

ПРОГРАММА

ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ

для поступающих в КУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Общие указания

На экзамене по математике поступающий должен показать четкое знание математических определений и теорем, предусмотренных программой и умение применять их при решении задач. Экзамен состоит из выполнения ряда заданий, требующих записать ответ в виде конечной десятичной дроби со знаком.

Программа состоит из **трех** разделов. Первый из них представляет собой перечень основных математических понятий и фактов, которыми должен владеть поступающий и уметь правильно их использовать при решении задач. Во втором разделе указаны теоремы, которые могут использоваться при решении задач. В третьем разделе перечислены основные математические умения и навыки, которыми должен владеть абитуриент. Содержание программы соответствует курсу математики средней школы.

Наличие в практике различных учебников, в которых часть материала дана в виде упражнений или даже отсутствует, может вызвать несоответствие уровня подготовки требованиям данной программы. Это не освобождает поступающего от необходимости знать перечисленные ниже понятия и факты.

I. ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФАКТЫ

Арифметика, алгебра и начала анализа

1. Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное.
2. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.
3. Отношения и пропорции. Проценты. Задачи на проценты.
4. Целые числа (Z). Рациональные числа (Q), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел. Перевод обыкновенных дробей в десятичные дроби и обратно.
5. Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей. Изображение чисел на прямой. Числовые промежутки. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

6. Степень с натуральным, целым и рациональным показателем.
7. Корень n -ой степени ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$). Арифметическое значение корня. Свойства корня n -ой степени.
8. Логарифмы, их свойства.
9. Синус, косинус, тангенс, котангенс числа (угла). Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа.
10. Числовые выражения. Выражения с переменными. Равенства и тождества. Тождественно равные выражения. Формулы сокращенного умножения.
11. Одночлен и многочлен. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена с одной переменной. Разложение многочлена на множители. Теорема о разложении квадратного трехчлена на линейные множители.
12. Основное тригонометрическое тождество. Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента. Формулы приведения, сложения, двойного и половинного аргумента, суммы и разности тригонометрических функций. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразование произведения синусов и косинусов в сумму. Преобразование выражения $a \sin x + b \cos x$ с помощью вспомогательного аргумента.
13. Числовые последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии. Формула суммы членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии.
14. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения, множество значений функции.
15. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность, ограниченность. График функции. Преобразование графиков функций.
16. Определение и основные свойства функций: линейной $y = ax + b$, квадратичной $y = ax^2 + bx + c$, степенной $y = ax^n$, $y = \frac{a}{\delta}$, показательной $y = a^x$, логарифмической $y = \log_a x$, тригонометрических функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$, арифметического корня $y = \sqrt[n]{\delta}$ ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$), функции $y = |x|$.
17. Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.
18. Квадратное уравнение, формула его корней. Формулы Виета.
19. Неравенства с переменной. Множество решений неравенства. Равносильные неравенства. Метод интервалов.
20. Системы уравнений и неравенств. Решения системы. Система

линейных уравнений, количество ее решений, геометрическая иллюстрация. Системы нелинейных уравнений двух переменных. Методы решения систем.

21. Рациональные и иррациональные уравнения.
22. Показательные и логарифмические уравнений и неравенств, их системы.
23. Формулы решений простейших тригонометрических уравнений.
24. Уравнения, неравенства и их системы, в которых переменная содержится под знаком модуля.
25. Понятие производной. Ее физический и геометрический смысл. Уравнение касательной к графику функции.
26. Правила нахождения производной суммы, разности, произведения, частного двух функций. Правило нахождения производной функции $y = f(kx + b)$. Таблица производных основных элементарных функций.
27. Достаточное условие возрастания, убывания функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.

Геометрия

1. Прямая, луч, отрезок, угол. Длина отрезка, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Биссектриса угла.
2. Параллельность и перпендикулярность прямых на плоскости.
3. Примеры преобразования фигур: осевая и центральная симметрии, параллельный перенос, поворот.
4. Теорема Фалеса. Теорема о пропорциональных отрезках.
5. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Теорема о сумме углов треугольника. Теорема о внешнем угле треугольника. Равенство треугольников. Подобие треугольников. Средняя линия треугольника.
6. Равнобедренный треугольник (свойства и признаки). Равносторонний треугольник.
7. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Признаки равенства и подобия прямоугольных треугольников. Пропорциональность отрезков в прямоугольном треугольнике. Теорема Пифагора и ей обратная.
8. Теоремы косинусов и синусов для треугольника.
9. Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. Свойство биссектрисы угла. Свойство отрезков, на которые биссектриса треугольника делит противоположную сторону.
10. Теоремы о пересечении медиан, биссектрис, высот треугольника и серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.

11. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали. Выпуклый многоугольник. Правильные многоугольники. Теорема о сумме углов выпуклого многоугольника. Оси и центры симметрии многоугольников.
12. Четырехугольники: параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат, трапеция. Признаки и свойства параллелограмма. Признаки и свойства прямоугольника, ромба, квадрата. Равнобедренная трапеция. Свойства равнобедренной трапеции. Свойства средней линии трапеции. Свойства треугольников, на которые трапецию делят ее диагонали.
13. Окружность, круг и их элементы. Касательная и секущая, их свойства. Теорема об отрезках двух пересекающихся хорд. Центральные и вписанные углы. Теоремы об угле между касательной и хордой, двумя пересекающимися хордами, двумя пересекающимися секущими.
14. Вписанные и описанные многоугольники. Выражение стороны правильного многоугольника через радиус описанной (вписанной) окружности. Свойства и признаки описанного и вписанного четырехугольника.
15. Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции. Отношение площадей подобных треугольников.
16. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.
17. Векторы. Операции над векторами. Коллинеарные векторы. Компланарные векторы. Разложение вектора. Длина вектора. Скалярное произведение векторов.
18. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Простейшие задачи в координатах. Уравнение прямой и окружности на плоскости. Уравнение сферы.
19. Логическое строение геометрии. Аксиомы стереометрии. Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве. Скрещивающиеся прямые. Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла. Угол между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью.
20. Теоремы о параллельных прямых в пространстве. Признак параллельности прямой и плоскости. Признак параллельности плоскостей. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема об общем перпендикуляре к двум скрещивающимся прямым. Признак скрещивающихся прямых. Признак перпендикулярности плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах.
21. Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы, правильная призма. Пирамида. Правильная пирамида. Параллелепипеды и их виды.
22. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус

- сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.
23. Формула объема параллелепипеда.
 24. Формулы площади поверхности и объема призмы.
 25. Формулы площади поверхности и объема пирамиды.
 26. Формулы площади поверхности и объема цилиндра.
 27. Формула площади поверхности и объема конуса.
 28. Формулы объема шара и его частей. Формула площади сферы.

II. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ И ТЕОРЕМЫ

Алгебра и начала анализа

1. Свойства функции $y = ax + b$ и ее график.
2. Свойства функции $y = \frac{a}{b}$ и ее график.
3. Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и ее график.
4. Формула корней квадратного уравнения.
5. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.
6. Свойства числовых неравенств.
7. Логарифм произведения, степени, частного.
8. Свойства функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$ и их графики.
9. Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$.
10. Формулы приведения.
11. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
12. Тригонометрические функции двойного и половинного угла.
13. Производная суммы двух функций.
14. Производная произведения двух функций.
15. Производная частного двух функций.
16. Уравнение касательной к графику функции.

Геометрия

1. Свойства равнобедренного треугольника.
2. Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.
3. Признаки параллельности прямых.
4. Признаки равенства треугольников.
5. Признаки равенства прямоугольных треугольников.
6. Сумма углов треугольника. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника.

7. Признаки и свойства параллелограмма.
8. Теорема Фалеса.
9. Окружность, описанная около треугольника и окружность, вписанная в треугольник.
10. Касательная к окружности, секущая и их свойства.
11. Измерение угла, вписанного в окружность.
12. Признаки подобия треугольников.
13. Теорема Пифагора.
14. Теорема косинусов.
15. Теорема синусов.
16. Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.
17. Формула расстояния между двумя точками на плоскости. Уравнение прямой на плоскости. Уравнение окружности.
18. Теорема о разложении вектора по двум неколлинеарным векторам.
19. Теорема о скалярном произведении векторов.
20. Признак параллельности прямой и плоскости.
21. Признак параллельности плоскостей.
22. Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости.
23. Теорема о трех перпендикулярах.
24. Признак перпендикулярности двух плоскостей.

ОСНОВНЫЕ УМЕНИЯ И НАВЫКИ

Экзаменуемый должен уметь:

1. Производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений, производить приближенную прикидку результата; пользоваться калькуляторами и таблицами для производства вычислений.
2. Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
3. Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций.
4. Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним, решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции. Решать несложные уравнения, неравенства и их системы, содержащие

параметр.

5. Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.
6. Пользоваться понятием производной при исследовании функций на монотонность, на экстремумы и при построении графиков функций.
7. Изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости.
8. Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии - при решении геометрических задач.
9. Проводить операции над векторами и пользоваться свойствами этих операций (линейные операции, длина вектора, проекция вектора на ось, разложение вектора по векторам, скалярное произведение векторов).