позволит строить теории развивающихся и уникальных объектов, не сводя их к линейному детерминизму. При этом «первичная» виртуальная реальность способна порождать виртуальную реальность следующего уровня, становясь по отношению к ней «константной реальностью», – и так «до бесконечности»: ограничения на количество уровней иерархии реальностей теоретически быть не может. Предел в этом случае может быть обусловлен лишь ограниченностью психофизиологической природы человека как «точки схождения всех бытийных горизонтов» (С.С. Хоружий).

Проблематика виртуальной реальности конституируется в рамках постнеклассической философии 1980–1990-х как проблема природы полионтической реальности в ее многообразных измерениях и контекстах.

Категория «виртуальности» вводится через оппозицию субстанциальности и потенциальности: виртуальный объект существует, хотя и не субстанциально; и в то же время – не потенциально, а актуально. Виртуальная реальность суть «недо-возникающее событие, недо-рожденное бытие» (С.С. Хоружий).

Социальный теоретик М. Постер, сопоставляя феномен виртуальной реальности с эффектом «реального времени» в сфере современных телекоммуникаций (игры, телеконференции и т.п.), отмечает, что происходит проблематизация реальности, ставится под сомнение обоснованность, эксклюзивность и конвенциональная очевидность «обычного» времени, пространства и идентичности. Постер фиксирует конституирование симуляционной культуры с присущей для нее множественностью реальностей. Информационные супермагистрали и виртуальная реальность еще не стали общекультурными практиками, но обладают гигантским потенциалом для порождения иных культурных идентичностей и моделей субъективности – вплоть для сотворения постмодерного субъекта. В отличие от автономного и рационального субъекта модерна, этот субъект нестабилен, популятивен и диффузен. Он порождается и существует только в интерактивной среде.

Термин «виртуальный» используют как в компьютерных технологиях (виртуальная память), так и в других сферах: квантовой физике (виртуальные частицы), в теории управления (виртуальный офис, виртуальный менеджмент), в психологии (виртуальные способности, виртуальные состояния и т.д.). Самобытная философия виртуальной реальности была первоначально предложена не профессиональными философами, а инженерами-компьютерщиками, общественными деятелями, писателями, журналистами. Первые идеи виртуальной реальности оформились в самых различных дискурсах. Концепция и практика виртуальной реальности имеют довольно разнообразные контексты возникновения и развития в американской молодежной контркультуре, компьютерной индустрии, литературе (научная фантастика), военных разработках, космических исследованиях, искусстве и дизайне. Принято считать, что идея виртуальной реальности как «киберпространства» – «cyberspace» – впервые возникла в знаменитом фантастическом романе-техноутопии «Neuromancer» У. Гибсона, где киберпространство изображается как коллективная галлюцинация миллионов людей, которую они испытывают одновременно в разных географических местах, соединенные через компьютерную сеть друг с другом и погруженные в мир графически представленных данных любого компьютера. Однако Гибсон считал свой роман не предсказанием будущего, а критикой настоящего. Киберпространство, управляющие им безликие суперкорпорации, отчуждение технологий, созданный пластической хирургией идеальный человек, подключенный к киберпространству через мозг и нервную систему, – это аллегория социального и культурного террора по отношению к реальному человеку – современнику писателя.

Как отмечал М. Хаим, *киберпространство* – это ментальная карта информационных ландшафтов в памяти компьютера в сочетании с программным обеспечением; это способ антропологизировать информацию, придать ей топологическую определенность, чтобы человек мог привычным образом оперировать данными как вещами, но на гиперфункциональном уровне, сравнимом с магией; виртуальная реальность и киберпространство должны будить воображение и дать возможность преодолеть экзистенциальную ограниченность реальности: выйти за пределы смерти, времени и тревоги; аннулировать свою заброшенность и конечность, достичь безопасности и святости.

Одной из первых историко-теоретических работ о виртуальной реальности стала книга американского журналиста Ф. Хэммита «Виртуальная реальность» (1993). Автор усматривает исторические предпосылки становления феномена виртуальной реальности в развитии синтетических возможностей кино и кино-симуляторов. Корни же функциональной концепции виртуальной реальности в контексте осмысления перспектив компьютерных систем состоят, по его мысли, в следующем: 1) функции компьютера способны кардинально меняться в зависимости от совершенствования программного обеспечения; 2) виртуальная реальность – оптимизированный, более «естественный» для возможностей человека способ ориентации в мире электронной информации, созданный на основе дружественного функционально-интерактивного интерфейса; 3) операции с компонентами виртуальной реальности потенциально вполне идентичны операциям с реальными инструментами и предметами; 4) работа в среде виртуальной реальности сопровождается эффектом легкости, быстроты, носит акцентированно-игровой характер; 5) возникает ощущение единства машины с пользователем, перемещения последнего в виртуальный мир: воздействие виртуальных объектов воспринимается человеком аналогично «обычной» реальности.

Интернет-зависимость (*Internet addiction disorder, IAD*) – это реально существующий феномен психологической зависимости от Интернета. Различают два подхода к интерпретации сетевой зависимости: в рамках первого подхода пристрастие к Сети рассматривается как социальное явление, как феномен массовой культуры, когда человек, работающий в Сети, получает «удовольствие от общения» (*communication peeasure*); с точки зрения второго, альтернативного, подхода – интернет-зависимость трактуется как результат влияния информационных технологий на человеческое сознание, как болезнь, проявляющаяся в особой страсти к Сети, когда человек так или иначе страдает от такой зависимости, но не может без посторонней помощи прекратить такого рода общение или адекватно регулировать его.

Философское осмысление феномена виртуальной реальности, природы этической коммуникации в Интернете инициировали формирование такого явления, как сетевой этикет. *Сетевой этикет (нэтикет) – netiquette* – новая область знания, связанная с необходимостью и потребностью осмысления и нравственной оценки бурно развивающихся интернет-технологий, их достижений и проблематики. Появляется на основе классической этики – философской науки о морали, ее происхождении, природе, критериях нравственной оценки деятельности человека. Принадлежит к разделу прикладной этики (наряду с такими ее отраслями, как биоэтика, экологическая этика, биомедицинская и др. этики), выступающей как способ нормативной регуляции поведения и общения в Интернете: запрет грубости, пропаганды наркотиков, насилия, размещения материалов порнографической, нацистской направленности. Правила нэтикета носят рекомендательный характер и, в отличие от правовых норм, предусматривающих определенные санкции за их нарушение, не регламентируют конкретные меры наказания за тот или иной нравственный проступок, кроме общественного порицания. Внутренним гарантом пользователя Интернета выступает совесть, а внешним – общественное мнение. Тем не менее информационное сообщество, учитывая специфику совершенно новой сферы – Сети, обеспечивающей внедрение новых информационных и коммуникационных технологий, формирует соответствующие принципы сетевой этики. Например, *принцип личной свободы* (иногда этот принцип называют принципом анархии), согласно которому каждый пользователь Интернета волен делать все, что ему будет угодно, если это не вредит другим членам общества, не ущемляет его интересов. Этот принцип вполне согласуется с «золотым правилом морали», сформулированным еще в древности: «*Поступай с другими так, как ты хотел бы, чтобы поступали с тобой*». И. Кант этот принцип выразил в своем категорическом императиве словами: «*Поступай только согласно такой максиме, руководствуясь которой, ты в то же время можешь пожелать, чтобы она стала всеобщим законом*». Некоторые авторы называют в качестве принципа сетевого этикета принцип *здорового консерватизма,* предусматривающий бережное отношение сетевого сообщества к уже достигнутым знаниям, соблюдение требования *преемственности.* Наряду с этим указывается и на *принцип самосохранения* сетевого сообщества, которое должно беречь и защищать свою среду обитания – Сеть, обеспечивая ее устойчивость, адекватно используя механизмы обратной связи. Сетевой этикет налагает огромную *ответственность* на каждого члена сообщества, получающего и представляющего свою собственную информацию в Интернете. Все категории классической этики (*добро и зло, долг и добродетель, совесть и честь, достоинство и благородство, справедливость и ответственность*) сохраняют свою общечеловеческую значимость в Интернете, ориентируя пользователей на открытый диалог, толерантность и взаимоуважение.

Именно интерактивные возможности виртуальной реальности делают ее функционально значимой. Хэммит отметил, что рассогласование соответствующих данных с перцептивной системой человека может привести к диссонансу восприятия, значимым дезориентациям и психонервным заболеваниям. Он также зафиксировал серьезные технологические трудности в развитии технологий виртуальной реальности, связанные, прежде всего, с необходимостью создания компьютеров гигантской мощности для обработки графических изображений. Однако среда виртуальной реальности нашла широчайшее функциональное применение, прежде всего – в производственном компьютерном дизайне, системах телеприсутствия (дистанционного управления с помощью телекамер), учебно-тренировочных системах. Образование и развлечения, по мысли Хэммита, составляют наиболее перспективные направления применения технологий виртуальной реальности.

Осмысление виртуальной реальности является базовым принципом любых обновленных гуманитарных теорий, а также соответствующего научного подхода. В частности, на его основе строится «виртуальная психология» необычных, непривычных, редко возникающих состояний психики и самоощущений, выводящих человека за пределы обыденных психических состояний. Виртуал и гратуал – суть подобные состояния соответственно позитивного и негативного типа (инсайт, экстаз, мобилизация психики в экстремальных ситуациях, острое горе и т.д.). Они всегда спонтанны, фрагментарны, объективны (человек захвачен виртуалом как объект), ведут к изменению статуса телесности, сознания, личности, воли. Задача практической виртуальной психологии (авторы называют ее «аретейя» (от греческого синонима латинского virtus)) – разработка методов актуализации/нейтрализации виртуальных состояний психики.

Таким образом, философско-методологический анализ науки в ее историческом развитии обнаруживает диалог и взаимодействие естественнонаучного, технического и социально-гуманитарного знания, обеспечивает обоснование стратегических задач по формированию новых мировоззренческих и ценностных ориентаций современной цивилизации.

Библиографический список

1. Барковская А.В. Антропологическая парадигма в философии природы. – Мн., 2000.
2. Берков В.Ф. Философия и методология науки. – Мн., 2004.
3. Биоэтика: Вопросы и ответы / Под ред. Б.Г. Юдина, П.Д. Тищенко. – М.: Прогресс-Традиция, 2005.
4. Вернадский В.А. Размышления натуралиста. – М., 1977.
5. Виртуальная реальность как феномен науки, техники и культуры. – СПб., 1996.
6. Горохов В.Г., Розин В.М. Введение в философию техники: Учеб. пособ. – М., 1998.
7. Горохов В.Г., Степин В.С. Философия науки и техники. – М., 1995.
8. Иванов Б.И., Чешев В.В. Становление и развитие технических наук. – Л., 1977.
9. Моделирование сложных систем и виртуальная реальность. – М., 1995.
10. Огурцов А.П. Дисциплинарная структура науки: ее генезис и обоснование. – М., 1988.
11. Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса. – М., 1986.
12. Ракитов А.И. Философия компьютерной революции. – М., 1993.
13. Степин В.С. Теоретическое знание. Структура, историческая эволюция. – М.: Прогресс-Традиция, 2003.

14. Степин. Саморазвивающиеся системы: новые стратегии деятельности // Вестник Российского философского общества. – 2003, №2.
15. Степин В.С. Теоретическое знание. – М., 2000.
16. Яскевич Я.С. Философия и методология науки. Вопросы и ответы. – Мн., 2007.

СТРАНИЦА АСПИРАНТА

Д.И. Алябьев
(Курск)

ОНТОЛОГИЧЕСКИЕ И ГНОСЕОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМАЛИСТСКОГО ИСТОЛКОВАНИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ОСНОВ МАТЕМАТИКИ[*]

Исследование онтологических и гносеологических аспектов истолкования математического знания невозможно без осмысления позитивного наследия наиболее значимых направлений обоснования математики. Таким направлением, без сомнения, является формализм, возникающий на рубеже XIX – XX столетий благодаря работам Давида Гильберта и его последователей. Мы рассмотрим некоторые вопросы, связанные с установками и представлениями формалистов о природе логической составляющей фундамента математики.

* * *

Идея аксиоматической теории, взятая за основу течением формалистов, не была абсолютно новой. Новизна заключалась в отвлечении от предметного содержания выбираемых аксиом в сочетании с требованием непротиворечивости системы, которое становится необходимым при отвлечении от содержания. Содержательная аксиоматика имеет еще одно важное отличие. Она вводит основные понятия со ссылкой на некоторые опытные знания, что, на первый взгляд, совершенно не согласуется с основными установками построения формальной аксиоматики. Гильберт указывает, что в основу теории должны ложиться либо факты, являющиеся очевидными и убедиться в которых не представляет сложности, либо же факты, являющиеся формулированием опытных обобщений, которые, по его мнению, являются предпосылкой обнаружения законов природы[1]. Таким образом, казалось бы, Гильберт не отрицает значимости эмпирического знания для математической теории в принципе. Без эмпирических понятий проблематично определение основополагающих формализмов теории, откуда и вытекает допустимость и значимость эмпирического знания для формальной аксиоматики. Однако более адекватно, на наш взгляд, позиция Гильберта может быть определена как признание значимости очевидностей для содержательных теорий, очевидностей, опирающихся на наглядность, логическую детерминированность мышления и лишь отчасти, опосредованно – на эмпирические обобщения.

---

[*] Работа выполнена при поддержке РГНФ, проект № 08-03-00049а.

[1] Подробнее об этом: Гильберт Д., Бернайс П. Основания математики. Логические исчисления и формализация арифметики / Пер. с нем. Н.М. Нагорного. М.: Наука, главная редакция физико-математической литературы, 1979. – С. 24.

Формальная аксиоматика, как и аксиоматика содержательная, нуждается в очевидности определённых вещей. Это связано с возможностью осуществления дедукции, а также установления непротиворечивости системы. Но отличием всё же выступает то, что очевидность не основывается на особом гносеологическом отношении к конкретной области, а является для всех областей одинаковой.

В формальной аксиоматике необходимо выявление непротиворечивости и приемлемости идеализаций, к которым прибегает содержательная аксиоматика, использующая идеализации и приближения по отношению к реальным объектам действительности[2]. Таким образом, Гильберт как бы утверждает отсутствие противоречий в структуре самой действительности и видит в логике критерий истинности научного знания. При этом, считает он, формальные системы сами приемлемы лишь постольку, поскольку мы можем убедиться в их непротиворечивости.

Гильберт говорит о том, что содержательная аксиоматика указывает нам, каким образом формально-логическое исчисление должно быть применено к рассматриваемой области действительности. Отсюда можно сделать вывод, продолжив мысль Гильберта, что поскольку он применяет процедуру формализации прежде всего к математике и логике, то он, может быть даже неявно, опирается на установку о реальном существовании математических и логических объектов и истин, на установку об их принадлежности к некоторой нематериальной, но объективной действительности[3]. Гильберт не стремится полностью отказаться от содержательной аксиоматики, наоборот, он берёт её за основу и пытается уточнить и дополнить формальными методами. Без содержательной аксиоматики не представляется возможным применение уже созданной теории к объективной действительности. На этом этапе роль связующего звена также остаётся за содержательной аксиоматикой. Так как, по Гильберту, содержательная аксиоматика является основой в процессе выбора формализмов, то это ещё раз указывает на значимость очевидностей не только при построении фундамента формальной аксиоматики, но и для приложения созданной теории к реальности.

Не представляется возможным и ограничение лишь содержательной аксиоматикой, так как практически все научные теории не полностью воспроизводят свойства вещей, а являются упрощением реальных объектов, выделяющим только те свойства, которые важны для данной теории. Таким образом, эти теории в процессе исследования используют упрощённые математические модели, которые не могут быть в принципе обоснованы ссылкой на самоочевидные факты действительности, так как у модели нет возможности учесть абсолютно все реальные процессы. В связи с этим при обосновании таких теорий применимость содержательной аксиоматики

---

[2] См. об этом там же

[3] См.: Там же – С. 25

становится невозможной, поскольку использование тех или иных идеализаций не дает полной уверенности в том, что данные результаты повторятся для любого случая, а не для какой-то определённой ситуации. Для вывода новых знаний на основе первоначальных фактов, согласно Гильберту, эмпирические методы непригодны, так как выводы должны быть абсолютно точными и однозначными, а эмпирический опыт позволяет получить результат только для какого-то отдельно случая и с определённой степенью точности, то есть не отвечает требованию абсолютной точности[4]. Гильберт, так же как и представители логицизма, практически считает, что сущностный фундамент математических дисциплин составляет логика. Он говорит, например, что в формальной аксиоматической геометрии основные отношения играют роль переменных предикатов, являющихся логическими объектами[5].

Важное значение в формалистском подходе играет то, что основные отношения не считаются заранее определёнными с содержательной точки зрения. Они, наоборот, находят неявное определение в аксиомах формальной теории, поэтому можно использовать только те данные, которые однозначно сформулированы в основополагающих аксиомах. В связи с этим применение имен содержательного характера используется только для общей наглядности. В действительности же основные отношения для формальной аксиоматики есть не что иное, как переменный n-местный предикат[6].

Гильберт указывает, что одно из важнейших математических понятий – понятие бесконечности – не может быть получено вне самой математики, что признание существования некоторой бесконечной области возможно лишь формально-логическими методами, через установление наличия ряда формальных свойств этой области, ряда отношений в ее структуре. По поводу эмпирической идеи представления бесконечности, как непосредственно данной в опыте или в интуиции (например, как непрерывного бесконечного многообразия переходов от одного цвета к другому), Гильберт указывает, что бесконечность в данном случае вообще не дана, а просто, в зависимости от обстоятельств, то интерполируется, то экстраполируется посредством некоторого мыслительного процесса. В результате таких размышлений получается, что вопрос о существовании какого-либо бесконечного многообразия не может быть разрешен через указание каких-либо внематематических объектов, а должен решаться внутри самой математики[7]. Таким образом, в понимании и определении бесконечности Гильберт считает непригодным эмпирический подход, но в объективности бесконечности как таковой он сомнения не выражает. Он относит её к особым,

[4] Подробнее об этом: Там же
[5] Об этом см.: Там же – С. 26
[6] Там же – С. 30
[7] Подробнее об этом: Там же – С. 41- 42

математическим объектам, имеющим непосредственное отношение к реальности.

Формалистами ставится задача формализации самой логики путем отвлечения от содержательного смысла логических объектов и отношений, путем принятия во внимание лишь структуры этих отношений. Здесь можно отметить, что такая установка Гильберта выражает важную отличительную черту всей математической логики, состоящую в ее отвлечении от конкретных проекций, интерпретаций на естественный язык и другие содержательные языковые системы. По словам Гильберта, логическая символика является особым языком, который позволяет чётко представить структуру математических аксиом. С помощью такого языка возможна формализация способов логических умозаключений. Процесс логического вывода можно имитировать формальным оперированием со знаками, протекающим по вполне определенным правилам. Это и является сутью перехода от содержательной аксиоматики к формальной. Содержательный смысл логических связок и правил умозаключений исключается, и рассматривается только их формальная структура[8].

Согласно Гильберту логические законы носят универсальный характер, они являются фундаментом математического доказательства, в строгости которого невозможно сомневаться[9]. Таким образом, Гильберт указывает на универсальность логических законов, подразумевая, по-видимому, их объективность, их непосредственную взаимосвязь с реальностью, их включенность в действительность. Однако по свойственной многим математикам склонности избегать рассмотрения философских аспектов он не пытается более-менее подробно описать характер этой взаимосвязи логики с действительностью.

В качестве важнейших исходных понятий логической составляющей математического знания Гильберт указывает понятия множества, функции, высказывания, переменной, понятия истинности и ложности, то есть те понятия, которым философы математики и науки пытаются дать онтологическую и гносеологическую интерпретацию[10]. В трудах Гильберта, так же как в работах Г. Фреге, Б. Рассела и др., осуществляется разделение логики математической и логики философской. Символическая логика является применением к логике языка формул, который употребляется для выражения математических отношений. Гильберт считает, что построение новой математической дисциплины без её формализации, с использованием только естественного языка, невозможно.

Итак, Гильберт не видит построения математики без её формализации. Говоря о том, что математики «находят» подходящий формализм, он, очевидно, полагает его объективные предпосылки, и выбор его является

---

[8] Там же – С. 74.
[9] Там же – С. 164,174.
[10] Там же – С. 167

отчасти методическим подбором подходящего для данного конкретного случая[11]. Целью использования языка формул в математике является точная научная трактовка предмета логики. Благодаря формализации логических связей происходит строгое и однозначное толкование выражений, свободное от неясностей. Логический фундамент для Гильберта, представляемый в виде законов логики, является не вызывающим никаких сомнений[12].

Первой частью формальной логики является исчисление высказываний. Одним из основных понятий этого раздела можно назвать высказывание, определяемое как любое предложение, относительно которого можно утверждать либо его истинность, либо ложность. В исчислении высказываний само высказывание является целым, неделимым утверждением для логической связи другими высказываниями. Попарно логические высказывания можно объединить в новое высказывание, которое также будет либо истинно, либо ложно. Соединения высказываний тоже формализуются и представляются в виде специальных символов[13]. Сведение исчисления высказываний к аксиоматическому виду заключается в выборе аксиом – всегда истинных сложных высказываний – и описания формальных правил вывода остальных, всегда истинных формул. Для исчисления высказываний правила являются аналогом логических выводов в математике. Основы выбора формальных правил не оговариваются конкретно, поэтому можно предположить, что они имеют объективные предпосылки и их выбор сводится к поиску необходимых для данной теории[14].

Одним из центральных математических понятий, лежащих в основе всего здания математики, является понятие количества. В формализме количество трактуется не как эмпирическое количество предметов, а как свойство. У Гильберта числа выступают в качестве свойств предиката. В связи с этим число определяется как индивидуальный предикат от предиката. Это определение основано на том, что предикаты от предикатов, которые образуют числа, можно выразить логической символикой, что позволяет включить учение о числах в логику. Включение Гильбертом учения о числах в логику автоматически исключает эмпиристское понимание числа[15].

Гильберт указывает, что учение о числах можно изложить в теоретико-множественной интерпретации. В его определении предикат от предиката является числом, поэтому ничего не препятствует рассмотрению предиката от множества. Он заключает, что числа можно понимать как множества множеств. Логическое определение числа, являющееся количе-

[11] Гильберт Д., Аккерман В. Основы теоретической логики / Пер.с нем. А.А. Ерофеева. – М.: Гос. изд-во иностр. лит-ры, 1947. – С. 17–18
[12] См.: Там же – С. 17
[13] Там же – С. 19
[14] См. об этом.: Там же – С. 49
[15] Подробнее об этом: Там же – С. 175

ственным, полагалось предикатом от предиката, выполнимым для равночисленных предикатов и только для них. В теоретико-множественном смысле равночисленность предикатов соответствует эквивалентности множества. В связи с этим Гильберт сводит количественное определение числа к теоретико-множественному. Он так и говорит: «От логического понятия количественного числа можно перейти, таким образом, к теоретико-множественному; согласно этому пониманию, число есть не что иное, как множество всех множеств, эквивалентных определенному множеству»[16]. Данная трактовка полностью согласуется с логицистским истолкованием чисел у Фреге и Рассела.

Полная формализация традиционной логики у Гильберта укладывается только в исчисление предикатов. Это обусловлено невозможностью представления частных суждений, которое достигается соединением исчисления высказываний и исчисления классов. Гильберт осуществляет такое объединение, основываясь на том, что соотношения исчисления предикатов представляют собой высказывания, а они, в свою очередь, подчиняются правилам исчисления высказываний. На основании этих фактов он приходит к комбинированному исчислению.

Хотя благодаря комбинированному исчислению возникла возможность более систематического рассмотрения логических вопросов, это так же привело, на первый взгляд, к аналогии комбинированного исчисления и учения Аристотеля о заключении. Но это является неверным, так как формализм Гильберта позволяет легко символически отобразить соотношение между несколькими предметами, чего не позволяет сделать метод Аристотеля[17].

Формальная аксиоматика характеризуется тем, что, в отличие от аксиоматики «материальной», смысл ее первоначальных терминов варьируется, а дедуктивная структура теории остается фиксированной. Значение первоначальных терминов у формалистов не определяется изначально, а остаётся неопределённым при формулировке аксиом. Учитывая произвольность выбора первоначальных понятий в формалистской аксиоматике, можно сделать предположение о конвенциальных предпосылках при выборе основных определений теории. При этом одной из проблем формальной аксиоматики выступает необходимость установления того, что данная система не является вырожденной. Вырожденными системами аксиом называют системы, которым не удовлетворяет никакая интерпретация. При решении этой проблемы[18] Гильберт исходил из того, что математика, использующая классическую логику, содержит много таких понятий, которые выходят за рамки непосредственно осмысливаемого.

[16]О понятии числа см.: Там же – С. 180-181
[17] Об этом см.: Там же – С. 71, 81
[18] Подробнее об этом: Клини С.К. Математическая логика / Перевод с англ. Ю.А. Гастаева. – М.: Мир, 1973. – С. 230–231.

В связи с этим Гильберт применяет только интуитивно убедительные методы, которые он называет «финитными». Благодаря привлечению финитных методов Гильберту удалось избежать использования понятия «завершённой» бесконечности. Его подход позволил избежать использования актуальной бесконечности и при формулировке проблемы доказательства непротиворечивости[19].

В завершении настоящего обсуждения можно заключить, что проблемы оснований математики в направлении формализма в значительной степени рассматриваются с традиционных для рубежа XIX – XX веков позиций. В частности, важнейшей составляющей фундамента математики признается логика, трактуемая в данном случае как совокупность формализмов. Следует также отметить, что в этом течении, как и во многих других направлениях оснований и философии математики, практически отсутствуют попытки развернутого рассмотрения проблем, связанных с определением онтологического и гносеологического статуса самих логических объектов и истин. Думается, что исследование установок формализма, способных лечь в основу решения этой проблемы, так же как и установок, способных прояснить сущностные основания математических объектов и истин вообще, представляет значительный интерес как для истории философии, так и для современной философии науки.

[19] Подробнее о финитных методах: Там же – С. 235.

А.С. Левченко
(Курск)

ОНТО-ГНОСЕОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИНТУИЦИОНИСТСКОГО ИСТОЛКОВАНИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ОСНОВАНИЙ МАТЕМАТИКИ[*]

Интуиционистское направление философии математики, сформировавшееся наряду с другими математическими течениями на рубеже XIX – XX вв., отличалось от остальных основной целью, которая состояла не в стремлении доказательства непротиворечивости классического математического знания, а в построении «нового» математического знания на основе врожденного интуитивного восприятия человеком фундаментальных математических понятий[1]. На базе установленных исходных математических понятий и принципов интуиционисты пытаются строить фундамент математики, непротиворечивость различных областей которой предполагается интуитивно очевидной. Подобное обоснование математической теории делает возможным, по нашему мнению, описание некоторого метафизического, или онто-гносеологического, смысла в интуиционистской интерпретации математики.

* * *

Как и подавляющее большинство математиков, интуиционист А. Гейтинг, вместе с другими последователями школы Л.Э.Я. Брауэра, признает объективность математических истин, их включенность в структуру действительности, но, говорит он, описание того, каким именно образом математические истины включены в реальность, математики дать не в состоянии. Таким образом, можно вполне определенно утверждать наличие реалистических установок в интуиционистском понимании природы математического знания в целом и одновременно наличие позитивистской тенденции к уклонению от рассмотрения метафизических вопросов. Во введении к своей работе «Интуиционистские взгляды на природу математики» А. Гейтинг говорит о необходимости исключения метафизики из математики, но при этом прямо указывает на причастность логики к области философских проблем. Он ставит перед собой ряд сугубо метафизических вопросов, касающихся понятий «суждение», «предложение», «истинность», их смысла и значения для внешнего мира. Называя логику «философской теорией о мире», А. Гейтинг относит ее к области прикладной математики, при этом одновременно отвергая ее статус основания интуиционистской математики[2].

Связь логической части математики и интуиции была замечена еще до возникновения интуиционистской школы Л.Э.Я. Брауэра. Размышления

---

[*] Работа выполнена при поддержке РГНФ, проект № 08-03-00049а.

[1] См.: Гейтинг А. Интуиционизм. Введение / Перевод Б.А. Янкоба; ред. и комментарии А.А. Маркова. – М.: МИР, 1965. - С. 16-22.

[2] Подробнее об этом см.: Гейтинг А. Интуиционистские взгляды на природу математики. – М.: РГИУ, 1999. - С. 4.

по этому поводу мы встречаем у французского философа и математика А. Пуанкаре. В своей работе «О науке» ученый приходит к выводу, что для математического умозаключения свойственна индуктивная природа, подчеркивая при этом, что это абсолютно не оказывает влияния на строгость получаемых логических выводов. Пуанкаре говорит о невозможности развития математического знания при использовании лишь правил формальной логики, – по его словам, это неизменно приводило бы к бесконечной тавтологии. Поэтому, считает ученый, настоящее математическое умозаключение и силлогизм весьма различны, так как силлогизм не может расширить область человеческого знания, поскольку оперирует лишь изначально полученными данными. По его словам, любая теорема математики может дать новое знание только в случае привнесения в нее новой аксиомы, иначе все умозаключение будет подтверждать лишь истины, данные нам интуицией. Далее А. Пуанкаре делает вывод, что математика, как и остальные науки, может использовать в своем развитии путь от частного к общему, следовательно, основным способом продвижения вперед при построении математики ученый считает математическую индукцию[3].

Определяя уровень влияния логических построений и интуитивного знания в создании строгих математических теорий, А. Пуанкаре отмечает необходимость взаимосвязи этих исходных инструментов познания. Использование одной лишь интуиции, по мнению философа, не может дать нам строгого знания, более того, порой мы не можем быть уверены даже в достоверности интуитивно получаемых знаний. С другой стороны, одной лишь логики также недостаточно для создания полноценной математики, так как наука о доказательствах не может дать нам знания вообще, если отсутствуют получаемые интуицией знания. Для примера А. Пуанкаре указывает на невозможность предоставления логикой оснований для геометрической части математического знания, подтверждая это созданием геометрии Лобачевского[4]. Таким образом, А. Пуанкаре говорит о неизбежности применения при построении теорий знания и логики и интуиции, первая из которых является «орудием доказательства», вторая – «орудием изобретательства». Он говорит о двух видах интуиции: интуиция чистого числа имеет своим результатом строгую математическую индукцию, для интуиции чувственной «воображение работает в собственном смысле»[5]. Таким образом, Пуанкаре утверждает присутствие интуиции в основаниях логики.

По выражению А. Гейтинга, программа Л.Э.Я. Брауэра состояла в исследовании умственного математического построения, вне зависимости от того, существуют ли на самом деле конструируемые нами объекты. Как

[3] Более подробно о математическом умозаключении, силлогизме и математической индукции у Пуанкаре см.: Пуанкаре А. О науке: Пер с фр./Под ред. Л.С. Понтрягина. – 2 изд., стер. – М. Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. - С. 9, 11-12, 21,24.

[4] О взаимосвязи интуиции и логики у А. Пуанкаре см.: Там же. – С.9, 208-209.

[5] Подробнее см.: Там же. – С. 213, 215, 217.

следствие этого, – отказ интуиционистов от любых метафизических вопросов относительно математики и изучение математических построений как таковых. Из вышесказанного А. Гейтинг делает вывод, что классическая логика неприемлема при таком положении дел и имеет смысл создавать иную логику, отличную от классической[6]. Ученый констатирует, что попытки построения логики, отличной от классической, допускались и до создания интуиционистской школы. Ученые и до Брауэра предполагали наличие некоторых объектов, для описания которых могла бы потребоваться новая логика, но только Брауэру удалось, по словам А. Гейтинга, найти такой объект – умственное математическое построение. При этом следует отметить, что Л.Э.Я. Брауэр, в традиционном для многих математических направлений ключе, стремится отмежеваться от вопросов о реальном существовании математических истин и объектов, об их отношении к действительности[7].

Заинтересованность интуиционистов не формальной математикой и статусом ее положений, а типом применяемых в математике рассуждений потребовала от последователей этой школы рассмотрения хода данных рассуждений до самых далеких следствий. Конструктивная математическая мысль и ее изучение, по мнению интуиционистов, позволяет им создавать свою математику, развивая ее параллельно классическому математическому знанию. Классическая логика, созданная для умозаключений с понятиями классической математики, не подходила для интуиционистской математики Брауэра, в которой, например, формируется отличное от классического понимание бесконечности[8].

Говоря о невозможности использования классической логики в интуиционистской математике, А. Гейтинг также отвергает возможность зависимости конструктивного математического построения от формализации, поскольку формализация «может только идти по следам математической конструкции», а умственное построение является фундаментом создания математического знания. Гейтинг допускает возможность формализации отдельных частей математики (в том числе и интуиционистской), но подчеркивает отсутствие уверенности в возможности полной формализации системы, поскольку расширения такой системы могут быть вызваны открытием новых методов рассуждения. Более того, адекватность представления интуиционистской теории в любой формальной системе недоказуема, поскольку наличие неопределенности в истолковании знаков неизбежно, а следовательно, математически строго нельзя доказать, что полученная система аксиом охватывает собой все методы доказательства[9].

---

[6] См.: Гейтинг А. Указ. соч. – С.10-11.
[7] Об этом см.: Там же. – С.10-11.
[8] Подробнее см.: Там же. – С.9, 12-13.
[9] Более подробно о формализации конструктивного математического построения см.: Там же. – С.13,128.

Приведя в пример два выражения: «сложение целых чисел коммутативно» и «2+3=3+2», А. Гейтинг утверждает, что любая логическая теорема, в сущности, не отличается от математической, а имеет только более общий характер. Логическая теорема является наиболее обобщенной математической теоремой, и, таким образом, логика не может служить обоснованием математики – она является ее частью. Именно такая математическая логика, по словам ученого, и была формализована. Развитие различных форм логики для А. Гейтинга вполне возможно, если в конечном результате их создания преследуются различные цели[10]. «Логика, – говорит Гейтинг, – не почва, на которой я стою». Ученый объясняет свое утверждение тем, что логика, являясь основанием интуиционистской математики, нуждалась бы в таком обосновании, которое было бы гораздо более сложным, чем сама интуиционистская математика. Построения же последней должны быть, по мнению А. Гейтинга, интуитивно понятными и не нуждающимися ни в каких основаниях. И тем не менее он делает вывод о необходимости развития интуиционистской логики[11].

А. Гейтинг подчеркивает, что К. Гедель смог доказать, что классическое исчисление предложений[12] может развиваться как часть интуиционистской логики, для чего необходимо формализовать соответствующую часть интуиционистской системы. Однако, с учетом вышесказанного, нет возможности доказать адекватность такой системы. Говоря об интуиционистской логике, А. Гейтинг, прежде всего, подчеркивает, что эта логика работает только с математическими предложениями, вопроса относительно применения ее вне математики он не касается. Однако в самом начале книги «Интуиционизм. Введение» он делает заявление: «…на логику следует полагаться где угодно, только не в математике», подразумевая в этом случае, конечно же, классическую логику. Математическое предложение в интуиционизме имеет форму «Я выполнил построение с такими-то свойствами», а правилами вывода в интуиционистской логике являются обычные правила вывода классического исчисления предложений[13].

Гейтинг, рассматривая интуиционистскую логику, особое внимание обращает на использование в логических построениях отрицания. В частности, ученый подчеркивает различные смыслы и значения использования отрицания в конструктивных математических построениях и повседневной жизни человека. Если в повседневной жизни отрицание может иметь различные смыслы, то в математике применение «не» всегда подразумевает однозначное понимание: «Суждение p не является истинным» означает «предполагая истинность p, мы придем к противоречию». Далее, Гейтинг продолжает разграничивать понятия математического отрицания («ложно,

---

[10] См.: Там же. – С.14-15.
[11] Подробнее см.: Там же. – С.15-16.
[12] Т. е. исчисление высказываний.
[13] Об этом см.: Гейтинг А. Указ. соч. – С.122, 123-124.

что…» «не может быть, что…») и фактического отрицания («никто не знает, что…», «мы не вправе утверждать, что»)[14]. Обращаясь к работам современных философов математики, мы находим предположение о том, что подобное определение и смысл отрицания приняты интуиционистами ввиду необходимости сделать это понятие содержательным и определяемым через построение, что соответствовало бы общей доктрине интуиционизма[15].

Все же, несмотря на различное восприятие противоречия в повседневной жизни и интуиционистской математике, А. Гейтинг предполагает это понятие интуитивно ясным, несводимым к более простым понятиям и предлагает его как основу различия между классической и интуиционистской логикой. Философ говорит о неправомерности использования принципа исключенного третьего в логике интуиционизма[16]. Согласно интуиционистам, существование любого объекта подразумевает его мысленное построение, если же такое построение невозможно, то имеется другое мысленное построение, опровергающее возможность первого. При этом отрицание отрицания некоторого суждения не может быть тождественным его утверждению. Что касается возражений на указанные различия в понимании понятия логического отрицания и предположения о существовании объективного положения дел вне зависимости от наблюдателя (то есть, существует только А, либо не-А), интуиционисты считают эти возражения незаконной объективацией математических истин, основанной на предположении о существовании законов логики наряду с законами природы до их открытия человеком и после уничтожения человечества[17]. Таким образом, наряду с реалистическими установками, можно отметить субъективистские тенденции в представлениях интуиционистов о природе математики и логики.

Продолжая развивать смысл понятия противоречия в интуиционистской логике, с учетом специфического результата применения двойного отрицания, А. Гейтинг предполагает возможность построения на основе такой логики не только позитивных, но и негативных теорий. В позитивной теории понятия вводятся при помощи позитивных определений, в негативной же теории часть понятий должна иметь основой негативные определения, которые включают двойное отрицание. При этом весьма важно условие, чтобы классические определения соответствующих понятий в обеих теориях были эквивалентны. При постановке такого условия для создания негативных теорий явно просматривается глубокая связь с классической математической логикой. Даже при наличии фундаментальных различий интуиционистской логики, как видим, она опирается на мно-

[14] Подробнее см.: Там же. – С.28-29.
[15] См., например: Перминов В.Я. Философия и основания математики. – М.: Прогресс-Традиция, 2001. – С.137.
[16] Подробнее см.: Гейтинг А. Указ. соч. – С.125.
[17] Подробное критическое рассуждение см.: Перминов В.Я. Указ. соч. – С.133,135.

гие теоремы и правила вывода логики классической. При этом становится возможным сделать вывод о том, что само появление логики интуиционистской имело основанием классическую математическую логику. А. Гейтинг указывает, что, несмотря на то что основные различия классической и интуиционистской логики касаются свойств отрицания, эти логики имеют различия и в формулах, не содержащих отрицания. Например, истинная в классической логике формула $p \to q \vee q \to p$ не может утверждаться в логике интуиционистской[18]. Однако при более близком рассмотрении становится очевидным, что различия смыслов таких утверждений основываются все на том же принципе различия свойств отрицания.

Продолжая рассмотрение оснований интуиционистской логики в своей работе, А. Гейтинг обращает особое внимание на возможный отказ от применения в математике отрицания в классическом понимании. Он приводит в пример возражения Г.Ф.К. Грисса против применения в математике отрицания как такового[19], опираясь на то основание, что любое математическое понятие представляет собой, в сущности, определенное выполненное математическое построение, следовательно, отрицание понятия не имеет основанием никакого построения и, значит, само понятие не ясно. Согласно Г. Гриссу, теорема «Не может существовать квадратного круга» (вполне приемлемая для Брауэра) абсолютно лишена смысла, поскольку отсутствие существования какого-либо объекта предполагает невозможность его построения и не позволяет нам даже мысленно представить себе такой объект. На основании умозаключений, подобных вышеуказанному, Г. Грисс приходит к выводу о необходимости исключения понятия отрицания из математики. Значительной проблемой при построении математики без отрицания А. Гейтинг считает невозможность формализации логической составляющей, соответствующей математике, поскольку, например, при наличии только истинных предложений невозможно создать исчисления предложений как такового. При этом философ все же указывает, что попытки подобной формализации проводились[20].

Математик-интуиционист Г. Вейль, анализируя, сравнивая логику классической математики и интуиционистскую логику, делает вывод о возможности всеобщего применения и непротиворечивости логики классической только в том случае, когда термины «существует» и «все» имеют неограниченное применение. При этом Г. Вейль предлагает, в отличие от А. Гейтинга, не создавать новую логику, а лишь разделить имеющуюся на две составляющие – «финитную» и «трансфинитную». Первая из них должна использовать лишь логические связки «не», «и», «или», вторая же,

---

[18] Подробнее см.: Гейтинг А. Указ. соч. – С.124.

[19] Подробные выводы Г.Ф.К. Грисса об исключении отрицания из математики см.: Griss G. F. C. Logique des mathematiques intuitionnistes sans negation. C. R. Ac. des Sc., 8 nov. 1948. (ссылка приводится по: http://filosof.historic.ru).

[20] Подробнее об исключении отрицания из математики у А. Гейтинга см.: Гейтинг А. Указ. соч. – С.149,151.

в дополнение к указанным связкам, должна использовать высказывания «все» и «существует». Именно в трансфинитной математике и выражениях «все» и «существует», примененных относительно бесконечных множеств, Вейль и находит основную проблему математики. Ссылаясь на Брауэра, он говорит, что многие законы классической логики в приложении к понятию бесконечного в интуиционистской математике теряют свою силу. Говоря о трансфинитной логике, Вейль прямо указывает на неприменимость в таком случае силлогизма и дедуктивного метода, поскольку установить истинность или ложность в посылке b→c оказывается возможным в единственном случае – только после того, как дан ответ на вопрос, истинно ли с, или ложно[21].

Г. Вейль, рассуждая о логических законах применительно к арифметике, предполагал построение свойств рациональных чисел чисто логическим путем, считая исходным основанием такого построения первоначальные интуитивно воспринимаемые свойства и отношения, определяющие возможные действия с рациональными числами. Проецируя это рассуждение на область натуральных чисел, Вейль определяет всего одно фундаментальное отношение, при помощи которого логически возможно определить все остальные числа. Таким отношением ученый считает существующее между числами n и n` интуитивно воспринимаемое отношение ближайшего следования. Следует заметить, что в рассуждении Г. Вейля, показывающем фундаментальную связь и важнейшее значение логических построений, нигде не отмечается необходимость введения и использования брауэровской интуиционистской логики. Более того, Г. Вейль сам указывает, что, несмотря на максимальную интуитивную ясность, приобретаемую математикой в изложении Брауэра, отказ интуиционистов от применения элементарных принципов классической логики при переходе к общим теориям неизменно приводит к громоздкости построений и сложности выводов[22].

Далее в своей работе Г. Вейль говорит о возможной относительности системы аксиом любой теории, тем самым, неявно указывая на допустимость построения альтернативных логических теорий и расширения существующих аксиом математики. Он говорит о невозможности полного и однозначного определения системы аксиом в какой-либо области вещей, к которой эти аксиомы применяются, в такой системе, по его словам «всегда сохраняется известный произвол». Система аксиом, несмотря на свой характер закона, определяющего принципы и методы построения теории, все же являются производной частью относительно первоначального фундамента системы. Таким образом, появление какого-либо изменения струк-

[21] Подробнее о связи классической и интуиционистской логики у Г. Вейля см.: Вейль Г. О философии математики: Пер. с нем. / Предисл. С.А. Яновской. Вступ. ст. А.П.Юшкевича. Изд.2-е, стереотипное. — М.: КомКнига, 2005. - С.16, 44, 81–82.
[22] Подробнее о логических законах и их связи с брауэровской логикой см.: Там же. – С.80, 93.

туры фундамента теории неизбежно приведет к изменению системы входящих в нее аксиом[23].

Г. Вейль делает вывод, что полнота аксиоматической системы существовала бы только в том случае, когда существует возможность использовать метод проведения доказательств, относительно которого можно было бы утверждать его выполнимость при решении любого вида специфической проблемы. Возможность существования такого метода сам математик отрицает, ссылаясь на отсутствие необходимости разрабатывать все возможные логические выводы из имеющихся посылок. Ученый утверждает обязательность применения дедуктивного пути решения для каждой математической задачи, поставленной математической интуицией или прикладными исследованиями[24].

Подтверждение предположения об относительном характере интуиционистской логики мы находим в последних работах по философии математики. Современные авторы отмечают, что основной методологической установкой Л.Э.Я. Брауэра было утверждение о том, что структура логики не только не определяет структуру математического знания, но сама в полной мере исходит из требований, предъявляемых содержанием математики. Как следствие, теория Л.Э.Я. Брауэра предполагает возможность эволюции логики классической и сосуществование комплекса различных логик, подчиненных различным целям, таким образом, логика теряет свою априорность и универсальность и зависит от типа рассматриваемых объектов[25].

В рассмотрении Г. Вейлем применимости закона исключения третьего мы находим конкретное указание на неприменимость этого закона в логико-математических построениях. Ученый считает, что сама числовая структура, определяющая принцип исключенного третьего, может быть рассмотрена только Богом, который в состоянии рассматривать одновременно все натуральные числа, для человеческой же логики доказательство этого принципа невозможно. При этом ни одно из рассматриваемых утверждений не может представляться отрицанием другого, то есть нет никаких оснований пользоваться законом исключения третьего. Брауэр, по словам Г. Вейля, распространяет неприменимость логической аксиомы исключенного третьего и оспаривает ее применимость, наряду с числовыми последовательностями, и к экзистенциальным суждениям о целых числах[26]. Суждение у интуиционистов не определяет собой объективно существующего положения дел и мыслится как гипотетическое суждение, становящееся конкретным в случае применения к какому-либо заданному числу. Из этого следует, согласно Г. Вейлю, абсолютная неприменимость

---

[23] Подробнее см.: Вейль Г. Указ. соч. – С.50.
[24] Об этом см.: Там же. – С.53.
[25] См.: Перминов В.Я. Указ. соч. – С.139,145.
[26] Об этом см.: Вейль Г. Указ. соч. – С.104.

закона исключенного третьего в суждениях «либо все числа обладают свойством А, либо же существует некоторое число со свойством не-А». Опровергая принцип «третьего не дано», математик цитирует Брауэра (Jahresber. Deuten, math. Verein., 28, 1920, стр. 204), который объясняет веру в этот принцип тем, что первоначально математическая логика была выделена из математики, предназначенной для работы с подмножествами определенного множества. После этого, по словам Л.Э.Я. Брауэра, логике присвоили независимость от математического знания и получили мнимое a priori логическое знание, которое стали применять к математике бесконечных множеств[27].

Касательно применения логических законов в интуиционистской математике и понятия в ней последовательности, Г. Вейль приводит рассуждение, основанное на самом принципе построения последовательности в интуиционизме. Ученый говорит о том, что определенная до бесконечности последовательность может задаваться только законом. Если же взять для примера последовательности понятие потока в интуиционизме, в котором последовательность возникает постепенно (свободная последовательность), являясь результатом актов свободного выбора, то ей можно приписывать только определенные свойства, подчиняющиеся особому правилу. Правило это заключается в том, что дизъюнкция, определяющая принадлежность свойства последовательности, обязательно имеет решение на определенном, достигаемом нами этапе построения последовательности. При этом полученное решение в дальнейшем не меняет результата дизъюнкции, как бы ни происходило дальнейшее развертывание последовательности[28].

Из вышесказанного следует, что, по мнению интуиционистов, логика не может выступать теоретико-познавательным и бытийным фундаментом математики. Логика, в понимании последователей Л.Э.Я. Брауэра, сама определяется сферой своего приложения и является, таким образом, вторичной по отношению к этой сфере. По мнению Л.Э.Я. Брауэра и А. Гейтинга, классическая логика, определяемая сферой естественного языка, в котором она эффективно функционирует, непригодна для математического знания. Для математики, говорят они, необходима новая логика, специфика которой должна определяться особенностями математического знания, трактуемого как совокупность мысленных построений, конструкций.

Как отмечают современные исследователи, Брауэр связывает развитие логики с совокупностью многих факторов, в числе которых объекты мышления и само содержание мышления. Более того, ученый говорит о возможности наличия различных логик даже в сфере обычного мышления. Развивая свою концепцию построения математического знания, Брауэр намеревался развить математику без применения логических законов, ис-

[27] Ссылка на Брауэра приведена по: Вейль Г. О философии математики. – С.77-78.
[28] См.: Там же. – С. 101.

пользуя только интуитивно понятные умственные математические построения. Логика интуиционистской математики представлялась при этом лишь средством упорядочивания интуитивно приобретаемого знания. На основании введенного им строгого критерия отбора математических суждений, основанного на интуитивной понятности этих исходных суждений и возможности сопоставления им конструктивных умственных построений, Брауэр считает возможным расширение математики за счет логических построений, только при условии, что полученные из логики знания будут подтверждаемы конструктивным путем[29].

Л.Э.Я. Брауэр в своей теории приводит идею выражения логики посредством строгих математических принципов и, таким образом, установления точных границ ее действия. Однако имеются конкретные причины, по которым интуиционистская логика неприемлема как возможная альтернатива классической логике в сфере математического знания. К таким причинам можно отнести дальнейшее повсеместное использование законов классической логики, даже с учетом отсутствия интуитивной ясности для части ее посылок, а так же отсутствие примеров, которые бы подтверждали идею возможной перестройки логики. На логическом фундаменте, созданном интуиционистами, могут быть основаны только субъективные построения, отдаленно связанные с классическим понятием строгого математического знания. Наряду с предъявляемыми классической математике требованиями, состоящими в конструктивной целостности и логической строгости, само основание интуиционистской теории опирается на неконкретизируемое понятие интуиции[30].

Итак, логические утверждения, согласно позиции интуиционистов, – это математические теоремы наивысшей общности. Логика, говорит А. Гейтинг, является частью математики и не может служить для ее обоснования. Эта точка зрения, на наш взгляд, отражает подлинное положение дел лишь частично, в искаженной форме. Логика действительно выступает как часть математики, более того, вся математика, начиная от самых глубинных оснований, имеет неотъемлемую и нередуцируемую к другим логическую компоненту, которая, вместе с другими – арифметической и геометрической, требует собственного онто-гносеологического истолкования в рамках общей картины философских оснований математического знания[31]. Это подтверждается и позицией Г. Вейля. В частности, он пишет: «Для математики представляют выдающийся интерес те методы, посредством которых одни понятия определяются через другие и одни суждения выводятся из других. (Логика Аристотеля была по существу отвлечена из

---

[29] Подробнее о взаимосвязи интуиционистской математики и логики см.: Перминов В.Я. Философия и основания математики. – С.132-133, 141.

[30] См.: Там же – С. 139-140.

[31] Об этом подробнее см., например: Арепьев Е.И. О сущностном фундаменте математики и ее арифметической составляющей // Философская Россия 1/2006. – М.: Изд-во РУДН, 2006. – С. 99-108.; Перминов В.Я. Философия и основания математики. – С. 140.

математики.) Более того, и удовлетворительное обоснование самой математики прежде, чем будет полностью объяснена сущность этих методов, представляется невозможным»[32].

Таким образом, обобщая вышеизложенное, мы можем заключить, что интуиционистский подход к проблемам оснований математики предполагает возможность и реалистического, и в то же время отчасти субъективистского истолкования сущностного фундамента этой науки и что подобное истолкование в качестве необходимой компоненты должно включать интерпретацию отношения логической составляющей математики к бытию и процессу познания.

[32] Вейль Г. О философии математики. – С. 34-35.

А.С. Синяев
(Курск)

ВЗАИМОСВЯЗЬ МАТЕМАТИКИ И ФИЛОСОФИИ В ТВОРЧЕСТВЕ Н.Н. ЛУЗИНА

В статье на примере творчества Н.Н. Лузина демонстрируется плодотворность взаимосвязи математики и философии для развития математики. Анализируя научное наследие Н.Н. Лузина, его письма и исторический материал, освещающий контакты Лузина с известными математиками и философами, автор предпринимает попытку проследить, каким образом систематический интерес к философским и мировоззренческим проблемам, обращение к философским истокам математики способствуют возникновению новых математических идей и даже теорий.

* * *

Николая Николаевича Лузина можно смело отнести к числу крупнейших русских математиков первой половины XX столетия. С его именем связано развитие большого раздела математики – теории функций действительного переменного, возникшего на рубеже XIX–XX веков. Окончив в 1908 году Московский университет, Н.Н. Лузин уже через 9 лет получает степень профессора этого университета, позже работает в Московском институте имени В.А. Стеклова и в Институте автоматики и телемеханики АН СССР. Н.Н. Лузин являлся иностранным членом Польской АН, почетным членом математических обществ в Польше, Индии, Франции, Италии, был награжден орденом Трудового Красного Знамени. Факты биографии ученого красноречиво свидетельствуют о высоком уровне его научной деятельности.

После работ Г. Кантора в развитии теории функций и множеств выделились две ветви: метрическая и дескриптивная. Метрическая ветвь изучает те свойства множеств и функций, которые связаны с понятием меры множества и интеграла, тогда как в дескриптивной теории ставится вопрос лишь о структурных свойствах этих объектов, без привлечения понятия меры множества. В метрической теории функций детально рассматриваются основные понятия математического анализа, такие как предел, функция, производная, интеграл и ряд.

Диссертация Лузина «Интеграл и тригонометрический ряд» (1915 г.) содержит фундаментальные результаты, оказавшие определяющее влияние на дальнейшее развитие метрической теории функций. Другие работы ученого в этой области[1] посвящены сходимости тригонометрических и степенных рядов и свойств функций, изображаемых ими. Лузиным были построены примеры степенного ряда с коэффициентами, стремящимися к

[1] См. Барин Н. К. и Люстерник Л. А. Работы Н. Н. Лузина по метрической теории функций. – УМН 6:5 (46) (1951), С. 28-46, а также Н. Н. Лузин. Собр. соч. Т. III. С. 440-460.

нулю, и расходящегося всюду на границе круга сходимости, а также тригонометрического ряда, коэффициенты которого стремятся к нулю и который расходится почти всюду. Ученый получил очень важный результат о строении измеримых функций, ставший одной из основ, на которой строится вся метрическая теория функций. Он установил, что всякая измеримая функция становится непрерывной, если надлежащим образом изменить ее на множестве сколь угодно малой меры. Это свойство функций получило в литературе название «С-свойства» Лузина. Кроме того, ученый доказал, что для всякой конечной измеримой функции $f(x)$ существует такая непрерывная функция $F(x)$, что $F'(x)=f(x)$ почти всюду, т. е. за исключением множества меры нуль.

Н.Н. Лузин явился одним из создателей дескриптивной теории функций, где особенно важно открытие проективных множеств, относительно которых он высказал мнение, что для них не может быть решен (в классическом смысле) ряд задач, в частности вопрос об их измеримости. В 70-е годы XX века доказано методами математической логики, что предвидения ученого в этом направлении подтверждаются. Н.Н. Лузин получил важные результаты о граничных свойствах аналитических функций и единственности их определения по краевым значениям. Ряд его работ посвящён вопросам математического анализа, дифференциальным уравнениям и дифференциальной геометрии; изучая изгибания поверхностей на главном основании, но получил в некотором смысле окончательный результат. Работы Н.Н. Лузина и его учеников внесли фундаментальный вклад в развитие теории функций действительного переменного.

Таким образом, в области математики Н.Н. Лузин явился одним из создателей новой научной дисциплины и получил общепризнанные результаты в важнейших разделах теории дифференциальных уравнений, дифференциальной геометрии, теории меры и т.д. Вместе с тем, как показывают факты его научной биографии, для Лузина-математика при определении направления исследований весьма важны были философские и мировоззренческие установки. Недаром, будучи математиком с мировым именем, он избирался в действительные члены Академии наук СССР по кафедре философии[2].

Разрабатывая дескриптивную теорию множеств и функций, Лузин проявлял систематический интерес к философским проблемам, что подтверждают слова В.Г. Кановей: «Говоря о роли Н.Н. Лузина для развития дескриптивной теории, нельзя не отметить, что Н.Н. Лузин уделял много внимания философско-методологическим проблемам оснований математики и высказал ряд глубоких идей о природе трудностей в этой области»[3].

---

[2] См. Крылов А.Н. Записки об ученых трудах Н.Н. Лузина // Николай Николаевич Лузин (к 100-летию со дня рождения). – М., 1983. – С. 27.

[3] Кановей В. Г. Развитие дескриптивной теории множеств под влиянием трудов Н.Н. Лузина // Успехи математических наук. – М., 1985. – Т.40. – Вып.3. – С.120.

Как отмечает В.А. Успенский, оценить математическое содержание этой теории «невозможно без обращения к ее философским истокам»[4].

Яркую характеристику постоянного лузинского внимания к философским проблемам науки дает французский математик Анри Лебег. В предисловии к книге Н.Н. Лузина «Лекции об аналитических множествах и их приложениях» он писал: «Математические требования и философские требования у него постоянно соединены, даже, можно сказать, сплавлены. Хотя его книга – сочинение по математике, написанное математиком для математиков, почти на каждой ее странице отчетливо проступает эта тесная связь философских и математических мыслей, что придает монографии исключительную значительность и совершенно необычайную привлекательность»[5].

Устойчивый интерес Лузина к философским и, шире, мировоззренческим проблемам подтверждает его переписка с П.А. Флоренским, В.И. Вернадским, с другими отечественными учеными (Д.Ф. Егоровым, А.Н. Крыловым, О.Ю. Шмидтом и др.), а также известными зарубежными математиками (Феликсом Клейном, Морисом Фреше, Арно Данжуа). В этих письмах постоянно обсуждаются не только методологические проблемы, связанные с развитием математической науки, но и вопросы общефилософского плана. Так, например, Д.Ф. Егоров пишет 25 апреля 1906 г. Н.Н. Лузину, находящемуся в это время в Париже: «Вы недовольны Кантом; я с Вами согласен, что его категории очень непрочно построены, и сочувствую более его теории познания (началам?). Все же думаю, что философия Канта заключает много интересного, а бездоказательность всегда есть и будет в философских построениях. Надо, кроме того, принимать во внимание время, когда писал Кант; этим объясняется известная доза схоластичности его построения»[6].

С именем Н.Н. Лузина связано становление московской школы теории функции[7] (известной также как школа Егорова – Лузина), благоприятную атмосферу для развития которой создавал широкий мировоззренческий контекст философско-математических воззрений Н.В. Бугаева, чье влияние на возникновение МШТФ историки науки утверждают с полной уверенностью[8].

---

[4] Успенский В. А. Вклад Н.Н. Лузина в дескриптивную теорию множеств и функций: понятия, проблемы, предсказания // Там же. – С. 87.

[5] Лебег А. Предисловие к работе: Н.Н. Лузин. Лекции об аналитических множествах и их приложениях // Успехи математических наук. – М., 1985. – Т.40. – Вып.3. – С. 11.

[6] Письма Д. Ф. Егорова к Н. Н. Лузину / Предисловие П. С. Александрова. Публикация и примечания Ф. А. Медведева при участии А. П. Юшкевича // Историко-математические исследования. М., 1980. – Вып. 25. – С. 339.

[7] Далее МШТФ.

[8] См. Демидов С.С. Н.В. Бугаев и возникновение Московской школы теории функций действительного переменного // Историко-математические исследования. – Вып. 29. – М., 1985. – С.113-124; Демидов С.С. Философские предпосылки возникновения Московской школы теории функций // Традиции и революции в истории науки. – М., 1991. – С. 253-262.

Важную роль в генезисе школы сыграла деятельность П.А. Флоренского, русского религиозного философа и ученого с энциклопедической широтой интересов (математика, история, философия науки и т. д.). Выступление Флоренского на одном из заседаний студенческого кружка по теме своей будущей диссертации «Идея прерывности как элемент миросозерцания» оценивается специалистами по истории математики в качестве начальной точки переворота в традиционной ориентации ученых-участников Московской математической школы на сущность математики[9]. Дело в том, что в данной работе бугаевская тема – изучение прерывности – ставится в связь с канторовской теорией множеств и новейшими исследованиями о разрывных функциях, предпринятыми французской школой теорией функций. Таким образом, теория функций действительного переменного является, по Флоренскому, следующим шагом в развитии аритмологической программы Бугаева в математике.

Среди участников заседаний кружка был и Н.Н. Лузин. Между ним и Флоренским установились дружеские отношения, которые сохранились на всю жизнь (на письменном столе Лузина всегда, до самой его кончины, стояла фотография Флоренского с дарственной надписью). В письме от 21 января 1907 г. Д.Ф. Егоров, в то время учитель Лузина, пишет ему: «…Я сам заходил к Вам, но уже не застал Вас в Москве и узнал, что Вы уехали к Флоренскому»[10]. Проблемы, связанные с анализом воззрений Флоренского, обсуждались Лузиным и Егоровым неоднократно. Так, в июне 1914 г. Егоров пишет Лузину: «Достал я себе диссертацию П.А. Флоренского и нашёл в ней много интересного. В частности, мысль о неизбежной антиномичности догматов хотя, может быть, не нова, но хорошо выставлена и проведена. Интересны замечания об Ангеле-Хранителе как об «interlligibiler Charakter» Канта»[11].

Однако, говоря об очевидном влиянии Флоренского как мыслителя на Лузина, следует постоянно иметь в виду разницу в характере их дарований и устремлений. Если первый – философ, видевший в математике основообразующее начало для выработки собственного подхода к миропониманию, то второй – математик, интерес к философии которого, вызванный глубокой внутренней потребностью как личности, продиктован, прежде всего, целями конкретной математической практики. Воздействие на Лузина теоретико-множественных и теоретико-функциональных занятий Флоренского в определенной степени создало интерес к этим вопросам, их философскому осмыслению.

В начале 20-х годов XX века вокруг Лузина и Г.Г. Шпета сформировался логико-философский кружок, который посещали С.Н. Булгаков,

---

[9] См.: Флоренский П.А. Введение к диссертации «Идея прерывности как элемент миросозерцания» // Историко-математические исследования. – М., 1986. – Вып.30. – С. 159-177.

[10] Письма Д. Ф. Егорова к Н.Н. Лузину // Историко-математические исследования. – М., 1980. – Вып. 25. – С. 341.

[11] Там же. – С. 355.

Н.А. Бердяев, С.Л. Франк; известна также связь Лузина с имяславцами[12]. Однако в первую очередь Николай Николаевич был и оставался математиком. Глубоко интимной и потому уязвляющей была для него «область загадок континуума», разрешить которые он хотел, положив все силы на «уничтожение идеи актуальной бесконечности», и потерпел неудачу[13]. Причина тому, на наш взгляд, – попытка решить проблему континуума в рамках математики. Осознание невозможности это сделать требует выхода на уровень философского осмысления природы бесконечности. И потому Лузин, будучи в первую очередь математиком, чувствуя желание и силы работать именно в этой области, оставляет надежды на решение континуум-проблемы.

Для более глубокого рассмотрения вопроса о роли проблемы континуума в творчестве этого мыслителя, видится плодотворным провести параллель между взглядами Николая Лузина и Германа Вейля, немецкого математика, также проявлявшего стойкий интерес к философии. В развитии философско-математической концепции Вейля обычно выделяют два периода: период, отмеченный работой «Континуум», и период, последовавший за знакомством Вейля с идеями Брауэра, когда Вейль переходит на позиции интуиционизма.

Основная философско-математическая концепция Вейля обычно рассматривается как связанная с идеями Анри Пуанкаре, развитыми им в начале века в полемике с Расселом и Гильбертом. В отличие от подходов логицизма и формализма, Пуанкаре настаивал на том, что преодоление трудностей обоснования математики следует связывать с идеей интуитивной первичности итерационно-индуктивных процессов и недопустимостью в математике так называемых непредикативных определений. Непредикативными называются определения, в которых определяемый объект уясняется в терминах, предполагающих либо допускающих неявную ссылку на него самого.

Мысль Н.Н. Лузина двигалась в аналогичном направлении. Он развивал тот вариант полуинтуиционизма, который был представлен виднейшими фигурами французской школы теории множеств и функций (Э. Борель, Р. Бэр, А. Лебег). Следуя в русле их идей, Н.Н. Лузин подвергал критике принципы классической теоретико-множественной математики с позиций возможности их конструктивной определимости (проверяемости, осуществимости).

Вейль видит истоки математики в интуитивно понятом итерационном процессе, Лузин говорит о шагах «неограниченного регулярного процесса, употребляемого для получения решения предложенной математиче-

---

[12] См.: Гранин Д. Зубр // Новый мир. – М., 1987. - № 1. – С. 36.;Тахо-годи А.А. Алексей Федорович Лосев // Лосев А.Ф. Бытие – Имя –Космос. – М., 1994. – С. 15.

[13] См. письмо А.Н. Крылову от … // Историко-математические исследования. – М., 1985. – Вып.31. – С. 243, 244.

ской проблемы»[14]. Строя теорию континуума, Вейль стремится удалить из нее все, что не является содержательно осмысленным с точки зрения принимаемых им принципов. Лузин, в свою очередь, утверждает необходимость проведения границ «между математическими сущностями, которые в самом деле реальны, и теми, которые кажутся реальными, но на деле не имеют никакого substratum и которым ничего интуитивно не соответствует»[15]. Для Вейля первична содержательная математика, а все ее формализации – вторичны: «Обобщение, формализация и аксиоматизация требуют существования некоторого математического содержания (Substanz)». Лузин также считает исходным содержательный анализ понятий, будучи убежден, что формальные методы как таковые «не могут никогда быть успешными вследствие (их) грубости и бедности»[16]. И, подобно Вейлю, он отдает предпочтение соображениям интуитивного и «экспериментального», по его словам, рода – как эвристически более ценным, – а не вопросам непротиворечивости теории.

Некоторые исследователи, в частности Б.В. Бирюков, справедливо указывают на поразительное сходство общей устремленности мысли Г. Вейля и П.А. Флоренского – при всем различии их терминологии и концептуального аппарата. Отмечается также близость идей Вейля и Лузина о роли интуиции, первичности содержательной математики перед ее формализацией[17]. Родство взглядов на взаимосвязь философии и математики трех указанных мыслителей объясняется их общим стремлением вписать математику в контекст мировоззрения, утверждением неустранимости содержательной составляющей математического знания, доверием к интуиции, пониманием ее как связующего звена разума с реальностью.

Еще одно важное свидетельство постоянных размышлений Н.Н. Лузина над философскими проблемами – его анализ методологии интуиционизма и воззрений его основоположника Л.Э.Я. Брауэра. Напомнив о «демоне Максвелла»[18], Лузин отмечает, что воображаемое существо было привлечено Максвеллом для наглядного изображения идей. «Аналогично, – продолжает Лузин, – если проанализировать взгляды творцов современной теории функций, легко подметить, что каждый из них в процессе своей работы исходит из определенной концепции возможного и допустимого, за

---

[14] Лузин Н. Н. Собрание сочинений. Т.2. – М., 1958. – С.343.
[15] Там же. – С.23.
[16] Лузин Н. Н. Собрание сочинений. Т.2. – М., 1958. – С.43.
[17] См.: Бирюков Б.В. «Свет не вне меня, а во мне» // Вейль Г. Математическое мышление: Сборник. – М., 1989. – С. 350-357.
[18] Максвелл в письме к шотландскому математику и физику Петеру Тэту в 1867 г., обсуждая систему двух сосудов, предлагал вообразить существо, которое, находясь у форточки, проделанной в перегородке, разделяющей сосуд с газом, пропускает в одну сторону лишь молекулы, имеющие большую скорость, и в другую – имеющие малую; в результате в сосуде без затраты работы одна половина будет горячей, другая холодной. Это воображаемое существо получило у физиков имя «демон Максвелла» и стало очень популярным при объяснении различных физических процессов.

пределами которого кончается область математики и начинается область, лежащая, по выражению Бореля, «вне математики»»[19].

Лузин предлагает, следуя примеру Максвелла, приписать область возможного у того или иного автора соответствующему воображаемому существу, и, тогда, может быть «построена» следующая иерархия: 1. Демон Брауэра. 2. Демон Бэра. 3. Демон Бореля. 4. Демон Лебега. 5. Демон Цермело. Область «демона Брауэра» в представлении Н.Н. Лузина «есть область целого конечного и притом ограниченного путем указания конечного предела. За этой областью все лежит «вне математики»»». Далее рассматриваются возможности «демонов» представителей эффективизма – французских математиков Рене Бэра, Эмиля Бореля и Анри Лебега. Каждый из этих ученых вводил в математику все большие допущения по сравнению с позицией (или, по лузинскому выражению, с «демоном») Брауэра, и, наконец, «демон Цермело», о котором Р.Р. Лузин пишет, что поле его операций – всякие мощности; всякое множество он может сделать вполне упорядоченным. Введение в обсуждение математического вопроса образного компонента свидетельствует о стремлении погрузить математику в более широкий общекультурный контекст с целью разрешения ее внутренних проблем, что вновь сближает Лузина с Флоренским, для которого принцип наглядности был частью его творческого кредо.

Оригинальность работ Лузина заключается не только в новой постановке вопросов, но и в чрезвычайно ярком характере геометрического изложения. Ученый умел находить в самых сложных и отвлеченных вопросах простое геометрическое ядро, которое во многих случаях и подсказывало решение задачи. Это качество ярко проявилось в преподавательской деятельности Лузина. Его изложение, всегда столь изящное и на первый взгляд кажущееся излишне простым, – результат крупного педагогического таланта. Решения тех больших проблем, за которые он брался, отличаются тонкостью, изяществом и доступностью изложения. Взять хотя бы его учебник «Теория функций действительного переменного», где в увлекательной и яркой форме рассказано широкому кругу читателей – студентам, учителям средней школы, любителям математики – о целом ряде абстрактных и сложных понятий современной теории функций[20]. Вдохновляющий характер лекций Лузина и введенный им в практику механико-математического факультета Московского университета совершенно новый стиль взаимоотношений между профессором и студентами, сочетающий большую свободу, непринужденность и глубокое взаимоуважение, способствовали возникновению Лузитании, которая «была действительно

[19] Лузин Н.Н. Дескриптивная теория множеств // Лузин Н.Н. Сочинения: В 3 т. – М., 1958. – Т. 2. – С. 534-535.

[20] Николай Николаевич Лузин (к 100-летию со дня рождения): Сб. статей / Сост. П. И. Кузнецов. – М.: Знание, 1983. – С.46-47.

единственным в своем роде и неповторимым коллективом молодых, в большинстве своем одаренных и жизнерадостных математиков»[21].

Таким образом, творчество Лузина демонстрирует плодотворность рассмотрения математики в широком общефилософском контексте для решения собственно математических задач: многие результаты «философа от математики» (как называл себя сам Николай Николаевич) вошли в классику мировой математики.

[21] Александров П.С. Лузинская математическая школа // Гнеденко Б.В. Введение в специальность математика. – М., 1991. – С. 199.